

ZHONGKAO SHUXUE

新课标2012

中考数学

命题热点与考点透视

上 精析精讲

(修订版)

俞剑波 俞凯 周海红 於岳辉 / 主编

- 紧扣课标考试纲要
- 透视中考考点热点
- 反映最新命题趋向



YZLI0890151832



气象出版社
China Meteorological Press

俞剑波 俞凯 周海红 於岳辉 主编

中考数学命题热点与考点透视

(上)

精析精讲
(修订版)

俞剑波 俞凯 周海红 於岳辉 主编



YZLI0890161832



气象出版社

China Meteorological Press

内 容 简 介

本书按最新九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲和全日制义务教育数学课程标准编写,又和初中各年级数学课本同步编写.本书每节内容分为:考点聚焦与解读、典型例题例析、命题热点透视等栏目.其典型范例精选自近几年的各地中考数学试题.通过对典型题目的讲解及层层剖析,介绍各类题型的基本特点、考查目的、传授基本的解题思路和简捷途径;提示易误易混处.本书具有基础性强、难度适宜、题型多样和覆盖面广等优点.

本书适合初中九年级师生使用,尤其适合九年级教师辅导学生进行中考总复习时参考.

图书在版编目(CIP)数据

中考数学命题热点与考点透视(上)精析精讲/俞剑波主编.

北京:气象出版社,2011.11

ISBN 978-7-5029-5346-1

I. ①中… II. ①俞… III. ①中学数学课-初中-题解-升学参考资料
IV. ①G634.605

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第223744号

出版发行:气象出版社

地 址:北京市海淀区中关村南大街46号

总编室:010-68407112

网 址: <http://www.cmp.cma.gov.cn>

责任编辑:陈爱丽

封面设计:丁 健

责任校对:赵 瑗

印 刷:北京奥鑫印刷厂

开 本:787 mm×1092 mm 1/16

字 数:195千字

版 次:2011年11月第3版

全套定价:45.00元

邮政编码:100081

发 行 部:010-68409198

E-mail: qxcbs@cma.gov.cn

终 审:章澄昌

责任技编:都 平

印 张:7.5

印 次:2011年11月第6次印刷

编者的话

素质教育召唤我们，教学改革必须走“提高教学效率，减轻学生过重负担”之路。理论与实践告诉我们，讲练结合、精讲精练，是学生掌握知识、强化能力、提高素质的关键。因此，新课标中考讲什么、练什么、怎么讲、如何练、考什么、如何考，这越来越成为广大教师、学生及家长关注的焦点。《中考数学命题热点与考点透视》就是为了解决这一问题而编写的。

本书是我们在深入研究《课程标准》和《考试大纲》，深入研究中考试题，总结命题规律，分析中考动态，吸纳中考信息，预测命题趋势，在充分融汇中考改革的思想和精神的基础上，以严肃、认真、科学、负责的态度编写而成的。我们从体例的制定，章节的划分，到例习题的选配，均经过仔细斟酌和严格推敲。力求体现以教师为主导，学生为主体的现代教育思想，使广大师生能在及时反馈中获得更多的信息量。着眼新课程全面素养的打造，从根本上快速提升学生综合素质和应试能力。通过考点聚焦与解读、热点透视、总结规律、点拨技巧、专题分层训练使学生了解中考、感受中考、体验中考、为决胜2012年中考做准备。

本书在编写过程中我们以分层递进教学原则为指导，每一单元中均设计了分层练习。我们认为分层练习是课堂上实施分层递进教学的一种重要形式。通过分层练习来体现分层目标的要求，有助于师生把握教学目标；在课堂上进行分层练习，可以使各层次学生都能比较充分地参与学习活动，也便于教师的区别、有针对性的指导；分层练习中的“阶梯”为中、低层次学生中的学有余力者、设立了递进的目标，提供了递进的机会。我们相信，这项工作对大面积提高初中数学教学质量将会产生有益的作用，同时也会促进分层递进教学的研究和实践进一步深化。

全书由两部分组成：

第一部分是同步辅导与训练，按照知识体系分为二十四讲。通过这一部分的复习，使学生全面而且有重点地掌握初中数学内容，达到巩固、提高的目的。每一讲以考点为切入点，对照经典例题进行解读，每一道例题书后都有详尽的分析和解答；每一讲的典型考题例析中都安排综合探究应用，主要是引导学生实施自主性、启发性、探究性的学习与复习，综合考点，精心选题，开启学生心窍，提高学生综合探究能力。

第二部分是专题辅导，在这一部分，根据初中数学重点内容、方法和中考要求共分为六讲。在每个专题中，阐述所涉及的内容、方法在中考中的地位和作用，不避疑难，进一步加强对解题规律和数学思想方法的总结，强化对知识能力的综合要求，使学生的应试能力有切实的提高。

在编写本书的过程中，我们力求对初中数学总复习的全过程达到优化设计，为广大师生提供一本较好的复习用书。尽管我们付出了较大的努力，但因能力有限、时间仓促，还有些不够完善的地方，恳请广大读者提出宝贵意见。最后我们将期待着它能成为更多九年级学生打开中考数学题库的金钥匙，愿它能成为身处无边题海中的学生送去一叶小舟，一付双桨，顺利到达理想的彼岸。

至真至诚地祝福，亲爱的读者，你会成功！

作者 俞剑波

2011年8月于浙江

中考数学

《中考数学命题热点与考点透视 (上) 精析精讲》编委名单

主 编：俞剑波 俞 凯 周海红 於岳辉

副主编：王建垂 郑 勇 俞葵芬 孙安成

俞锦平 朱玲娜 刘慈恩 孙国龙

郑飞海 胡永祥 龙学慧 张伟斌

编 委：俞剑波 张 杰 王叶锋 俞中军

文登众 虞寒芬 夏优儿 蒋齐欢

孙 剑 陈国松 傅海磊 许晓萍

翁月红 陈世伟 俞全波 郑 辉

王志平 王 嵘 乐 锋 宋惠芬

徐 萍 孙贤军 岑 映 郑秀国

徐财科 姜爱芬 叶波儿 沈曙光

沈 波 吴 燕 陈丹静 许世晓

陈伟芬 张世山 虞方兴 张海东

傅纪恩 叶贤豪 张建华 张波意

浙江出版集团

浙江教育出版社

目 录

第一部分 同步辅导篇

§ 1	实数及其运算	(1)
§ 2	整式运算与分解因式	(5)
§ 3	分式与根式	(8)
§ 4	方程和方程组	(12)
§ 5	列方程和方程组解应用题	(17)
§ 6	一元一次不等式(组)及应用	(21)
§ 7	图形与坐标	(24)
§ 8	正比例函数、反比例函数与一次函数	(28)
§ 9	二次函数	(32)
§ 10	数据收集与处理	(37)
§ 11	简单事件的概率	(43)
§ 12	图形的初步知识和平行线	(47)
§ 13	三角形	(51)
§ 14	生活中的对称图形和特殊的三角形	(55)
§ 15	图形和变换	(60)
§ 16	四边形性质的探索	(64)
§ 17	相似三角形	(71)
§ 18	投影与三视图	(76)
§ 19	直角三角形的边角关系	(80)
§ 20	圆的基本性质	(84)
§ 21	直线和圆的位置关系	(87)
§ 22	圆和圆的位置关系及其应用	(91)
§ 23	弧长及扇形的面积、圆锥侧面积	(93)
§ 24	几何作图	(95)

第二部分 专题辅导篇

热点一	中考试题中的实际应用性问题	(99)
热点二	中考试题中的阅读性理解题	(103)
热点三	中考试题中的探索性问题	(106)
热点四	中考试题中的动态性问题	(108)
热点五	中考试题中的操作题和设计性问题	(110)

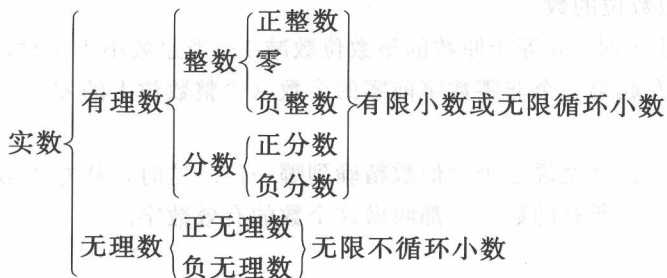
第一部分 同步辅导篇

§ 1 实数及其运算

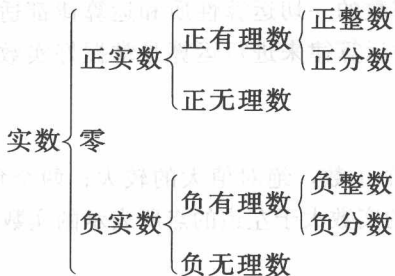
一、考点聚焦与解读

1. 实数的分类

(1) 实数按定义分类:



(2) 实数按大小分类:



2. 数轴

(1) 数轴的三要素: 原点、正方向和单位长度.

(2) 数轴上的点与实数一一对应.

3. 相反数

实数 a 的相反数是 $-a$, 零的相反数是零.

(1) a, b 互为相反数 $\Leftrightarrow a+b=0$.

(2) 在数轴上表示相反数的两点关于原点对称.

4. 倒数

乘积是 1 的两个数互为倒数, 零没有倒数.

5. 绝对值

$$|a| = \begin{cases} a & (a > 0) \\ 0 & (a = 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

6. 算术根

(1) 正数 a 的正的 n 次方根叫做 a 的 n 次算术根, 零的算术根仍是 0.

(2) 当 $a \geq 0$, n 为偶数时, $\sqrt[n]{a^n} = (\sqrt[n]{a})^n = a$ (当 $n=2$ 时, 有 $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$ 成立).

(3) 实数的三个非负性: $|a| \geq 0$, $a^2 \geq 0$, $\sqrt{a} \geq 0$ ($a \geq 0$).

(4) $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

7. 科学记数法

(1) 把一个数记成 $a \times 10^n$ 的形式 (其中 $1 \leq |a| < 10$, n 是整数), 这种记数法叫做科学记数法.

(2) 记数的方法:

① 确定 a : a 是只有一位整数数位的数.

② 确定 n : 当原数大于或等于 1 时, n 等于原数的整数位数减 1; 当原数小于 1 时, n 是负整数, 它的绝对值等于原数中左起第一个非零数字前零的个数 (含整数位上的零).

8. 近似数与有效数字

一个近似数, 四舍五入到哪一位, 就说这个近似数精确到哪一位. 这时, 从左边第一个不是 0 的数字起, 到精确的数位止, 所有的数字, 都叫做这个数的有效数字.

9. 实数的运算

在实数范围内加、减、乘、除、乘方运算都可以进行, 但开方运算不一定能进行, 如负数不能开偶次方. 实数运算的基础是有理数运算, 有理数的一切运算性质和运算律都适用于实数运算. 正确地确定运算结果的符号和灵活运用各种运算律来进行运算是掌握好实数运算的关键.

10. 实数大小的比较

正数大于零, 负数小于零, 正数大于一切负数; 两个正数, 绝对值大的较大; 两个负数, 绝对值大的反而小. 从数轴上看, 数轴上右边的点表示的实数大于左边的点所表示的实数.

11. 奇数与偶数

在整数中, 能被 2 整除的数是偶数, 可用 $2k$ 表示; 不能被 2 整除的数是奇数, 可用 $2k \pm 1$ 表示 (其中 k 是整数). 通常我们所说的“单数”、“双数”, 也就是奇数和偶数, 即 $\pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ 是奇数; $0, \pm 2, \pm 4, \pm 6, \dots$ 是偶数. 这里特别注意 0 是偶数.

二、五个防患点

1. 区别“除”与“除以”.

2. 括号前面是负号, 去掉括号各项变号.

3. 零没有倒数.

4. 同级运算从左到右依次计算.

5. 零的零次幂没有意义.

三、典型考题例析

考点 1 实数的分类

例 1 选择题

(1) 下列各数中, 是无理数的是 ().

- A. $\frac{1}{2}$ B. -2 C. π D. 1.732

(2) 在数 3.14 , $\sqrt{2}$, π , 0.3 , $\sin 60^\circ$, $\frac{1}{7}$, $\sqrt{9}$ 中有理数的个数为 ().

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

(3) 若无理数 a 满足不等式 $1 < a < 4$, 请写出两个你熟悉的无理数 a : _____.

考点 2 倒数、相反数

例 2 (1) 一个数的倒数是 $\frac{3}{2}$, 这个数的相反数是 _____.

(2) 已知 a 、 b 互为相反数, c 、 d 互为倒数, 那么 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} - \sqrt{cd} =$ _____;

(3) 已知 x 、 y 是实数, 且 $|x + y - 1|$ 与 $\sqrt{2x - y + 4}$ 互为相反数, 求实数 y^x 的倒数.

考点 3 绝对值

例 3 (1) 绝对值不大于 3 的整数有 () 个

- A. 3 B. 4 C. 6 D. 7

(2) a 为有理数, 则 $a + |a|$ 的值 ()

- A. 一定是正数 B. 一定不是正数 C. 一定是负数 D. 一定不是负数

(3) 已知 $|a| = 3$, $|b| = 2$, 且 $ab < 0$, 则 $a + b$ 的值等于 _____.

考点 4 科学记数法与近似数

例 4 (1) (2010 年广西南宁) 2010 年上海世博会中国国家馆, 采用极富中国建筑文化元素的红色“斗冠”造型, 建筑面积 46500m^2 , 高 69m , 表现出“东方之冠, 鼎盛中华, 天下粮仓, 富庶百姓”的中国文化精神与气质, 将数 46500 用科学记数法表示为 _____.

(2) (2010 年山东青岛) 由四舍五入法得到的近似数 8.8×10^3 , 下列说法中正确的是 ()

- A. 精确到十分位, 有 2 个有效数字 B. 精确到个位, 有 2 个有效数字
C. 精确到百位, 有 2 个有效数字 D. 精确到千位, 有 4 个有效数字

(3) (2010 年山东潍坊) 将 5.62×10^{-8} 用小数表示为 ()

- A. $0.000\ 000\ 005\ 62$ B. $0.000\ 000\ 056\ 2$
C. $0.000\ 000\ 562$ D. $0.000\ 000\ 000\ 562$

考点 5 平方根与算术平方根

例 5 (1) 16 的平方根是 _____; $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 _____; -8 的立方根是 _____;

(2) 已知某正数的平方根为 $2a - 3$ 和 $a - 3$, 而数 x 在数轴上对应点的位置在数 a 与 -1 之间, 化简: $|x + 2| + \sqrt{(x + 5)^2}$.

考点6 数轴

例6 (1) 如图1-1-1, 数轴上表示1, $\sqrt{3}$ 的对应点分别为点A, 点B. 若点B关于点A的对称点为点C, 则点C所表示的数是 ()

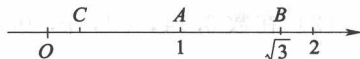


图 1-1-1

- A. $\sqrt{3}-1$ B. $1-\sqrt{3}$
C. $2-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}-2$

(2) 实数 a 、 b 在数轴上的位置如图 1-1-2 所示, 则下面结论正确的是 ()

- A. $a+b>a>b>a-b$ B. $a>a+b>b>a-b$
C. $a-b>a>b>a+b$ D. $a-b>a>a+b>b$



图 1-1-2

[评析] (1) 去绝对值符号关键看绝对值内数的符号. (2) 两点落在原点两旁时, 对应的两数和 (差) 的符号要特别留心. 对于第 (2) 题: 从数轴上看: $a>0$, $b<0$, $|a|>|b|$, 从而 $0<a+b<a$, $a-b>a$, 得出 $a-b>a>a+b>b$. 故应选 D.

考点7 实数大小的比较

例7 规定一种新的运算: $a\Delta b=a\times b-a-b+1$, 如 $3\Delta 4=3\times 4-3-4+1$, 请比较小: $(-3)\Delta 4$ _____ $4\Delta (-3)$ (填 “<”, “=” 或 “>”).

考点8 实数运算

例8 (1) 计算: $(\pi-3)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + (-1)^3 - \sin^2 45^\circ$

(2) (2010 年浙江绍兴市) 计算: $|-2| + 2\sin 30^\circ - (\sqrt{3})^2 + (\tan 45^\circ)^{-1}$

考点9 综合探究应用

例9 (1) (2010 年四川绵阳) 如图 1-1-3, 在一个三角点阵中, 从上向下数有无数多行, 其中各行点数依次为 2, 4, 6, ..., $2n$, ..., 请你探究出前 n 行的点数和所满足的规律. 若前 n 行点数和为 930, 则 $n =$ ().

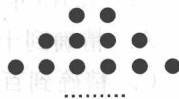


图 1-1-3

- A. 29 B. 30 C. 31 D. 32

(2) (2010 年广西南宁) 古希腊数学家把数 1, 3, 6, 10, 15, 21, ... 叫做三角形数, 它有一定的规律性. 若把第一个三角形数记为 a_1 , 第二个三角形数记为 a_2 , ..., 第 n 个三角形数记为 a_n , 计算 $a_2 - a_1$, $a_3 - a_2$, $a_4 - a_3$, ..., 由此推算, $a_{100} - a_{99} =$ _____, $a_{100} =$ _____.

§ 2 整式运算与分解因式

一、考点聚焦与解读

1. 用运算符号把数与表示数的字母连接而成的式子叫代数式. 单独一个数或一个字母也是代数式.

2. 整式: 没有除法运算或虽有除法运算而除式里不含字母的有理式叫做整式.

3. 整式的运算

(1) 数的运算律对代数式同样适用.

(2) 整式的加减: 整式的加减法实际上就是合并同类项, 遇到括号, 一般要先去掉括号, 去括号的方法:

$$+(a+b-c)=a+b-c; -(a+b-c)=-a-b+c.$$

(3) 幂的运算法则 (m, n 为正整数):

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}, (ab)^n = a^n b^n; a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0).$$

(4) 整式的乘法: 单项式与单项式相乘, 把系数、同底数幂分别相乘, 作为积的因式, 只在一个单项式里含有的字母, 则连同它的指数作为积的一个因式.

单项式与多项式相乘及多项式与多项式相乘方法如下:

$$m(a+b-c)=ma+mb-mc; (m+n)(a+b)=ma+mb+na+nb.$$

(5) 整式除法: 单项式除以单项式, 把系数、同底数幂分别相除, 作为商的因式, 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数作为商的一个因式.

多项式除以单项式, 把这个多项式的每一项除以这个单项式, 然后把所得的商相加.

(6) 乘法公式:

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2; (a \pm b)^2=a^2 \pm 2ab+b^2.$$

(7) 零指数和负整数指数:

$$\text{规定 } a^0=1 (a \neq 0), a^{-p}=\frac{1}{a^p} (p \text{ 为正整数}).$$

4. 因式分解

(1) 因式分解: 把一个多项式化为几个整式的积的形式, 叫做多项式的因式分解.

(2) 因式分解的基本方法: ①提取公因式法; ②公式法.

(3) 因式分解常用的公式如下:

$$\text{① } a^2-b^2=(a+b)(a-b); \text{② } a^2 \pm 2ab+b^2=(a \pm b)^2.$$

二、三个防患点

1. 求代数式的值, 一般先化简后再求值.

2. 正确认识单项式的系数与次数, 多项式的项与次数, 常数项.

3. 因式分解应在指定范围内分解到不能再分解为止, 遇相同的因式应写成幂的形式.

三、典型考题例析

考点1 列代数式

例1 填空题

(1) 用代数式表示: a 的相反数的平方是_____; a 的平方的相反数是_____; a, b 的

平方和是_____.

(2) a 的一半与 b 的绝对值的 $\frac{1}{3}$ 的差是_____.

(3) 某印刷厂四月份印刷了科技书籍 20 万册, 第二季度平均每月增长的百分率为 x , 那么六月份印刷科技书籍_____万册.

(4) 如图 1-2-1 所示, 将一个正三角形纸片剪成四个全等的小正三角形, 再将其中的一个按同样的方法剪成四个更小的正三角形, ……就此继续下去, 结果如下表:

所剪次数	1	2	3	4	...	n
正三角形个数	4	7	10	13	...	a_n

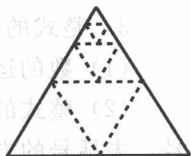


图 1-2-1

则 $a_n =$ _____ (用含 n 的代数式表示).

例 2 选择题

(1) 在代数式 xy^2 中, x 与 y 的值各减少 25%, 则代数式的值 ()

- A. 减少 50% B. 减少 75% C. 减少其值的 $\frac{37}{64}$ D. 减少其值的 $\frac{27}{64}$

(2) (2008 年湖南省益阳市) 有一种石棉瓦, 每块宽 60 厘米, 用于铺盖屋顶时, 每相邻两块重叠部分的宽都为 10 厘米, 那么 n (n 为正整数) 块石棉瓦覆盖的宽度为 ()

- A. $60n$ 厘米 B. $50n$ 厘米 C. $(50n+10)$ 厘米 D. $(60n-10)$ 厘米

[评析] 用代数式表示简单的数量关系, 它实际上就是考查数学的语言表达能力. 在用字母表示数时, 要注意运算顺序和括号的使用方法.

例 3 (1) 已知 $a+b=2$, 则 a^2-b^2+4b 的值是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

(2) 若代数式 $2y^2+3y+7$ 的值是 8, 那么 $4y^2+6y-9$ 的值是 ()

- A. 2 B. -17 C. -7 D. 7

[评析] (1) 求代数式的值时, 一般先把字母的值代入, 再进行计算, 结果要化为最简.

(2) 求代数式的值时, 有时灵活运用整体代入思想, 常能使问题得到简捷迅速的解决, 这也是求条件代数式值的常用方法之一.

考点 2 分解因式

例 4 (1) 分解因式 $3x^2-3=$ _____.

(2) 分解因式 $x^3y^2-4x=$ _____.

(3) 分解因式 $2x(a-2)+3y(2-a)=$ _____.

(4) 分解因式 $2x^2-20x+50=$ _____.

(5) 分解因式 $x^2y-4xy+4y=$ _____.

(6) 分解因式 $1-(x-y)^2=$ _____.

考点 3 整式的运算

例 5 (1) 先化简, 再求值: $[(x-y)^2+(x+y)(x-y)] \div 2x$,

其中 $x=3, y=-1.5$

(2) 已知实数 a, b 满足 $(a+b)^2=1$, $(a-b)^2=25$, 求 a^2+b^2+ab 的值.

考点 4 综合探究应用

例 6 (1) (2010 年湖北省咸宁) 惠民新村分给小慧家一套价格为 12 万元的住房. 按要求, 需首期 (第一年) 付房款 3 万元, 从第二年起, 每年应付房款 0.5 万元与上一年剩余房款的利息的和. 假设剩余房款年利率为 0.4%, 小慧列表推算如下:

	第一年	第二年	第三年	...
应还款 (万元)	3	$0.5+9 \times 0.4\%$	$0.5+8.5 \times 0.4\%$	...
剩余房款 (万元)	9	8.5	8	...

若第 n 年小慧家仍需还款, 则第 n 年应还款 _____ 万元 ($n > 1$).

(2) (2010 年辽宁本溪) 如图 1-2-2 所示, 观察下列图形

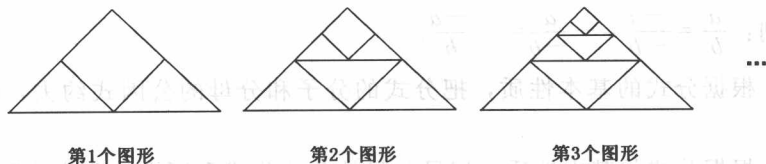


图 1-2-2

它们是按一定规律构造的, 依照此规律, 第 100 个图形中共有 _____ 个三角形.

例 7 设 $a_1=3^2-1^2$, $a_2=5^2-3^2$, $\dots$, $a_n=(2n+1)^2-(2n-1)^2$ (n 为大于 0 的自然数).

(1) 探究 a_n 是否为 8 的倍数, 并用文字语言表述你所获得的结论;

(2) 若一个数的算术平方根是一个自然数, 则称这个数是“完全平方数”. 试找出 a_1 , a_2 , $\dots$, a_n , $\dots$ 这一列数中从小到大排列的前 4 个完全平方数, 并指出当 n 满足什么条件时, a_n 为完全平方数 (不必说明理由).

§ 3 分式与根式

一、考点聚焦与解读

1. 分式

(1) 分式：整式 A 除以整式 B ，可以表示成 $\frac{A}{B}$ 的形式。如果除式 B 中含有字母，那么称 $\frac{A}{B}$ 为分式，其中 A 称为分式的分子， B 称为分式的分母。对于任意一个分式，分母都不能为零。

(2) 分式的基本性质： $\frac{A}{B} = \frac{A \times M}{B \times M}$ $\frac{A}{B} = \frac{A \div M}{B \div M}$ (M 为不等于 0 的整式)

(3) 分式的运算

① 加减法： $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$, $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$;

② 乘法： $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$, $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$;

③ 乘方： $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (n 为正整数);

④ 符号法则： $\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b} = -\frac{a}{-b} = -\frac{-a}{b}$.

(4) 约分：根据分式的基本性质，把分式的分子和分母的公因式约去，叫做分式的约分。

(5) 通分：根据分式的基本性质，把异分母的分式化成和原来的分式分别相等的同分母的分式，叫做分式的通分。

2. 二次根式

(1) 基本概念：二次根式、最简二次根式

(2) 二次根式的主要性质

① $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$);

② $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$;

③ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$);

④ $\sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ ($b \geq 0, a > 0$).

(3) 二次根式的运算

① 二次根式的加、减法；② 二次根式的乘、除法。

二、三个防患点

1. 分式的分母不能为零。

2. 运用分式的基本性质时，乘以或除以的数或整式的值不能为零。

3. $\sqrt{a}$ 必须满足 $a \geq 0$ 。

三、典型考题例析

考点1 分式的概念

例1 分式 $\frac{|a|-2}{(a-2)(a+5)}$

- (1) 当 a 为何值时, 分式有意义;
- (2) 当 a 为何值时, 分式无意义;
- (3) 当 a 为何值时, 分式的值为零.

[评析] 当分式的分母为零, 分式无意义; 只有分母的值不为零时分式才有意义. 分式的值为零的前提是分式有意义. 必须满足两个条件, 一是分母不为零, 二是分子的值为零.

考点2 分式的基本性质

例2 写出一个分母至少含有两项, 且能够约分的分式: _____.

[评析] (1) 弄清题目要求和约分含义是关键.

(2) 根据分式基本性质运用逆向思维方法求解. 即 $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{x(x-1)} = \frac{x}{x^2-x}$.

考点3 分式的化简和计算

例3 (1) 计算: $\frac{1-a}{a} \div (1-\frac{1}{a})$ 的正确结果是 ()

- A. $a+1$ B. 1 C. $a-1$ D. -1

(2) 已知 a, b 为实数, 且 $ab=1$, 设 $M=\frac{a}{a+1}+\frac{b}{b+1}$, $N=\frac{1}{a+1}+\frac{1}{b+1}$. 则 M, N 的大小关系是 ()

- A. $M>N$ B. $M=N$ C. $M<N$ D. 不确定

考点4 分式的求值

例4 (2010年山西省) 先化简, 再求值: $(\frac{3x}{x-1}-\frac{x}{x+1}) \cdot \frac{x^2-1}{2x}$, 其中 $x=-3$

例5 (2010年河南省) 已知 $A=\frac{1}{x-2}$, $B=\frac{2}{x^2-4}$, $C=\frac{x}{x+2}$, 将它们组合成 $(A-B) \div C$ 或 $A-B \div C$ 的形式, 请你从中任选一种进行计算, 先化简, 再求值其中 $x=3$.

[评析] 分式的分子、分母是多项式，在乘除运算中要进行因式分解，然后再约分，化简结果必须是最简分式，化简结果再代入求值.

考点 5 二次根式的概念和计算

例 6 求下列二次根式中字母 x 的取值范围.

(1) $\sqrt{2x-1}$

(2) $\sqrt{x^2+3}$

(3) $\sqrt{\frac{2}{x-5}}$

(4) $\sqrt{2+x}-\sqrt{2-x}$

(5) $\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$

(6) $\frac{\sqrt{2x}}{2-|x|}$

例 7 计算

(1) $\sqrt{75}+\sqrt{48}-\sqrt{27}$

(2) $3\sqrt{2}+4\sqrt{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

(3) $(\sqrt{6}-\sqrt{5}) \times (\sqrt{6}+\sqrt{5}) + (2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2$

(4) $(10\sqrt{18}-6\sqrt{27}+4\sqrt{12}) \div \sqrt{6}$

考点 6 综合探究应用

例 8 (1) (2010 年甘肃省) 观察: $a_1=1-\frac{1}{3}$, $a_2=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$, $a_3=\frac{1}{3}-\frac{1}{5}$, $a_4=\frac{1}{4}-$

$\frac{1}{6}$, ..., 则 $a_n=$ _____ ($n=1, 2, 3, \dots$).

(2) (2010 年辽宁铁岭) 有一组数: $\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{10}, \frac{7}{17}, \frac{9}{26} \dots$, 请观察它们的构成规律,

用你发现的规律写出第 n (n 为正整数) 个数为_____.

(3) (2010 年广东广州) 若 $a < 1$, 化简 $\sqrt{(a-1)^2} - 1 =$ ()

A. $a-2$ B. $2-a$ C. a D. $-a$

(4) (2010 年四川绵阳) 下列各式计算正确的是 ()

A. $m^2 \cdot m^3 = m^6$

B. $\sqrt{16 \frac{1}{3}} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$

C. $\sqrt[3]{2^3+3^3} = 2+3=5$

D. $(a-1) \sqrt{\frac{1}{1-a}} = -\sqrt{(1-a)^2 \cdot \frac{1}{1-a}} = -\sqrt{1-a} \quad (a < 1)$

例 9 细心观察图 1-3-1, 认真分析各式, 然后解答问题:

$(\sqrt{1})^2 + 1 = 2$, $S_1 = \frac{\sqrt{1}}{2}$; $(\sqrt{2})^2 + 1 = 3$, $S_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $(\sqrt{3})^2 + 1 = 4$, $S_3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\dots, \dots$

(1) 请用含有 n (n 是正整数) 的等式表示上述变化规律;

(2) 推算出 OA_{10} 的长;

(3) 求出 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_{10}^2$ 的值.

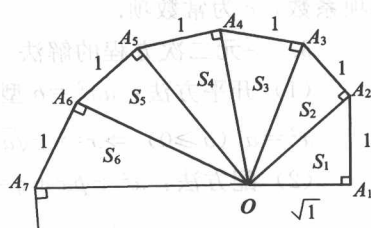


图 1-3-1

[评析] (1) 本例是将课本中的一道作图题改编成的探索数式规律的题. 解答此例需认真分析各式的排列规律.

(2) 我们把第 (3) 问进行思维延伸, 若求 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_n^2$, 则为

$$\begin{aligned} S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_n^2 &= \left(\frac{\sqrt{1}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \dots + \left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{4} (1+2+3+\dots+n) = \frac{1}{4} \times \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{8} n(n+1). \end{aligned}$$