

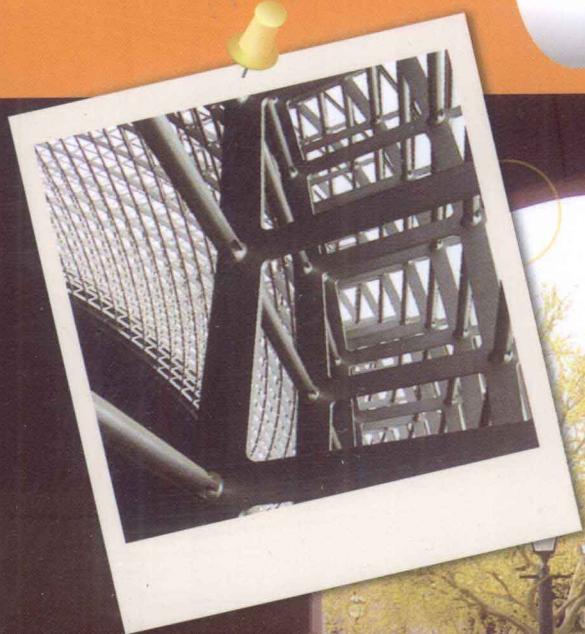


高等学校教材

工程力学

第二版

王守新 主编



化学工业出版社

高等学校教材

工 程 力 学

第二版

王守新 主编



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书分为静力学和材料力学两部分，共十三章。内容包括静力平衡方程、材料力学的基本概念、材料力学的基本变形、应力状态、强度理论、组合变形、能量法、压杆稳定、动荷问题及疲劳。本书以强调掌握力学基本概念和解决工程问题的基本方法为特点。

本书可作为高等学校工科各专业的工程力学 64 学时课程教材，亦可供工程技术人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学/王守新主编. —2 版. —北京: 化学工业出版社, 2011.8
高等学校教材
ISBN 978-7-122-11968-1

I. 工… II. 王… III. 工程力学-高等学校-教材
IV. TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 151188 号

责任编辑: 程树珍
责任校对: 徐贞珍

装帧设计: 杨 北

出版发行: 化学工业出版社 (北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)
印 装: 三河市延风印装厂
787mm×1092mm 1/16 印张 14 ¼ 字数 350 千字 2011 年 11 月北京第 2 版第 1 次印刷

购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899
网 址: <http://www.cip.com.cn>
凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 30.00 元

版权所有 违者必究

第二版前言

本书主要用作高等学校理工科本科工程力学课程教材。自本书第一版出版以来，教育部高等学校力学教学指导委员会力学基础课程教学指导分委员会对理论力学课程和材料力学课程教学基本要求作出多次讨论和修订，各高校基础力学课程教学也相继出现了新的教学需求，据此我们对教材进行了适当修订。

第二版保留了第一版的基本特色，知识点选择适当，叙述力求规范、简明、严谨、系统，例题和习题题量适中，难易适度，层次分明，为了满足部分不限于只达到教学基本要求的教学需求，本版增补了一定数量的拓展性的练习题，题号后注有星号。

本书涉及的力学的量和单位的名称、符号等均符合国家标准的规定。

参加本书修订工作的有马红艳和王守新。修订工作是大连理工大学教材出版基金资助项目之一，得到大连理工大学教务处和运载工程与力学学部积极支持，在此表示衷心感谢。

限于编者水平，本书疏漏与欠妥之处难所避免，欢迎使用本书的师生及读者批评指正。

编者

2011年6月

第一版前言

本书是基础力学课程系列教材之一，是根据高等工业学校《理论力学课程教学基本要求（70~80学时）》和《材料力学课程教学基本要求（80~90学时）》编写的，内容包括静力学和材料力学，可供70学时左右的工程力学课程选用。本书的编写注重内容的系统性和概念的完整性，全书86个例题和242个习题基本上可满足各专业的教学需要。

参加本书编写工作的有：王守新（第三、四、八、十一、十三章），关东媛（引言、第一、二、十章），李锋（第六、七、十二章），王梅年（第五、九章、附录）。全书由王守新主编。

大连理工大学郑芳怀教授对本书的编写提供了宝贵的建议。北京化工大学赵军同志对本书也提出了宝贵意见，我们在此表示由衷感谢。

限于水平，本书缺点和错误在所难免，恳请读者批评指正。

编者

1998年2月于大连理工大学

目 录

引言	1
第一章 静力平衡方程	2
第一节 力 力矩 力偶	2
第二节 约束 约束反力 受力图	4
第三节 力的投影	7
第四节 力线平移定理	9
第五节 力系的合成	9
第六节 静力平衡方程	14
习题	21
第二章 材料力学基本概念	27
第一节 材料力学的基本假设	27
第二节 杆件的基本变形形式	27
第三节 内力 截面法	28
第四节 应力	29
第五节 位移 变形 应变	29
习题	30
第三章 轴向拉伸和压缩	31
第一节 概述	31
第二节 轴力 轴力图	31
第三节 拉(压)杆横截面上的应力	32
第四节 材料在轴向拉伸(压缩)时的力学性质	33
第五节 许用应力 强度条件	37
第六节 拉(压)杆的变形 胡克定律	39
第七节 拉(压)静不定问题	42
第八节 应力集中	47
第九节 拉(压)杆连接部位的强度计算	47
习题	50
第四章 扭转	57
第一节 概述	57
第二节 扭矩 扭矩图	57
第三节 薄壁圆筒的扭转 纯剪切	59
第四节 圆轴扭转时横截面上的应力	60
第五节 圆轴扭转强度条件	62
第六节 圆轴扭转变形 刚度条件	63

第七节	扭转静不定问题	65
第八节	非圆截面杆扭转简介	66
习题		67
第五章	弯曲内力	70
第一节	概述	70
第二节	剪力和弯矩	71
第三节	剪力方程和弯矩方程 剪力图 and 弯矩图	72
第四节	弯矩、剪力与分布载荷集度之间的关系	75
第五节	平面刚架的内力图	78
习题		79
第六章	弯曲应力	82
第一节	概述	82
第二节	弯曲正应力	82
第三节	弯曲切应力	86
第四节	梁的正应力和切应力强度条件	89
第五节	非对称截面梁的平面弯曲 弯曲中心的概念	92
第六节	提高弯曲强度的措施	93
习题		96
第七章	弯曲变形	100
第一节	概述	100
第二节	挠曲线近似微分方程	100
第三节	积分法求梁的变形	101
第四节	叠加法求梁的变形	105
第五节	梁的刚度校核	109
第六节	提高弯曲刚度的措施	110
第七节	简单静不定梁	111
习题		113
第八章	应力状态分析 强度理论	116
第一节	应力状态的概念	116
第二节	平面应力状态分析	117
第三节	三向应力状态的最大应力	121
第四节	广义胡克定律	122
第五节	常用的四个古典强度理论	124
习题		129
第九章	组合变形	132
第一节	概述	132
第二节	斜弯曲	132
第三节	拉伸(压缩)与弯曲的组合	135
第四节	偏心拉伸(压缩)	137
第五节	弯曲与扭转的组合	139
习题		141

第十章 能量法	145
第一节 概述	145
第二节 杆件的应变能	145
第三节 单位载荷法 莫尔积分	148
第四节 图乘法	154
习题	157
第十一章 压杆稳定	160
第一节 概述	160
第二节 细长压杆的临界力	161
第三节 欧拉公式的适用范围	163
第四节 压杆的稳定校核	165
第五节 提高压杆稳定性的措施	166
习题	167
第十二章 动荷问题	170
第一节 概述	170
第二节 等加速直线运动和等速转动构件的应力和变形	170
第三节 冲击应力和变形	172
习题	175
第十三章 疲劳	178
第一节 交变应力	178
第二节 疲劳	179
第三节 持久极限	180
第四节 对称循环构件疲劳强度校核	181
第五节 提高构件疲劳强度的措施	181
习题	182
附录 I 截面图形的几何性质	183
第一节 静矩和形心	183
第二节 惯性矩 惯性积	185
第三节 平行移轴公式	188
第四节 转轴公式 主惯性轴	190
第五节 组合截面图形的形心主惯性矩	193
习题	194
附录 II 型钢表	196
部分习题答案	208
参考文献	219

引 言

工程结构和机械是由若干构件组成的。在机械力（简称力）的作用下，只有每一个构件都正常工作，才能保证结构和机械整体正常工作。因此工程力学的研究对象是一个个的构件，主要是杆件。

作用在物体上的一组力称为一个力系。物体在力系的作用下相对惯性参考系（通常为地球）静止或匀速直线运动，称为处于平衡状态，力系称为平衡力系。工程力学主要研究平衡的工程结构和机械。

力系作用到物体上会引起两种效应：一种是引起物体机械运动状态改变，称为外效应，平衡是外效应中的特殊情况；另一种是引起物体变形，称为内效应。

工程力学包含两部分内容：静力学和材料力学。

静力学研究力的外效应中的平衡规律，其主要内容有力系的简化和平衡方程。力系的简化是用简单力系等效代替复杂力系，这需把研究对象视为刚体，即不变形的物体。当物体变形很小或变形对所研究问题无实质性影响时，可将其抽象为刚体。本书第一章为静力学的主要内容。

材料力学研究力的内效应，这时应把研究对象看成变形体。其主要内容为研究杆件正常工作所需满足的力学条件，这些条件包括强度、刚度和稳定性等条件。

强度是指构件抵抗破坏的能力。构件在力的作用下可能断裂或发生显著不可恢复的变形，这二者都属于破坏，构件应具有足够的强度以防止发生破坏。

刚度是指构件抵抗变形的能力，这里变形包括构件尺寸改变和形状改变。有些构件对变形有一定要求，如机床主轴变形过大会降低加工精度，车辆弹簧变形过小起不到缓冲作用。这类构件除了应满足强度要求外，还应具有适当的刚度，以把变形控制在设计范围之内。

稳定性是指构件维持原有平衡形式的能力，或平衡形式的抗干扰能力。轴向受压直杆压力过大时，任何微小干扰都会破坏它的平衡形态，这是不允许的。这类构件应具有足够的稳定性以防止干扰带来的损害。

材料力学的任务是研究杆件的强度条件、刚度条件和稳定性条件，为经济合理地设计杆件提供基本理论和方法。

材料力学中，实验方法占有重要地位。理论的建立和验证，材料性能的研究，以及理论尚未解决的问题等，都要通过实验方法解决。因此，研究材料力学问题，理论研究和实验分析二者不可缺一。

第一章 静力平衡方程

第一节 力 力矩 力偶

一、力的形式

作用在物体上的力按作用方式可分成两类：体积力和表面力。连续分布在物体内部各点的力是体积力，如重力、磁力等。作用在物体边界面上的力是表面力，如齿轮啮合力、水闸受到的水压力等。

当力的作用面面积很小时，可以简化为作用在一点上的一个力，称为集中力，用一条有向线段表示，如图 1-1(a)，单位为牛顿 (N) 或千牛顿 (kN)。力的作用范围比较大时称为分布力。体积力和表面力都可以简化为分布力。均质长杆的自重可以简化为作用在轴线上的分布力，称为线分布力，其大小用分布力集度 $q(x)$ (单位长度上的力) 表示，如图 1-1(b)，单位为千牛/米 (kN/m)。 $q(x)$ 是常数时称为均布力，或均布载荷，如图 1-1(c)。图 1-1(d) 是水闸受到静水压力作用时线分布力的简化图。容器受内压力作用，内压力可简化为面分布力，用 p 表示，如图 1-1(e)，单位为牛顿/米² (N/m²)。

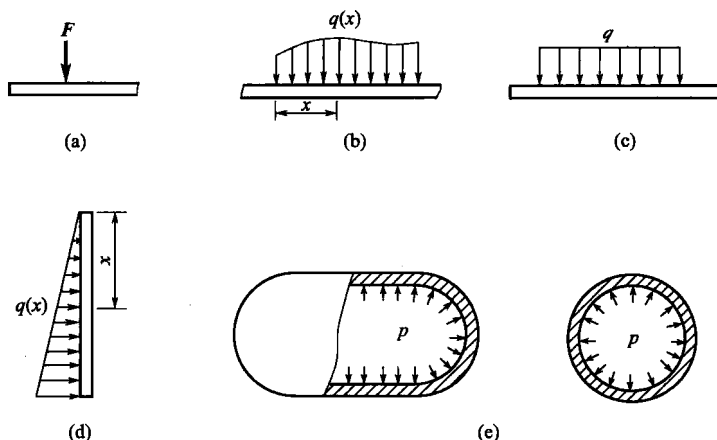


图 1-1

力是矢量，其运算符合矢量代数运算法则。本书中力的符号如 F 、 q 等只表示力的大小，力的方向和力的作用点则在图上表示。

二、力矩

作用在自由体上的一个力一般会引起物体移动和转动，如图 1-2。作用在有固定支点的物体上的力会引起物体绕支点转动，如图 1-3。平面问题中，力 F 对物体产生的绕某点 O 的转动效应的大小，与力 F 的大小成正比，与 O 点到力 F 作用线的垂直距离 d 成正比 (图 1-2，图 1-3)。因此可用乘积 Fd 来度量力 F 使物体绕 O 点的转动效应，称为力 F 对 O 点之

矩, 简称力矩, 记为 $M_O(F)$, 即

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1.1-1)$$

O 点称为力矩中心, 简称矩心; d 称为力臂, 力 F 使物体绕矩心 O 逆时针转动时力矩为正, 顺时针为负。力矩的单位是牛顿米 ($N \cdot m$) 或千牛顿米 ($kN \cdot m$)。

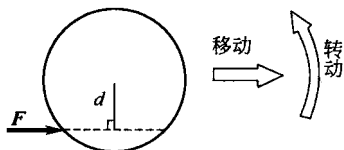


图 1-2

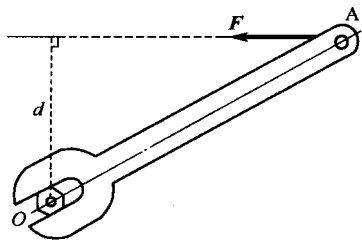


图 1-3

力的作用线通过矩心时, 力矩为零。

空间问题中物体是绕着某个轴转动的, 称为定轴转动。推门时作用在门上的力 F 可按平行四边形法则分解为两个力: 平行于转动轴 z 的分力 F_z 和垂直于 z 轴的分力 F' , 如图 1-4(a)。其中 F_z 对门没有转动效应, 因此, 力 F 引起的门的转动效应, 取决于其分力 F' 。将力 F' 对 O 点之矩定义为力 F 对 z 轴之矩以度量力 F 产生的绕 z 轴的转动效应, 记为 $M_z(F)$, 即

$$M_z(F) = M_O(F') = \pm F'd \quad (1.1-2)$$

O 为通过力 F 的作用点垂直于 z 轴的平面与 z 轴的交点, d 为力 F' 对 O 点的力臂。正负号可用右手螺旋法则判定: 右手四指沿分力 F' 的指向握住 z 轴, 拇指与 z 轴正向一致时力矩取正号, 反之为负, 见图 1-4(b)。

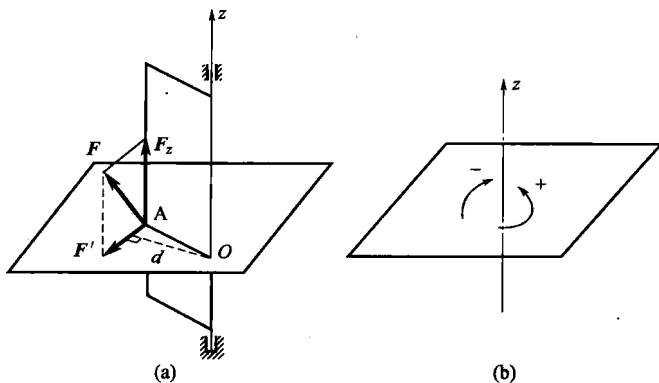


图 1-4

力 F 的作用线与 z 轴共面 (平行或相交) 时, 力对 z 轴的矩为零。

三、力偶

作用在同一物体上等值、反向、不共线的两个力称为力偶 (图 1-5), 记为 (F, F') 。两个力所在平面称为力偶作用面, 两力作用线的距离 d 称为力偶臂。双手操纵方向盘, 拧水龙头等, 都可以近似看作力偶作用。

力偶对刚体只产生转动效应, 没有移动效应, 这与一个力单独作用时是不同的。因此, 力偶不能与一个力等效, 也就不能与一个力平衡。

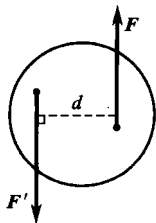


图 1-5

力偶的转动效应分别与力偶中力 F 的大小、力偶臂 d 的大小成正比, 与力偶的作用面也有关。因此可用乘积 Fd 来度量力偶的转动效应, 称为力偶矩, 记作 $M(F, F')$ 或简记为 M , 即

$$M = M(F, F') = \pm Fd \quad (1.1-3)$$

平面问题中, 力偶中两力逆时针转向取正号, 顺时针取负号。力偶矩的单位是牛顿米 ($\text{N} \cdot \text{m}$) 或千牛顿米 ($\text{kN} \cdot \text{m}$)。

力偶的三要素为: 力偶矩的大小、转向和作用面。无论力偶中两力的大小、方向、作用点以及力偶臂 d 在力偶作用面内如何变动, 只要力偶矩的大小和转向保持不变, 力偶对刚体的转动效应就不变, 如图 1-6(a)、(b)。因此在力偶作用面内可像图 1-6(c) 或图 1-6(d) 那样表示力偶, 其中 M 表示力偶矩的大小, 箭头表示力偶转向, 而不必再细究力和力偶臂的具体情况。

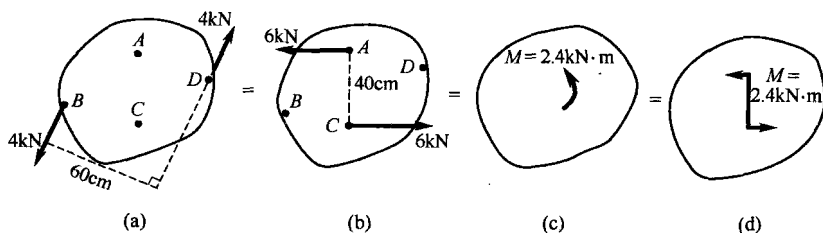


图 1-6

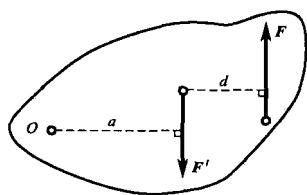


图 1-7

力偶对其作用面内任一点 O 的力矩, 为力偶中两力对该点力矩的代数和。从图 1-7 可求出此代数和为

$$M_O(F) + M_O(F') = F(a + d) - F'a = Fd = M(F, F')$$

因此, 力偶中两力对力偶作用面内任一点力矩的代数和是个常数, 这个常数就是该力偶的力偶矩。

综上所述, 描述作用在物体上的力有三种基本形式: 集中力、分布力和力偶。

第二节 约束 约束反力 受力图

工程中的物体一般都与其他物体相联系, 其运动 (包括平移和转动) 也自然受到其他物体的限制。当选定一部分物体作为研究对象以后, 那些限制研究对象运动的物体就称为该研究对象的约束。例如支座是桥梁的约束, 轴承是转动轴的约束, 起重钢索是起重物的约束等。约束对物体的作用力称为约束反力, 简称反力。约束反力的作用点是物体与约束的接触点, 约束反力的方向则与它所能阻碍的物体运动方向相反。常见的典型平面约束有以下几种。

1. 柔索约束

柔索的特点是只能承受拉力, 不能承受压力或抵抗弯曲, 如绳子、链条等。柔索只能限制物体沿柔索伸长方向的运动, 所以柔索约束反力为沿着其中心线而背离物体的拉

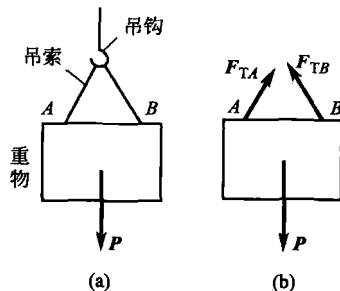


图 1-8

力,如图 1-8 所示吊索对重物的反力 F_{TA} 和 F_{TB} 。

2. 光滑接触面约束

当忽略摩擦时,两物体之间的接触面就可视为光滑的。光滑接触面约束只能限制物体沿接触面公法线方向的运动,所以约束反力应通过接触点并沿着该点的公法线指向研究对象,如图 1-9 中的反力 F_N , F_{NA} , F_{NB} , F_{NC} 等。

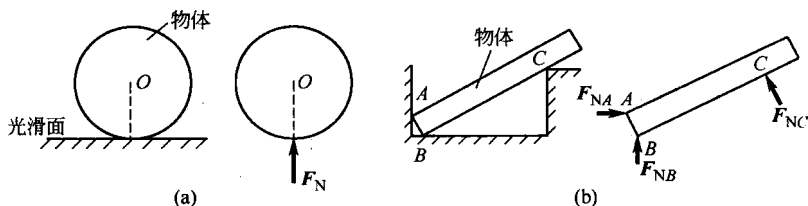


图 1-9

3. 光滑铰链约束、固定铰支座、可动铰支座

圆柱形铰链简称圆柱铰,或中间铰,它是用销钉 C 将 A 、 B 两个构件连接在一起而成,见图 1-10(a)。当忽略摩擦时,销钉只限制两构件的相对移动,而不限制相对转动。具有这样性质的约束称为光滑铰链约束。图 1-10(b) 为其简图。

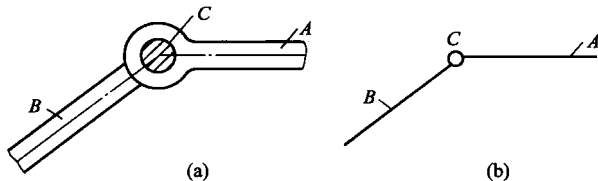


图 1-10

用圆柱铰把构件与底座连接起来,就构成铰支座。如果将铰支座固定在支承面上,则称为固定铰支座。这种支座的

约束特点是构件只能绕销钉中心线转动而不能移动。销钉给予构件的约束反力 F 应沿二者接触面在接触点的公法线方向且通过销钉的中心,见图 1-11(a),由于接触点的位置尚不能确定,故反力 F 的方向不确定。一般可用 F 的两个正交的分量 F_x 和 F_y 来表示。图 1-11(b) 是固定铰支座及其反力的简图。

如果铰支座通过滚柱放置在支承面上,则称为可动铰支座,其约束特点是只能限制构件产生垂直于支承面的移动。所以约束反力 F 应垂直于支承面并通过销钉中心,如图 1-12 是可动铰支座及其反力的简图。

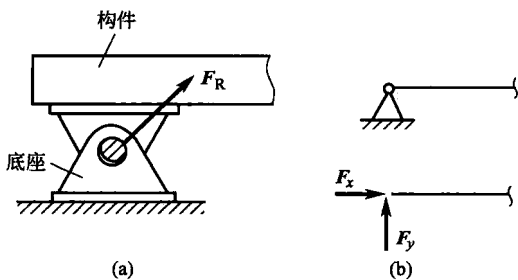


图 1-11

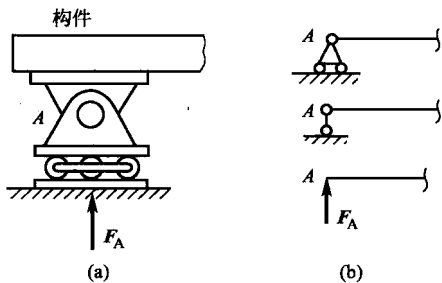


图 1-12

4. 固定端

约束把物体牢牢地固定,使其不能产生任何相对运动,这种约束称为固定端。固定端既限制物体任意方向的移动,又限制转动,因此约束反力有三个分量:限制移动的反力 F_{Ax} ,

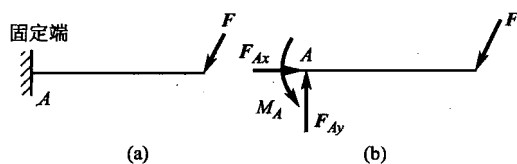


图 1-13

F_{Ay} 与限制转动的反力偶 M_A (图 1-13)。

支座的约束反力简称为支反力。物体除受约束反力作用外, 还受到像重力、推力、动力等力的作用, 这些力可统称载荷。和约束反力不同的是, 载荷能主动改变物体的运动状态, 而约束反力则无此作用。载荷是主动作用在物体上的力, 其大小和方向一般可预先给定, 称为主动力。物体受到载荷作用后才会产生约束反力, 因此约束反力是被动力, 其大小一般是未知的, 方向 (或作用线) 可根据约束的特点确定。

解决力学问题首先要求选取研究对象, 把它从与其有联系的物体中分离出来 (此过程称为取分离体), 然后逐个分析分离体所受的全部载荷与约束反力 (此过程称为受力分析), 最后把这些载荷与约束反力画在分离体上, 所得图形称受力图。画受力图是解决工程力学问题的一个重要步骤, 对此应有足够的重视。

【例 1-1】 梁 AB 两端为铰支座, 在 C 处受荷载 F 作用如图 1-14(a)。不计梁的自重, 试画出梁的受力图。

解 取 AB 梁为研究对象, 画其受力图, 见图 1-14(b)。

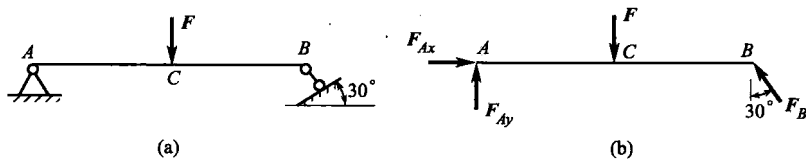


图 1-14

【例 1-2】 试画出图 1-15(a) 所示装置中下列物体的受力图: (1) 滑轮 B ; (2) 斜杆 CD ; (3) 横梁 AB (均不考虑自重)。

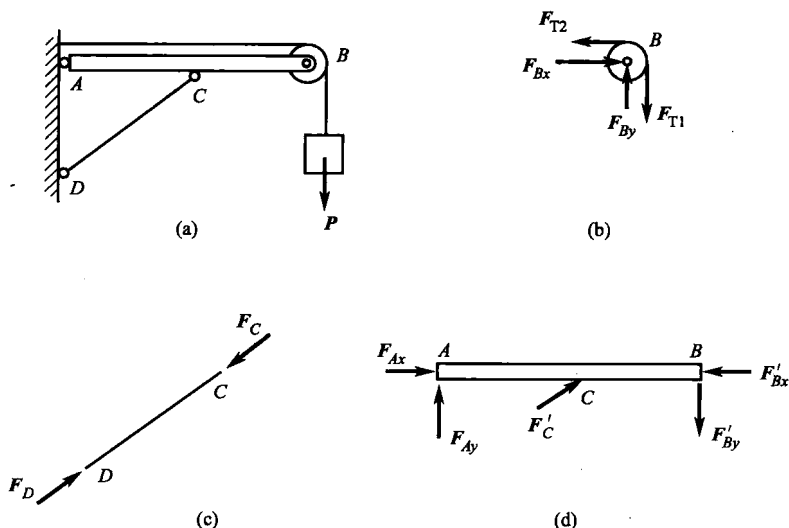


图 1-15

解 (1) 画滑轮 B 的受力图。

滑轮上带有一小段绳子, 见图 1-15(b)。滑轮所受的力有绳的拉力 F_{T1} 和 F_{T2} 以及滑轮轮轴 (相当于圆柱铰) 的约束反力 F_{Bx} 和 F_{By} 。

(2) 画斜杆 CD 的受力图。

见图 1-15(c)。 CD 杆仅在 C 、 D 两点受力而平衡, 所以它两端的约束反力作用线必然通过 C 、 D 两点的连线, 这样的杆称为二力杆。

(3) 画横梁 AB 的受力图。

见图 1-15(d)。 AB 梁的 B 端受到滑轮对它的作用力 F'_{Bx} 和 F'_{By} (分别与滑轮受的力 F_{Bx} 和 F_{By} 互为作用力与反作用力), C 处受到斜杆 CD 的约束反力 F'_C (与 CD 杆受的力 F_C 互为作用力与反作用力)。

第三节 力的投影

一、力的投影概念

从力向量 F 的始末端 A 、 B 分别向 x 轴作垂线得垂足 a 、 b , 线段 ab 称为力 F 在 x 轴上的投影, 用 F_x 表示 (图 1-16), x 轴称为投影轴。若力 F 的指向与 x 轴正向的夹角为 α , 则

$$F_x = F \cos \alpha$$

力在轴上的投影是代数量, 其正负号可直观判断: 从 a 到 b 与 x 轴正向一致时投影为正, 如图 1-16(a), 相反为负, 如图 1-16(b)。

力在相互平行的轴上的投影是相同的, 因此计算力在某轴上的投影时, 可将此轴平移到通过该力作用点的位置, 如图 1-16 中将 x 轴平移到 x' 轴, 这样可使计算得到简化。

如果将投影轴 x 换成一个平面 (称为投影面), 则线段 ab 称为力 F 在平面上的投影, 记为 F' , 且 $F' = F \cos \alpha$, α 为力 F 与平面间的夹角 (见图 1-17)。

力在平面上的投影是个向量。

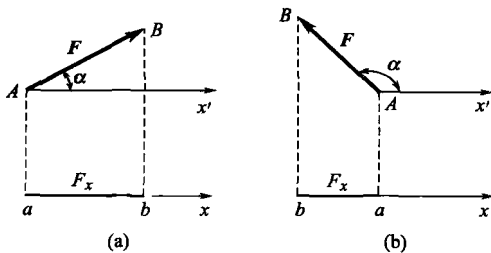


图 1-16

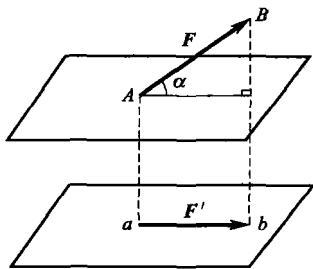


图 1-17

二、力在直角坐标轴上的投影

将空间坐标轴平移到力 F 的起点 A [图 1-18(a)], 设力 F 与 x 、 y 、 z 轴正向的夹角分别为 α 、 β 、 γ (称为方向角), 则力 F 在 x 、 y 、 z 轴上的投影分别为

$$\begin{cases} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = F \cos \beta \\ F_z = F \cos \gamma \end{cases} \quad (1.3-1)$$

$\cos \alpha$ 、 $\cos \beta$ 、 $\cos \gamma$ 称为力 F 的方向余弦, 它们满足关系

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad (1.3-2)$$

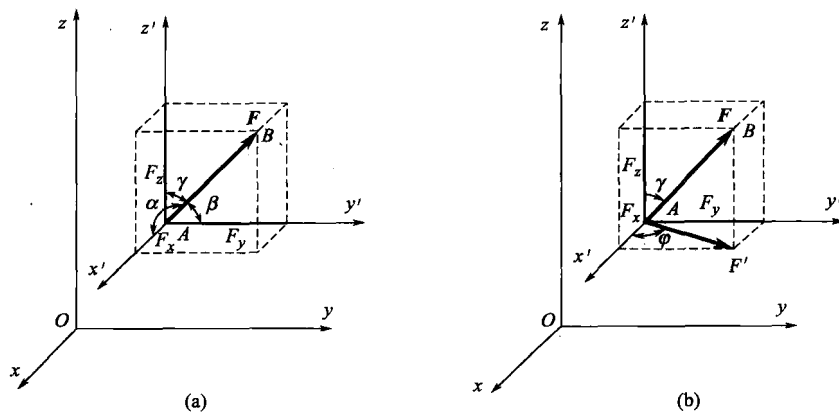


图 1-18

计算力在空间坐标轴上的投影也可用二次投影法。先将力 F 向 $Ax'y'$ 平面投影得 $F' = F \sin \gamma$ [图 1-18(b)], 再将 F' 向 x' 、 y' 轴上投影, 于是

$$\begin{cases} F_x = F \sin \gamma \cos \varphi \\ F_y = F \sin \gamma \sin \varphi \\ F_z = F \cos \gamma \end{cases} \quad (1.3-3)$$

如果已知力 F 在坐标轴上的投影 F_x 、 F_y 、 F_z , 则力 F 的大小和方向可由下式确定

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ \cos \alpha = F_x / \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ \cos \beta = F_y / \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \\ \cos \gamma = F_z / \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \end{cases} \quad (1.3-4)$$

这样力向量 F 与其投影 F_x 、 F_y 、 F_z 之间就建立了对应关系, 力之间的向量运算便可简化为它们投影之间的代数量运算。

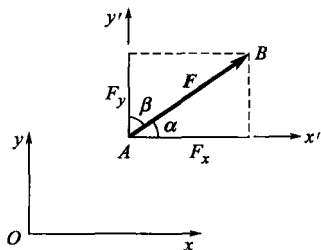


图 1-19

平面问题中 (图 1-19) 力与投影之间的关系可得到简化。已知力 F 的大小和方向角 α 、 β , 则它在 x 、 y 轴上的投影为

$$\begin{cases} F_x = F \cos \alpha \\ F_y = F \cos \beta \end{cases} \quad (1.3-5)$$

若已知力的投影 F_x 、 F_y , 则力的大小与方向为

$$\begin{cases} F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} \end{cases} \quad (1.3-6)$$

如果将力 F 沿直角坐标轴 x 、 y 、 z 分解, 分力 F_x 、 F_y 、 F_z , 的值分别与力 F 在 x 、 y 、 z 轴上的投影 F_x 、 F_y 、 F_z 值相等。

三、合力投影定理

如果一个力的作用效应与一个力系的作用效应完全相同, 这个力就称为该力系的合力, 该力系中的各个力称为这个合力的分力。由向量代数可知, 合力在某轴上的投影等于各分力

在同一轴上投影的代数和。这个关系称为合力投影定理。

第四节 力线平移定理

设力 F 作用在刚体上 A 点, 见图 1-20(a)。在刚体上任一点 O 加上等值、反向、共线的两个力 F' 和 F'' , 并使 F' 和 F'' 的大小与力 F 相等, 作用线与力 F 平行, 见图 1-20(b), 这时力系对刚体的作用效应不会改变。显然, 力 F 与 F'' 组成一个力偶 (F, F'') , 称为附加力偶, 其力偶臂为 d 。于是原来作用在 A 点的力 F , 可以由一个作用在 O 点的与力 F 相等的力 F' 和一个附加力偶 (F', F'') 代替, 如图 1-20(c)。

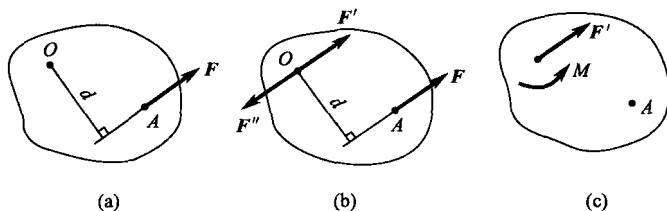


图 1-20

由于附加力偶矩为

$$M = \pm Fd$$

原力 F 对 O 点的矩也为

$$M_O(F) = \pm Fd$$

所以附加力偶的力偶矩等于原力对新作用点的矩, 即

$$M = M_O(F)$$

这就得到力线平移定理:

作用在刚体上的力 F 可以平行移动到刚体上任一点, 但同时必须附加一个力偶, 其力偶矩等于原力 F 对新作用点的矩。

根据力线平移定理, 刚体上一点 O 作用一个力 F' 和一个力偶时 [例如图 1-20(c)], 可以合成为一个合力 F , 如图 1-20(a), 合力的大小和方向与该力 F' 相同, 合力对 O 点之矩等于该力偶的力偶矩。

第五节 力系的合成

研究一个力系对刚体的作用效应, 可以先对力系进行简化, 得到一个与原力系作用完全等效的简单力系 (这个过程称为力系的合成), 然后再对此简单力系进行研究, 从而确定原力系对刚体的作用效应。

一、平面力系的合成

各力作用线位于同一平面内的力系称为平面力系。设刚体上作用平面力系 $F_1, F_2, \dots, F_n$, 如图 1-21(a)。在该力系作用平面内任选一点 O (称为简化中心), 将各力平移到 O 点, 根据力线平移定理, 得到一个作用线汇交于 O 点的汇交力系 $F'_1, F'_2, \dots, F'_n$ 和一个附加力偶系如图 1-21(b), 其力偶矩分别为原力系中各力对 O 点之矩, 即 $M_1 = M_O(F_1), M_2 = M_O(F_2), \dots, M_n = M_O(F_n)$ 。此汇交力系和附加力偶系与原力系等效。