

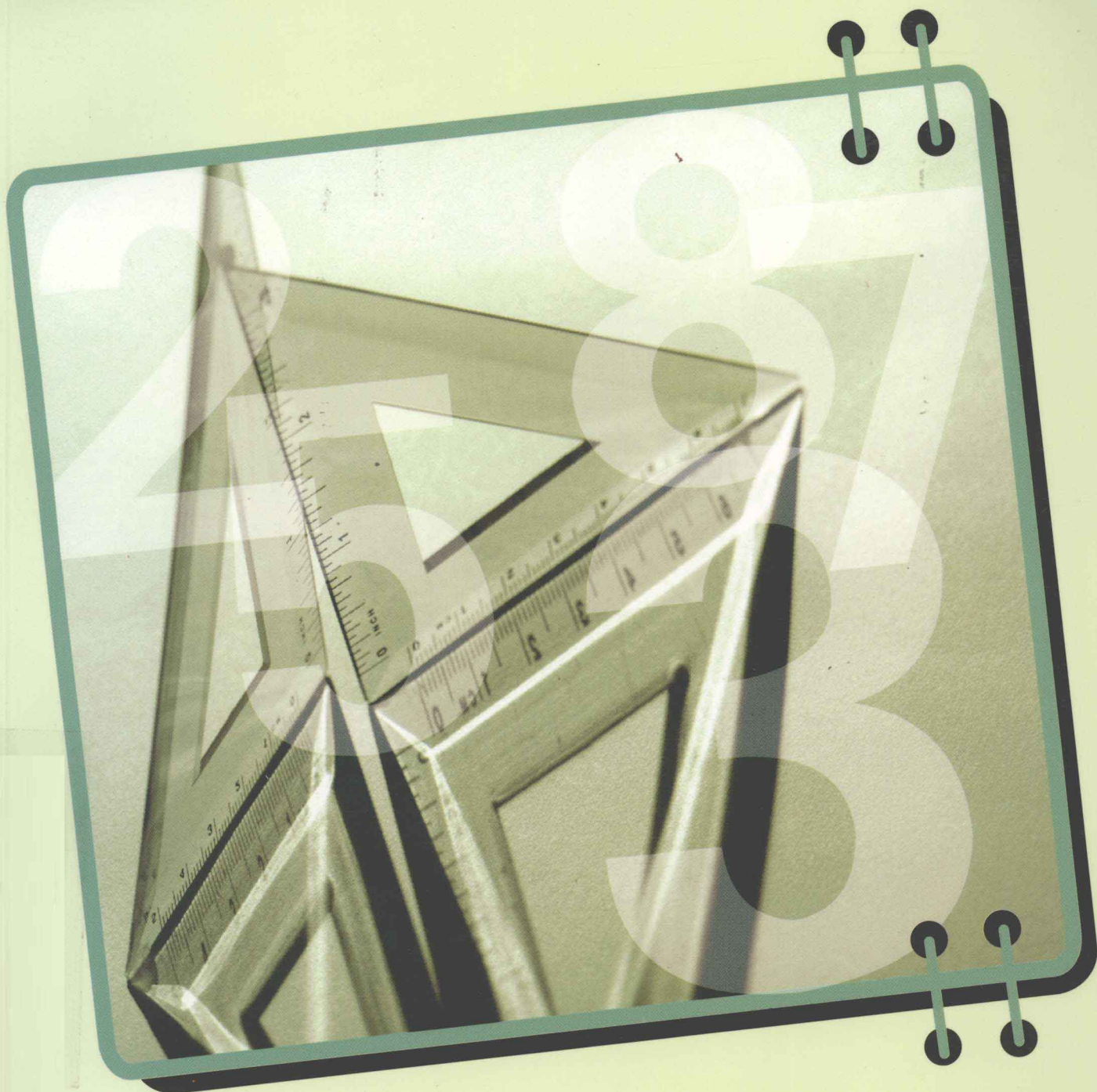


复旦卓越·全国学前教育专业系列

# 数学

## (三)

总主编 孔宝刚  
执行主编 樊亚东



复旦大学出版社

[www.fudanpress.com.cn](http://www.fudanpress.com.cn)

# 数 学

## (三)

总 主 编 孔宝刚

执 行 主 编 樊亚东

本 册 主 编 孔宝刚

本册编写人员 (按姓氏笔画排列)

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| 孔宝刚 | 王健蓉 | 龙建秋 | 乔 云 |
| 汤小如 | 许文龙 | 肖三九 | 赵永光 |
| 樊亚东 | 戴 琛 |     |     |



**图书在版编目(CIP)数据**

数学(三)/孔宝刚总主编. —上海:复旦大学出版社,2005.8  
(复旦卓越·全国学前教育专业系列)  
ISBN 978-7-309-05560-3

I. 数… II. 孔… III. 数学-幼儿师范学校-  
教材 IV. 01

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 081688 号

**数学(三)**

孔宝刚 总主编

---

出版发行 复旦大学出版社 上海市国权路 579 号 邮编 200433  
86-21-65642857(门市零售)  
86-21-65100562(团体订购) 86-21-65109143(外埠邮购)  
fupnet@fudanpress.com http://www.fudanpress.com

---

责任编辑 黄 乐

总 编 辑 高若海

出 品 人 贺圣遂

---

印 刷 上海第二教育学院印刷厂

开 本 890 × 1240 1/16

印 张 9.5

字 数 281 千

版 次 2005 年 8 月第一版第一次印刷

印 数 1—4 100

---

书 号 ISBN 978-7-309-05560-3/O · 397

定 价 18.00 元

---

如有印装质量问题,请向复旦大学出版社发行部调换。

版权所有 侵权必究

## 内 容 提 要

本册书是高等幼儿师范学校学前教育专业数学课程教材的第三册(全部教材共三册)。内容主要包括算法、排列与组合、概率与统计、复数和导数等。本书首先介绍了算法的含义、流程图和基本的算法语言,接着介绍了概率论的初步知识以及数理统计的基本方法,最后介绍了复数和导数的概念及其简单的应用。通过本册书的学习,读者能体会数学与生活的密切联系,感悟数学是研究现代科学技术必不可少的工具,从而进一步提高数学思维的品质和应用数学的能力。

本书适合作为各类高等幼师、师范院校学前教育系的数学文化基础课教材。

## 丛书编审委员会

主 任 孟献忠

副主任 张昭济 陈志超 张永彬

委 员(按姓氏笔画排列)

王向东 王建平 王素珍 王莉娅 孔宝刚

由显斌 刘仁生 麦少美 杨丽华 张兰英

张加蓉 张宝臣 张祥华 陈代伟 陈雅芳

罗 峰 周玉衡 周 兢 姜亚林 洪 维

贺永琴 秦明华 秦金亮 贾任兰 夏 力

高云庆 郭亦勤 唐国光 黄景玉 薛宝林

# 总 序

1903 年是中国人独立设置幼稚园的开端,为促进幼儿教育的发展,幼儿师范教育也走上中国教育的大舞台。幼儿师范教育诞生初期,师资、课程、教材均借鉴于国外,但前辈幼师人从未停止过中国化、科学化幼师教育的探索,他们的不懈努力成为我们今天最宝贵的精神财富。

新中国成立以后,幼儿师范教育获得了新生,一批独立设置的幼儿师范学校逐步成为培养幼儿教师基地,特别是《幼儿师范学校教学计划》的颁布,使新生的幼师教育在课程和教材领域开始走向规范化。经历了“文化大革命”大风暴之后,幼儿师范教育再次焕发青春。20 世纪 80 年代中期,国家教委审定并出版了全国幼儿师范学校通用教材和培训教材,为恢复和发展幼儿师范教育,规范幼教师资培养、培训规格和标准,起到了重要的指导作用。

进入新世纪以来,学前教育越来越受到全社会的重视,幼教师资学历层次上移成为大趋势,幼儿师范教育也基本完成从三级师范向二级师范的过渡,大部分三年制幼儿师范学校或改为五年制,或并入高师设置学前教育系,原有的教材体系已不能适应办学要求,而适应专科层次幼儿师范教育新发展的教材体系成了“空白点”。正是由于新教材的空缺,使得相当一部分学校只能沿用旧教材,或选择高师本科教材,甚至采用小学教育专业或高中教材,而这显然不符合幼儿师范教育发展的自身规律和培养目标。教材问题成为制约幼儿师范教育培养目标实现的一个“瓶颈”。

教材是实施课程标准的基本工具。在基础教育课程改革的大背景下,我们对于教材功能的认识已发生深刻变革,教材不是“规范”和“控制”教学的工具,“为教学服务”是对其根本功能的重新定位。教材既承载知识和技能,更渗透思维方法的给予、认知结构的优化、实践能力的形成和创新精神的培养。在幼儿师范教育实现大专化的进程中,适时编写出版一套代表学前教育发展方向,体现幼教新理念、新思维和反映课程改革新成果的幼师系列教材,无疑将会为新时代的幼儿师范教育注入新的活力。

2003 年,正值中国幼儿教育百年庆典,一批长期工作在第一线的幼儿师范教育工作者,共聚上海,商讨教材建设问题,并达成编写五年制幼师新教材的意向。2004 年,这一意向受到复旦大学出版社有关领导和专家的重视,并得到国家教育部师范司有关领导的大力支持,来自全国近三十所高师学前教育系、幼儿师范学校的专家、学者和教师,再一次聚会上海,在研讨课程标准的基础上,正式确定了新教材的编写工作。

2005 年夏,第一批教材正式出版发行。我们希望这一套教材的出版,能成为新世纪为探索幼儿师范教育中国化、科学化,并逐步与国际接轨的一次有益尝试。课程改革,教材先行,希望能够有更多的人参与和重视幼儿师范教育,有更多的新教材问世,使我们的教材体系呈现多样化的特点,为幼师教育改革与发展,为中国幼教事业走向辉煌增色添彩。

“全国学前教育专业系列教材”编审委员会

2005 年 6 月

# 前 言

随着我国幼儿师范教育体制改革的不断深入,我国大部分中等幼儿师范学校已升格为专科学校,编写一套具有时代特征并且针对性较强的学前教育数学教材,就显得十分迫切和必要,因此我们组织编写了这一套学前教育数学教材。

本教材共分三册,每学年一册。教材的内容汲取国内外先进的数学教育思想、教育观念和教育方法,融合国家教育部《普通高中数学课程标准(实验)》的精神,贴近学前教育专业的目标与要求,体现学前教育专业数学课程的基本理念,突出数学基础知识和技能的系统性、科学性、示范性和实用性,旨在帮助学生认识数学的科学价值、文化价值和应用价值,并获得适应现代生活、胜任幼儿教育和未来发展所需要的数学素养。

教材具有以下几个主要特点:

1. 注重内容的基础性和系统性。教材在内容安排上突出知识和技能的基础性,在数学理论、方法、思想上体现了与时俱进的“双基”内涵,改变了“繁、难、偏、旧”状态,增加了符合时代要求的新的基础知识和基本技能。教材按知识发展、问题背景、思想方法、数学理论、简单应用等主要环节逐步展开,通过问题将知识贯通。

2. 注重理论与实践相结合。教材充分关注数学与自然、生活、科技、文化等多门学科的联系,力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验密切联系的背景中,感受数学思想、建立数学模型、运用数学方法;在知识的发展与运用过程中,培养学生的思维能力、创新意识和应用意识,让学生感受到数学与外部世界是息息相关、紧密相连的。

3. 突出选择性和针对性。教材在内容安排上分必学内容和选择性内容两部分(章节前面有\*为选择性内容),充分考虑不同地区、不同学生的需求,为学生的不同发展提供了一定的选择空间,也为教师的教学留有一定的余地。另外,针对培养的学生是未来从事幼儿教育的实际,在每章内容安排上都有针对性地插入适量的“习题课”,以进行知识巩固练习和技能练习,提高学生的基本技能。

4. 教材编写结构新颖。全书主要按“问题背景→意义建构→思想方法→数学理论→实际应用→小结回顾”的呈现方式进行组织和编写,内容通俗易懂,特别重视知识与方法的发生过程,选题的起点虽低,但注重本质且形式多样,易于教,也易于学。

本教材在编写过程中,经过了专家的反复论证和编写人员的多次修改,并得到了参编学校领导的大力支持及有关专家的帮助,在此表示感谢。由于时间有限,难免有错误和不当之处,敬请各位专家、同行给予指正。

编 者

2005年7月

复旦大学出版社向使用本社《数学(三)》作为教材进行教学的教师免费赠送教学光盘,该光盘含有每道练习的答案,同时赠送整本书的电子文档以便制作教学课件. 欢迎完整填写下面表格来索取光盘.

教师姓名: \_\_\_\_\_

任课课程名称: \_\_\_\_\_

任课课程学生人数: \_\_\_\_\_

联系电话: (O) \_\_\_\_\_ (H) \_\_\_\_\_ 手机: \_\_\_\_\_

e-mail 地址: \_\_\_\_\_

所在学校名称: \_\_\_\_\_ 邮政编码: \_\_\_\_\_

所在学校地址: \_\_\_\_\_

学校电话总机(带区号): \_\_\_\_\_ 学校网址: \_\_\_\_\_

系名称: \_\_\_\_\_ 系联系电话: \_\_\_\_\_

每位教师限赠送光盘一个。

邮寄光盘地址: \_\_\_\_\_

邮政编码: \_\_\_\_\_



请将本页完整填写后,剪下邮寄到上海市国权路 579 号

复旦大学出版社黄乐收

邮政编码: 200433      联系电话: (021)55522880

# 目 录

## 第一章

### 算法初步 / 1

- 1.1 算法的含义 / 2
- 1.2 流程图 / 6
  - 1.2.1 顺序结构 / 7
  - 1.2.2 选择结构 / 8
  - 1.2.3 循环结构 / 11
- 1.3 基本算法语句 / 15
  - 1.3.1 赋值语句、输入输出语句 / 15
  - 1.3.2 条件语句 / 19
  - 1.3.3 循环语句 / 21
- 1.4 习题课 / 24
- 小结 / 27

## 第二章

### 排列与组合 / 29

- 2.1 分类计数原理和分步计数原理 / 30
- 2.2 排列 / 34
- 2.3 习题课 1 / 39
- 2.4 组合 / 42
  - 2.4.1 组合及组合数公式 / 42
  - 2.4.2 组合数的两个性质 / 46
- 2.5 习题课 2 / 49
- \* 2.6 二项式定理 / 52
  - 2.6.1 二项式定理 / 52
  - 2.6.2 杨辉三角 / 54
- 2.7 习题课 3 / 56
- 小结 / 58

## 第三章

### 概率与统计 / 61

- 3.1 概率 / 62
  - 3.1.1 随机事件的概率 / 62
  - 3.1.2 古典概型 / 65
  - 3.1.3 互斥事件有一个发生的概率 / 68
  - 3.1.4 相互独立事件同时发生的概率 / 72
  - \* 3.1.5 独立重复试验 / 74
- 3.2 统计 / 77
  - 3.2.1 抽样方法 / 77

|       |              |
|-------|--------------|
| 3.2.2 | 总体分布的估计 / 81 |
| 3.3   | 习题课 / 87     |
|       | 小结 / 90      |

## 第四章

### 数系的扩充与复数 / 93

|       |               |
|-------|---------------|
| 4.1   | 复数的概念 / 94    |
| 4.2   | 复数的运算 / 97    |
| 4.2.1 | 加法和减法运算 / 97  |
| 4.2.2 | 乘法和除法运算 / 98  |
| 4.3   | 复数与向量 / 101   |
| * 4.4 | 复数的三角形式 / 104 |
| 4.5   | 习题课 / 107     |
|       | 小结 / 110      |

## 第五章

### 导数及其应用 / 113

|       |                   |
|-------|-------------------|
| 5.1   | 导数 / 114          |
| 5.1.1 | 导数的背景 / 114       |
| 5.1.2 | 导数 / 115          |
| 5.1.3 | 导数的几何意义 / 116     |
| 5.2   | 导数的运算法则 / 118     |
| 5.2.1 | 几个常见函数的导数公式 / 118 |
| 5.2.2 | 导数的运算法则 / 119     |
| 5.3   | 函数的单调性与极值 / 121   |
| 5.3.1 | 函数的单调性 / 121      |
| 5.3.2 | 极大值与极小值 / 122     |
| 5.3.3 | 最大值和最小值 / 123     |
| 5.4   | 习题课 / 126         |
|       | 小结 / 128          |

## 附 录

|        |       |
|--------|-------|
| 阅读材料 1 | / 130 |
| 阅读材料 2 | / 131 |
| 阅读材料 3 | / 132 |

## 本书常用符号

/ 134

## 随机数表

/ 135

# 第一章 算法初步

- 1.1 算法的含义
- 1.2 流程图
- 1.3 基本算法语句
- 1.4 习题课
- 小结

随着现代信息技术飞速发展,计算机已经成为人们日常生活和工作必不可少的工具.那么,计算机是怎样工作的呢?要想弄清这个问题,首先要学习算法.算法思想已经成为现代人应该具备的一种数学素养.

在本章中,我们将结合对具体数学实例的分析,学习算法的概念和流程图,理解算法的基本结构、基本算法语句,体会算法的基本思想以及算法的重要性和有效性,发展有条理的思考与表达的能力和逻辑思维能力.

# 1.1 算法的含义

做四则运算时,要先乘除后加减、从里往外去括号;做竖式笔算加法时,要从右往左、逢十进一,一步一步地进行.

其实,做任何事情都有一定的步骤.



## 问题 1

两个大人和两个小孩要一起过河,渡口只有一条小船,每次只能渡一个大人或两个小孩,他们四人都会划船,但都不会游泳.试问他们怎样渡过河去?

下面是一个渡河方案.

S1: 两个小孩同船过河去;

S2: 一个小孩划船回来;

S3: 一个大人划船过河去;

S4: 对岸的小孩划船回来;

S5: 两个小孩同船渡过河去;

S6: 一个小孩划船回来;

S7: 余下的一个大人独自划船渡过河去,对岸的小孩划船回来;

S8: 两个小孩再同时划船渡过河去.

## 注意

我们在描述做一件事情的步骤和算法时,常用 S1, S2, S3...来表示第一步,第二步,第三步...



## 问题 2

一群小兔和一群小鸡,合在一起,腿共 48 条,脑袋共 17 个,问有多少小兔、多少小鸡?

S1: 设有  $x$  只小鸡,  $y$  只小兔;

S2: 列方程组为 
$$\begin{cases} 2x + 4y = 48 \\ x + y = 17 \end{cases};$$

①

②

S3: 解方程组,得  $\begin{cases} y = 7 \\ x = 10 \end{cases}$ ;

S4: 得出小鸡 10 只,小兔 7 只.

对于上面方程组的求解过程,可归纳出以下步骤:

第一步: ①-② $\times$ 2,得

$$2y=14; \quad \text{③}$$

第二步: 解③,得

$$y=7;$$

第三步: 将  $y=7$  代入②,得  $x=10$ .

对于一般的二元一次方程组

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases},$$

有没有一个“统一的、机械的、有限个步骤”的求解方法呢?

令  $D=a_{11}a_{22}-a_{21}a_{12}$ , 若  $D=0$ , 方程组无解或有无数多解;

若  $D \neq 0$ , 则  $x = \frac{b_1a_{22}-b_2a_{12}}{D}$ ,  $y = \frac{b_2a_{11}-b_1a_{21}}{D}$ .

由此可得解二元一次方程组的一个算法.

S1: 计算  $D = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$ .

S2: 如果  $D=0$ , 则原方程组无解或有无穷多组解; 否则 ( $D \neq 0$ ),

$$x = \frac{b_1a_{22}-b_2a_{12}}{D}, y = \frac{b_2a_{11}-b_1a_{21}}{D}.$$

S3: 输出计算结果  $x, y$  或者无法求解的信息.

**算法**(algorithm)一般是指解决一类问题的程序或步骤.

算法主要具有以下特性:

**有限性**: 一个算法必须保证在执行了有限步后结束, 如果需要无限步才能完成, 就失去了实际意义.

**确切性**: 算法的每一步必须有确切的定义, 不能模棱两可.

**可行性**: 算法的每一步都应当能有效地执行, 并得到确定的结果. 例如, 若  $a < 0$ , 则  $\sqrt{a}$  是不能执行的.



### 例 1

任意给定一个大于 1 的整数  $n$ , 试设计一个算法对  $n$  是否为质数做出判定.

**分析**: 根据质数的定义, 容易设计出下面的步骤:

S1: 输入整数  $n$ .

S2: 判断  $n$  是否等于 2. 若  $n=2$ , 则  $n$  是质数; 若  $n>2$ , 则执行下一步.

S3: 依次检验从 2 至  $(n-1)$  是不是  $n$  的因数. 若有  $n$  的因数, 则  $n$  不是质数; 否则,  $n$  是质数.

S4: 输出结果.

这是判断一个大于 1 的整数  $n$  是否为质数的最基本算法.

**例 2**

写出求  $1+2+3+4+5+6$  的一个算法.

**分析:** 可以按逐一相加的程序进行,也可以利用公式  $1+2+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$  进行,也可以根据加法运算律简化运算过程.

**解:** 算法 1:

S1: 计算  $1+2$  得到 3;

S2: 将第一步中的运算结果 3 与 3 相加得到 6;

S3: 将第二步中的运算结果 6 与 4 相加得到 10;

S4: 将第三步中的运算结果 10 与 5 相加得到 15;

S5: 将第四步中的运算结果 15 与 6 相加得到 21.

算法 2:

S1: 取  $n=6$ ;

S2: 计算  $\frac{n(n+1)}{2}$ ;

S3: 输出运算结果.

算法 3:

S1: 将原式变形为  $(1+6)+(2+5)+(3+4)=3\times 7$ ;

S2: 计算  $3\times 7$ ;

S3: 输出运算结果.

**注意**

求解某个问题的算法不一定是唯一的,对于一个问题可以有不同的算法.

**例 3**

写出一个经过两点  $P(a_1, b_1)$ ,  $Q(a_2, b_2)$  的直线的斜率的算法.

**解:** S1: 取  $x_1 = a_1$ ,  $y_1 = b_1$ ,  $x_2 = a_2$ ,  $y_2 = b_2$ .

S2: 判断  $x_1$  是否等于  $x_2$ . 若  $x_1 = x_2$ , 则输出斜率不存在; 若  $x_1 \neq x_2$ , 则

计算  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ .

S3: 输出结果.

**思考**

你能举出更多的算法的例子吗?

计算机解决任何问题都要依赖算法. 只有将解决问题的过程分解为若干个明确的步骤,即算法,然后将算法转换为计算机能够接受的“语言”,计算机才能够解决问题.

**练习**

1. 算法有哪些主要特性?
2. 已知一个学生的语文成绩为 89, 数学成绩为 96, 外语成绩为 99. 求他的总分和平均成绩的一个算法为:  
 第一步 取  $A=89$ ,  $B=96$ ,  $C=99$ ;  
 第二步 \_\_\_\_\_ ① \_\_\_\_\_;  
 第三步 \_\_\_\_\_ ② \_\_\_\_\_;  
 第四步 输出计算的结果.

其中①处应填\_\_\_\_\_,②处应填\_\_\_\_\_.

3. 任意给定一个正数,设计一个算法,求以这个数为半径的圆的面积.
4. 写出求球的体积的一个算法.
5. 任意给定一个大于1的正整数 $n$ ,设计一个算法,求出 $n$ 的所有因数.
6. 给出求 $6! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 6$ 的一个算法.

## 1.2 流程图

算法可以用自然语言来表示. 用自然语言描述算法, 比较习惯和容易接受, 但是叙述较繁琐和冗长. 为了使算法的步骤表达得更为直观和形象, 我们经常用图形方式来表达它.

例如, 输入一个自变量  $x$  的值, 求函数  $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \geq 0 \\ x^2, & x < 0 \end{cases}$  的函数值的算法, 可用自然语言表述为:

S1: 输入  $x$  的值.

S2: 判断  $x$  是否大于 0. 如果  $x \geq 0$ , 则  $f(x) = x+2$ ; 否则,  $f(x) = x^2$ .

S3: 输出结果.

上述算法也可以用图形方式来表达, 如图 1-2-1 所示.

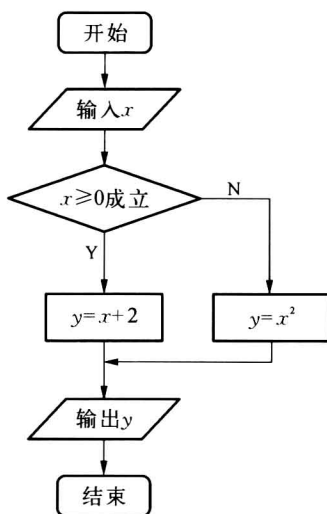


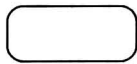
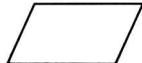
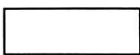
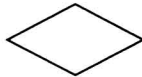
图 1-2-1

我们把这种用规定的图形、指向线段及文字说明, 来准确、直观地表示算法的图形叫**流程图**, 也叫**程序框图**.

一个流程图包括以下几部分: 表示相应操作的程序框、带箭头的流程线、程序框内必要的文字说明.

流程图的基本符号及其含义, 如表 1-2-1 所示.

表 1-2-1

| 图形符号                                                                              | 名 称    | 含 义                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------------------|--------|-----------------------------------------------------------------------|
|  | 起止框    | 表示算法的开始或结束                                                            |
|  | 输入、输出框 | 表示输入、输出操作                                                             |
|  | 处理框    | 表示处理或运算的功能(赋值和计算)                                                     |
|  | 判断框    | 判断某一条件是否成立,它有两个出口:“是”或“否”. 条件成立时,程序沿着“是”这个分支走下去;当条件不成立时,程序沿着“否”这个分支进行 |
|  | 流程线    | 表示程序执行的路径,箭头代表方向                                                      |

起止框是任何流程图不可少的,表明程序开始和结束. 输入和输出框可用在算法中任何需要输入或输出的位置. 例如上一流程图(见图 1-2-1)中,算法开始后的第一步需要输入(给定)自变量的值,就可把给定的数值写在输入框内,最后要给出运算结果,把算出的数值写在输出框内. 算法中间要处理数据和计算,要分别写在不同的处理框内,如此例中计算  $y$  的值就写在处理框内. 当算法要求对两个不同的结果进行判断时,要把判断的条件写在判断框内,如此例中的判断条件为  $x \geq 0$ .

为了使大家彼此之间能够读懂各自画出的框图,必须遵守一些基本的规则:

- (1) 使用标准的框图符号.
- (2) 框图一般按从上到下、从左到右的方向画,流程线要规范.
- (3) 除判断框外,大多数框图符号只有一个进入点和一个退出点.
- (4) 对于“是”与“否”两个分支的判断,有且仅有两个结果.
- (5) 在图形符号内描述的语言要非常简练清楚.

要使我们所写的算法和所画的流程图容易阅读,这就要求所写的算法和所画的流程图有一个良好的结构. 算法有三种基本结构: 顺序结构、条件结构和循环结构.

1.2.1 顺序结构

**顺序结构**是由若干个依次执行的操作步骤组成,这是任何一个算法都离不开的基本主体结构. 它是最简单的算法结构,语句与语句之间,框与框之间是按从上到下的顺序进行的.