国家工科电工电子教学基地精品教材

信号与线性系统

学习指导与习题精解

邢丽冬　潘双来　主编

国家工科电工电子教学基地精品教材

信号与线性系统
学习指导与习题精解

邢丽冬　潘双来　主编

清华大学出版社
北京

前　言

为配合《信号与线性系统(第 2 版)》教材的使用,适应培养高素质应用型人才的需要,根据立体化教材建设的要求以及“信号与线性系统”(少学时)教学需要,我们编写了《信号与线性系统学习指导与习题精解》。该书精选典型例题,精解各类习题,精编检测试题。众多的典型例题及习题精解是全书的主体,它们形成了“例、习、测、试”四类题,体现出本书的鲜明特色。

本书各章体系与配套教材完全相同。全书共 7 章,每章内容包括基本要求、理论提要、典型例题、习题精解、阶段测试题及答案六个部分,附录中详细介绍了 MATLAB 在信号与系统中的应用,并提供了近几年本科生期末考试试题。

基本要求:结合全国信号与系统课程教学基本要求和作者的教学观点,阐明对每章内容要求掌握的不同程度,分为了解、深刻理解、掌握、牢固掌握并熟练运用等。

理论提要:本着“述而求作,理枝循干”的编写主旨,做到简明扼要,提纲挈领。基于这种考虑,本部分内容在编写过程中,力求把握教材特点,突出说明对教材内容的理解要点,指出学生在学习过程中的难点、重点和注意事项,以达到帮助、启迪读者准确而深刻地理解、概括、掌握、熟练应用知识要求,奠定扎实的信号分析和系统理论基础的目的。

典型例题:使读者加深对基本概念、基本分析方法的理解和应用,提高分析问题和解决问题的能力,将重点、难点和熟练应用知识要点落到实处。大部分典型例题均附有讨论或评注,对分析方法经典概括,以开阔视野、锻炼思维,启迪科学创新意识。

习题精解:精选主教材中部分习题给出求解方法,有些题目还列举多种解法。对学生而言,在解题之前最好先不要查阅习题精解,待独立完成后,通过对照习题精解,比较解题方法的异同、优劣,仔细回味,其乐无穷。

阶段测试题:为复习性和综合性试题,供读者进行自我检测。

附录 A 详细介绍了 MATLAB 在信号与系统中的应用,附录 B 提供了近几年本科生期末考试试题(含参考解答),供读者了解试题的题型、范围、深度和解题方法。

本书是南京航空航天大学国家电工电子教学基地规划教材之一。由邢丽冬、潘双来主编与统稿,王芸、黄晓晴参编。其中,邢丽冬撰写第 5、6 章及附录 B,潘双来撰写第 1、2、3、4 章,黄晓晴撰写第 7 章,王芸撰写附录 A,郭健、方天治校核、验算部分习题。

本书的编写与出版得到了南京航空航天大学教务处、清华大学出版社等有关部门和领导的指导与支持,得到了南京航空航天大学电工教学中心、电工电子实验中心老师们的关心和帮助。同时,在编写过程中还参阅了国内外大量著作、文献和资料。在此一并表示诚挚的谢意。

《信号与线性系统学习指导与习题精解》是立体化教材建设的一部分，其他工作仍在继续。由于编者水平有限，书中错误及不妥之处在所难免，恳请读者批评指正。意见和建议请寄至南京航空航天大学自动化学院(邮编：210016)，也可发送电子邮件至 xldnuaa@nuaa.edu.cn。

编　者

2010 年 6 月于南京

目　　录

第 1 章　信号与系统的基本概念

本章介绍信号与系统的基本概念，为线性时不变连续系统的分析计算和系统特性的研究奠定必要的基础。

1.1　基本要求

(1) 初步掌握信号的定义与分类。

(2) 介绍 11 种信号，特别要求掌握直流信号、单位阶跃信号、门信号、单位冲激信号、单位斜坡信号、单边衰减指数信号、复指数信号、抽样信号等 8 种信号的定义与性质。

(3) 掌握连续信号的基本运算，尤其要注意微分与积分运算。

(4) 掌握连续信号的时域变换，尤其要注意时移与展缩变换。

(5) 了解连续信号的时域分解。

(6) 能清楚地知道系统的概念与特性。

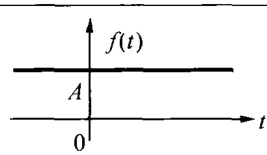
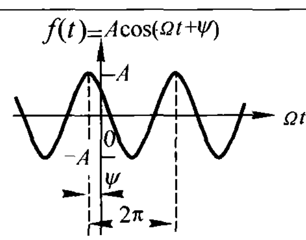
1.2　理论提要

信号的种类很多，按其特点分类也不尽相同。复杂信号可以由一系列基本信号组合而成，基本信号是工程实际与理论研究中常用的信号。

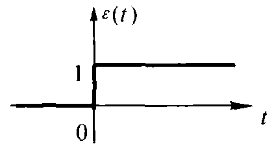
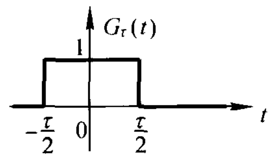
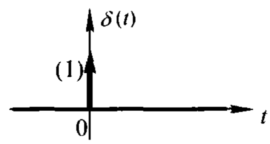
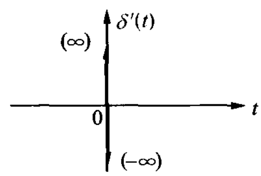
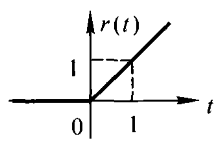
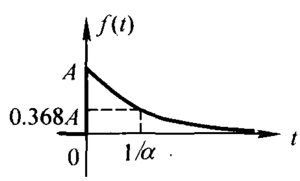
1.2.1　基本信号

基本信号的定义与特点列于表 1-1 中。

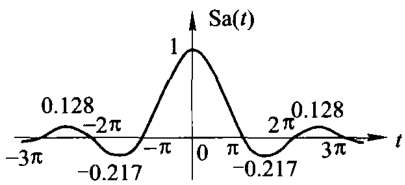
表 1-1　基本信号的定义与特点

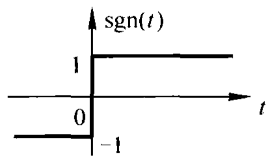
序号	基本信号	定　义	波　形	特　点
1	直流信号	$f(t)=A, -\infty<t<\infty$		非时限信号
2	正弦信号	$f(t)=A\cos(\Omega t+\Psi)$, $-\infty<t<\infty$		无时限周期信号

续表

序号	基本信号	定　义	波　形	特　点
3	单位阶跃信号	$\varepsilon(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}$		有始信号 $f(t)\varepsilon(t)$因果信号
4	单位门信号	$G_\tau(t)=\begin{cases}1, -\frac{\tau}{2}<t<\frac{\tau}{2}\\ 0, t<-\frac{\tau}{2}, t>\frac{\tau}{2}\end{cases}$		有时限信号
5	单位冲激信号	$\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ \infty, & t=0\end{cases}$ $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{0_-}^{0_+}\delta(t)\mathrm{d}t=1$		瞬时出现 瞬时消失
6	单位冲激偶信号	$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\delta(t)]$		$\int_{-\infty}^{t}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau=\delta(t)$
7	单位斜坡信号	$r(t)=t\varepsilon(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ t, & t\geqslant 0\end{cases}$		$\frac{\mathrm{d}r(t)}{\mathrm{d}t}=\varepsilon(t)$ $\frac{\mathrm{d}^2 r(t)}{\mathrm{d}t^2}=\delta(t)$ $\int_{-\infty}^{t}r(\tau)\mathrm{d}\tau=$ $\frac{1}{2}t^2\varepsilon(t)$
8	单边衰减指数信号	$f(t)=Ae^{-\alpha t}\varepsilon(t)=$ $\begin{cases}0, & t<0\\ Ae^{-\alpha t}, & t>0\end{cases}$		因果信号
9	复指数信号	$f(t)=Ae^{st}$, $-\infty<t<\infty$	特例： 1. 当 $s=0$ 时，$f(t)=A$，为直流信号 2. 当 $s=\sigma$ 时，$f(t)=Ae^{\sigma t}$，为实指数信号 3. 当 $s=\mathrm{j}\omega$ 时，$f(t)=Ae^{\mathrm{j}\omega t}=A(\cos\omega t+\mathrm{j}\sin\omega t)$，其实部与虚部均为角频率为 ω 的等幅正弦信号，因而 $Ae^{\mathrm{j}\omega t}$ 也是一个以 $T=2\pi/\omega$ 为周期的周期性信号	

续表

<table>
<tr><th>序号</th><th>基本信号</th><th>定　　义</th><th>波　　形</th><th>特　　点</th></tr>
<tr><td>10</td><td>抽样信号</td><td>$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$,
$-\infty<t<\infty$</td><td>


</td><td>1. Sa(t)为实变量 t 的偶函数
$\mathrm{Sa}(-t)=\mathrm{Sa}(t)$
2. $\mathrm{Sa}(0)=\lim\limits_{t\to 0}\frac{\sin t}{t}=1$
3. $\mathrm{Sa}(t)=0$，当 $t=\pm\pi$，$\pm 2\pi,\cdots$
4. $\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{Sa}(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t=\pi$
5. $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$</td></tr>
<tr><td>11</td><td>符号函数</td><td>$\mathrm{sgn}(t)=\begin{cases}-1, & t<0\\ 0, & t=0\\ 1, & t>0\end{cases}$</td><td>


</td><td>$\mathrm{sgn}(t)=2\varepsilon(t)-1$</td></tr>
</table>

1.2.2　两个基本信号及其性质

单位阶跃信号 $\varepsilon(t)$、单位冲激信号 $\delta(t)$ 是连续信号中两个最基本的信号；二者间的关系及冲激信号的重要性质归纳于表 1-2 中，以便读者对照比较。

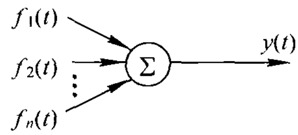
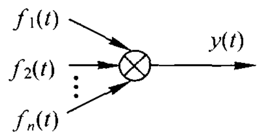
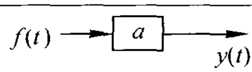
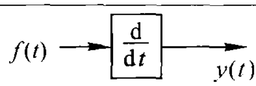
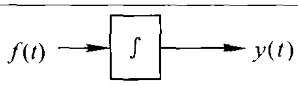
表 1-2　两个基本信号及其重要性质

名称 项目	$\varepsilon(t)$	$\delta(t)$
定义	$\varepsilon(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ 1, & t>0\end{cases}$	$\begin{cases}\delta(t)=0, & t\neq 0\\ \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\end{cases}$
$\delta(t)$ 与 $\varepsilon(t)$ 的关系	$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau$	$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t}$
重要性质	非因果信号 $f(t)$ 乘以 $\varepsilon(t)$ 后就变成因果信号 $f(t)\varepsilon(t)$： $f(t)\varepsilon(t)=\begin{cases}0, & t<0\\ f(t), & t>0\end{cases}$ 利用阶跃信号可以将分段定义的信号表示为定义在$(-\infty,\infty)$上的闭形表达式	$\delta(-t)=\delta(t)$ $f(t)\cdot\delta(t)=f(0)\delta(t)$ $\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$ $\delta(at)=\frac{1}{\lvert a\rvert}\delta(t)$ $f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$ $\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-f'(0)$

1.2.3 信号的时域运算

连续时间信号的基本时域运算有加、减、乘、微分、积分、卷积[①]。常用信号的基本运算关系简明地归纳于表 1-3 中。

表 1-3 信号的时域运算

运算形式	运算关系	运算关系式	运算器件
加、减运算		$y(t)=f_1(t)+f_2(t)+\cdots+f_n(t)$	加法器 减法器
乘运算		$y(t)=f_1(t)\cdot f_2(t)$	乘法器
数乘运算		$y(t)=af(t)$	数乘器
微分运算[②]		$y(t)=\dfrac{df(t)}{dt}$	微分器
积分运算		$y(t)=\int_{-\infty}^{t}f(\tau)d\tau$	积分器

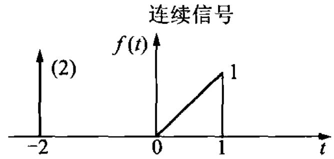
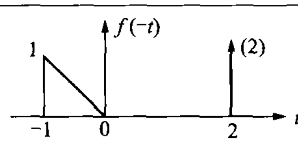
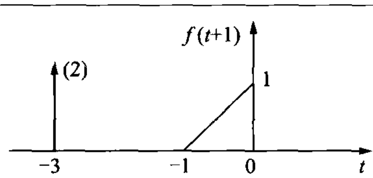
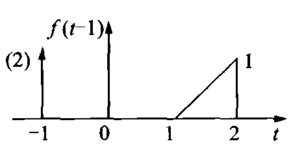
注：① 时域运算还包括卷积运算，将在第 2 章——连续时间系统的时域分析中介绍。

② 注意：函数若有第一类间断点，对函数微分时，在间断点处将出现冲激函数。

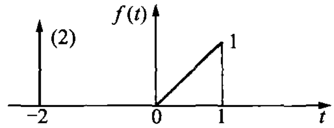
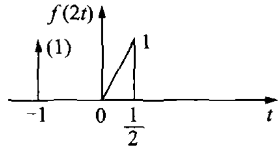
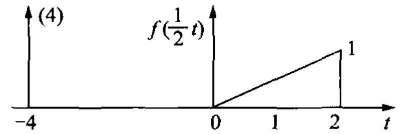
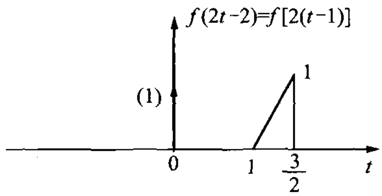
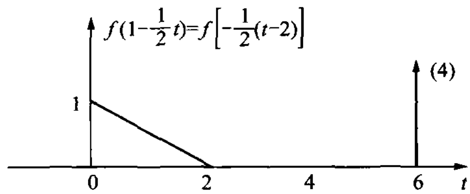
1.2.4 信号的时域变换

信号的时域变换，这里主要指信号在时域里进行折叠、时移、展缩(尺度)变换以及三者的结合变换。表 1-4 给出了一个实例信号 $f(t)$ 的时域变换。

表 1-4 连续信号的时域变换

实例信号 \ 变换形式	设 连续信号	
		
折叠		
时移	左移 	右移 

续表

实例信号 / 变换形式	设 连续信号 	
尺缩(尺度)	a>1 	a<1 
折叠、时移、展缩三者结合变换		

1.2.5　系统的基本概念

由若干个相互依赖、相互作用的事物组合而成的具有特定功能的整体称为系统，如图 1-1 所示。其中符合 $H[\ ]$ 称为算子，表示将输入信号 $f(t)$ 进行某种运算后即得输出信号 $y(t)$。

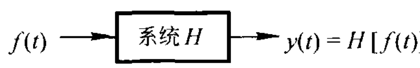


图　1-1

可以从多种角度来观察、分析研究系统的特征，提出对系统进行分类的方法。从广义上说，系统可以是物理系统，例如通信系统、自动控制系统、导航系统等，也可以是非物理系统，例如生产管理、人才培养等社会经济与管理方面的系统。一种常用的系统分类法是按输入系统的信号与系统输出的信号是连续的时间信号还是离散时间信号来分类。

若输入系统的信号是连续时间信号，系统的输出信号也是连续时间信号，则称该系统为连续时间系统，简称为连续系统。

若输入系统的信号是离散时间信号，系统的输出信号也是离散时间信号，则称该系统为离散时间系统，简称为离散系统。

不管连续系统或离散系统，均可细分为线性系统与非线性系统，而线性系统或非线性系统均又可细分为时变系统与时不变系统，这可由图 1-2 作简明表示。本课程重点讨论线性时不变系统。

1.2.6　信号与系统分析概述

信号分析的主要途径是研究信号的分解，将信号分解为某些基本信号的线性组合。信号的分解可以在时域、频域或变换域中进行，从而导致了信号分析的时域方法、频域或变换域方法。

系统分析本书仅限于对线性时不变系统(简记为 **LTI 系统**)的分析研究。

设激励 $f(t)$、$f_1(t)$、$f_2(t)$ 产生的响应分别为 $y(t)$、$y_1(t)$、$y_2(t)$，即 $f(t)\rightarrow y(t)$，$f_1(t)\rightarrow y_1(t)$，$f_2(t)\rightarrow y_2(t)$，并设 A、A_1、A_2 为任意常数，则线性时不变系统的性质可作如下描述：

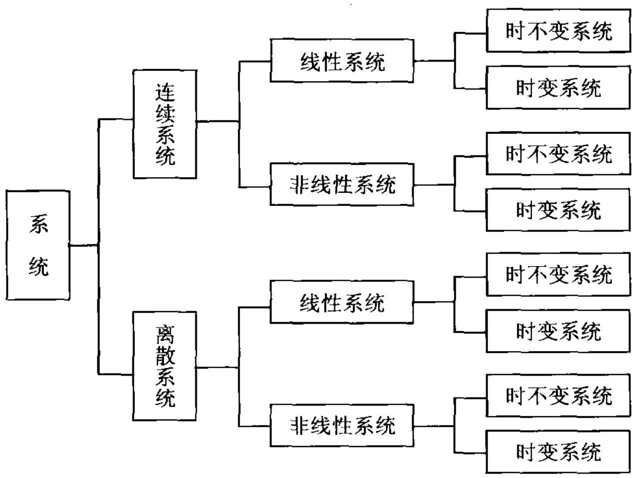


图 1-2 一种系统分类简图

(1) 齐次性 $Af(t) \to Ay(t)$。

(2) 叠加性 $f_1(t)+f_2(t) \to y_1(t)+y_2(t)$。

(3) 线 性 $A_1 f_1(t)+A_2 f_2(t) \to A_1 y_1(t)+A_2 y_2(t)$。

(4) 时不变性，也称定常性或延时性 $f(t-\tau) \to y(t-\tau)$。

(5) 微分性 $\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} \to \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}y(t)$。

(6) 积分性 $\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\,\mathrm{d}\tau \to \int_{-\infty}^{t} y(\tau)\mathrm{d}\tau$。

(7) 因果性 $t>0$ 时作用于系统的激励 $f(t)$，$t<0$ 时不会在系统中产生响应。

1.3 典型例题

例 1-1 画出下列信号的波形。

(1) $f_1(t)=\varepsilon(-t-2)$

(2) $f_2(t)=\varepsilon(-2t+3)-\varepsilon(-2t-3)$

(3) $f_3(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)]+(t-1)[\varepsilon(t-1)-\varepsilon(t-2)]$

(4) $f_4(t)=\delta(\cos\frac{\pi}{2}t)$

(5) $f_5(t)=\int_{0_-}^{t}\delta(\sin\pi\tau)\mathrm{d}\tau$

解 (1) $f_1(t)=\varepsilon[-(t+2)]$，$t>-2$，$f_1(t)=0$，波形如图 1-3(a)所示。

(2) 因 $f_2(t)=\varepsilon\left\{2\left[-\left(t-\frac{3}{2}\right)\right]\right\}-\varepsilon\left\{2\left[-\left(t+\frac{3}{2}\right)\right]\right\}$，故其波形如图 1-3(b)所示。

(3) 应用闸门函数直接画出波形如图 1-3(c)所示；或者，$f_3(t)=t\varepsilon(t)-\varepsilon(t-1)-(t-1)\varepsilon(t-2)$，利用波形合成得到图 1-3(c)。

(4) 因 $f_4(t)=\cdots+\delta(t+5)+\delta(t+3)+\delta(t+1)+\delta(t-1)+\delta(t-3)+\delta(t-5)+\cdots$，故其波形如图 1-3(d)所示。

(5) 因 $\delta(\sin\pi t)=\cdots+\delta(t+3)+\delta(t+2)+\delta(t+1)+\delta(t)+\delta(t-1)+\delta(t-2)+\delta(t-3)+\cdots$，$f_5(t)=\int_{0_-}^{t}[\delta(\tau)+\delta(\tau-1)+\delta(\tau-2)+\cdots]\mathrm{d}\tau$，故其波形如图 1-3(e)所示。

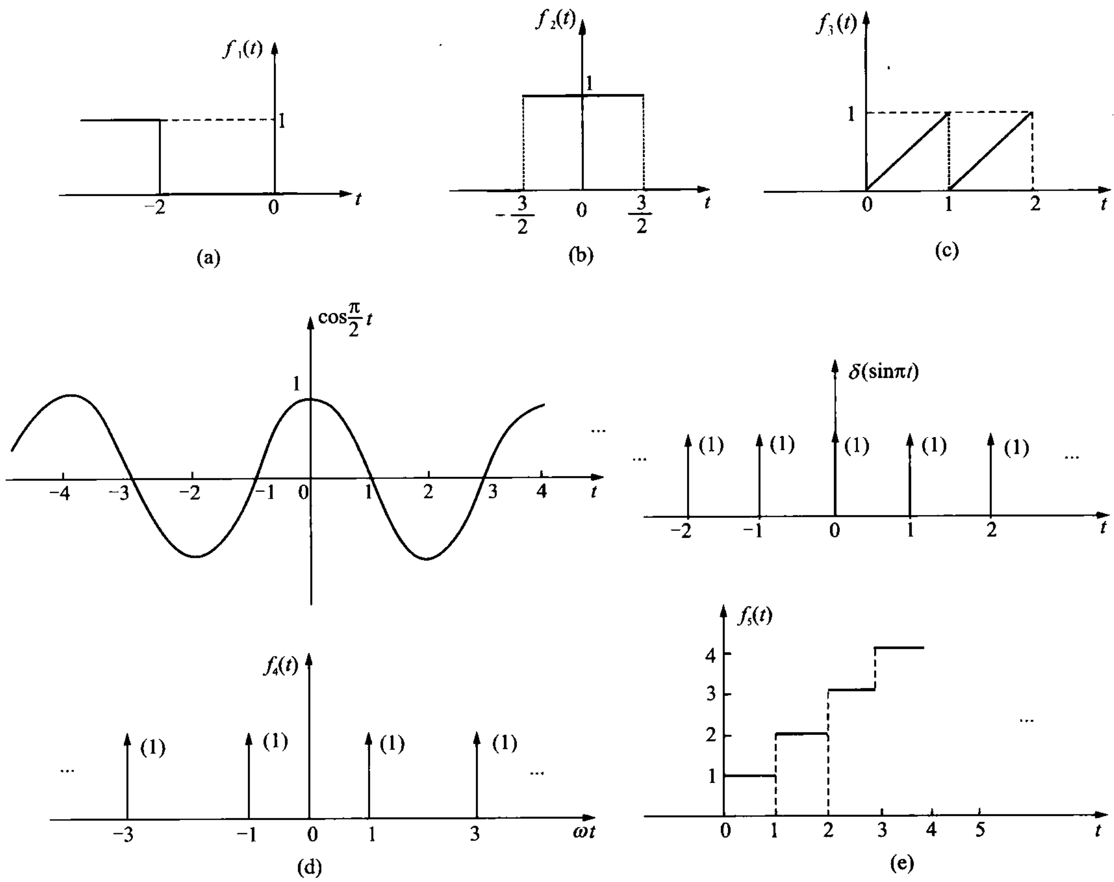


图　1-3

例 1-2　设周期信号 $f_1(t)$、$f_2(t)$的周期分别为 T_1、T_2，欲使和信号

$$y(t)=f_1(t)+f_2(t)$$

也是周期信号，问 T_1、T_2 间应满足什么关系？如果 $f_1(t)=\sin 2t$，$f_2(t)=\cos 3t$，试确定和信号 $y(t)$的基波周期 T。

解　因 $f_1(t)$，$f_2(t)$是周期信号，所以有

$$f_1(t+mT_1)=f_1(t)$$

$$f_2(t+nT_2)=f_2(t)$$

欲使 $y(t)$是周期的，应有

$$y(t+T)=f_1(t+T)+f_2(t+T)=f_1(t)+f_2(t)=y(t)$$

所以

$$T=mT_1=nT_2$$

即

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{n}{m},\quad m、n\text{ 均为整数}$$

上式表明：只要 $f_1(t)$、$f_2(t)$是周期的，它们的和信号应当满足 T_1/T_2 是有理数时亦是周期的，其基波周期 T 是 T_1、T_2 的最小公倍数。

因为 $f_1(t)=\sin 2t$ 是一个周期信号，其角频率 ω_1 和周期 T_1 为

$$\omega_1 = 2\ \text{rad/s} \qquad T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \pi\text{s}$$

信号 $f_2(t)=\cos 3t$ 也是一个周期信号，相应的角频率 ω_2 和周期 T_2 为

$$\omega_2 = 3\ \text{rad/s} \qquad T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{3}\text{s}$$

T_1/T_2 是有理数，其最小公倍数为 2π，所以 $y(t)$的基波周期为 2πs。

引论　若遇有多于两个周期信号相加构成的和信号，它的基波周期可推论出应是相加诸周期信号周期的最小公倍数。

例 1-3　图 1-4 所示各信号：

（1）写出各信号的时域表达式；

（2）求各信号的一阶导数$\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}$，并画出其波形。

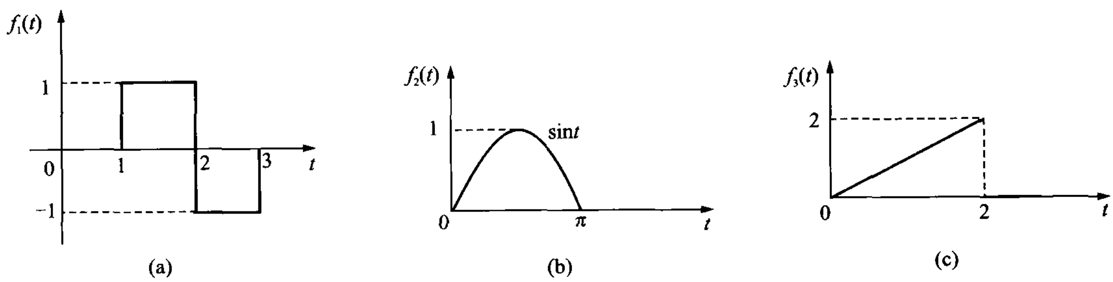


图　1-4

解　（1）$f_1(t)=\varepsilon(t-1)-2\varepsilon(t-2)+\varepsilon(t-3)$

$f_2(t)=\sin t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-\pi)]$

$f_3(t)=t[\varepsilon(t)-\varepsilon(t-2)]$

（2）各信号的一阶导数为

$$\frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t} = \delta(t-1) - 2\delta(t-2) + \delta(t-3)$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}f_2(t)}{\mathrm{d}t} &= \cos t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\pi)] + \sin t[\delta(t) - \delta(t-\pi)] \\ &= \cos t[\varepsilon(t) - \varepsilon(t-\pi)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}f_3(t)}{\mathrm{d}t} &= \varepsilon(t) - \varepsilon(t-2) + t[\delta(t) - \delta(t-2)] \\ &= \varepsilon(t) - \varepsilon(t-2) - 2\delta(t-2)]\end{aligned}$$

其波形依次如图 1-5(a)、(b)、(c)所示。

例 1-4　求下列信号的微分和积分：

（1）$f(t)=\delta(t)\cos t$　　（2）$f_2(t)=\cos t\varepsilon(t)$

（3）$f_3(t)=\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)$　　（4）$f_4(t)=2(t^2-2)\delta(t-2)$

解

（1）$\frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\delta(t)\cos t]=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t}\cos t-\sin\delta(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta(t)=\delta'(t)$

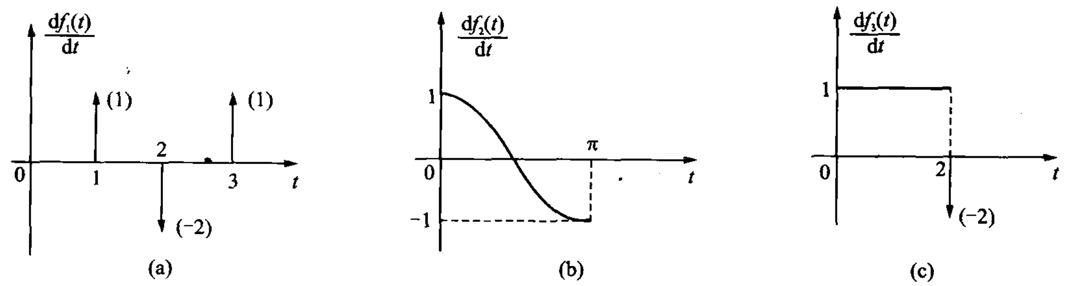


图　1-5

$$\int_{-\infty}^{t} f_1(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t} \delta(t)\cos\tau\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\varepsilon(t)$$

(2) $$\frac{\mathrm{d}f_2(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\cos t\,\varepsilon(t)]=\cos t\delta(t)-\sin t\,\varepsilon(t)=\delta(t)-\sin t\,\varepsilon(t)$$

$$\int_{-\infty}^{t} f_2(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t} \cos\tau\,\varepsilon(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{0}^{t} \cos\tau\mathrm{d}\tau=\sin t\,\varepsilon(t)$$

(3) $$\frac{\mathrm{d}f_3(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)]=-2\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)+\mathrm{e}^{-2t}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta(t)=-2\delta(t)+\delta'(t)$$

$$\int_{-\infty}^{t} f_3(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t} \mathrm{e}^{-2\tau}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)\mathrm{d}\tau=\varepsilon(t)$$

(4) $$\frac{\mathrm{d}f_4(t)}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[2(t^2-2)\delta(t-2)]=4t\delta(t-2)+2(t^2-2)\delta'(t-2)=8\delta(t-2)+4\delta'(t-2)$$

$$\int_{-\infty}^{t} f_4(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t} 2(\tau^2-2)\delta(\tau-2)\mathrm{d}\tau=2(t^2-2)\big|_{t=2}=4$$

例 1-5　已知信号 $f(5-2t)$ 的图形如图 1-6(a)所示，画出 $f(t)$ 的图形。

解　$f(5-2t)$ 是将 $f(t)$ 经过折叠、时移、展缩三种时域变换后而得到，但三种变换的次序可以是任意的，故共有六种途径，下面用其中的两种途径和方法求解。在求解过程中要特别注意冲激信号 $\delta(t)$ 的展缩变换。

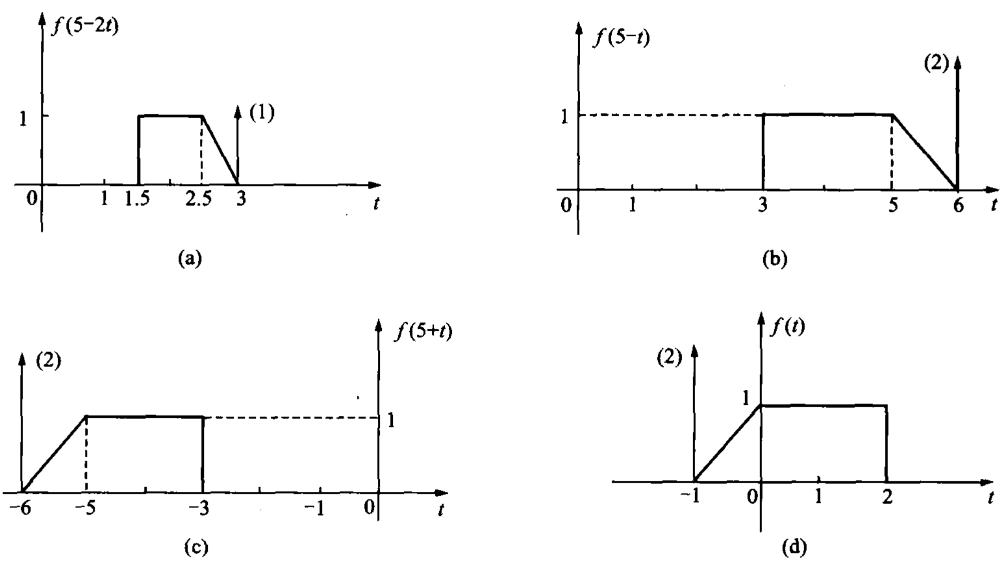


图　1-6