



金星图解系列丛书

全国教育科学“十一五”规划教育部课题
图解策略提高教与学超越性和实效性的应用研究

“图解”新教材

开启快乐学习时代



YZLI0890141799

总策划 薛金星

主编 钟山

九年级数学(上)
(浙江教育版)



辽宁教育出版社

北京二十一世纪金星教育科技有限公司研发

图解新教材

开启快乐学习时代



宁波市鄞州区图书馆
藏书
九年级数学(上)

(浙江教育版)

总策划：薛金星

主编：钟山

本册主编：段建梅

本册副主编：曹彦娥

本册编委：刘文成 陈安峰

高世三 马振元



YZLI0890141799



辽宁教育出版社

目 录

第1章 反比例函数 (1)	第2章 二次函数 (31)
1.1 反比例函数 (2)	2.1 二次函数 (32)
本节知识方法能力图解 (2)	本节知识方法能力图解 (32)
多元智能 知识点击 (2)	多元智能 知识点击 (32)
发散思维 题型方法 (3)	发散思维 题型方法 (33)
知识激活 学考相联 (5)	知识激活 学考相联 (36)
考场报告 误区警示 (6)	考场报告 误区警示 (36)
自主限时 精题精练 (6)	自主限时 精题精练 (37)
练后反思 / 答案详解 (6)	练后反思 / 答案详解 (37)
教材问题 详尽解答 (7)	教材问题 详尽解答 (38)
1.2 反比例函数的图象和性质 (9)	2.2 二次函数的图象 (39)
本节知识方法能力图解 (9)	本节知识方法能力图解 (39)
多元智能 知识点击 (9)	多元智能 知识点击 (40)
发散思维 题型方法 (11)	发散思维 题型方法 (45)
知识激活 学考相联 (13)	知识激活 学考相联 (50)
考场报告 误区警示 (13)	考场报告 误区警示 (50)
自主限时 精题精练 (14)	自主限时 精题精练 (52)
练后反思 / 答案详解 (15)	练后反思 / 答案详解 (53)
教材问题 详尽解答 (15)	教材问题 详尽解答 (54)
1.3 反比例函数的应用 (17)	2.3 二次函数的性质 (57)
本节知识方法能力图解 (17)	本节知识方法能力图解 (57)
多元智能 知识点击 (17)	多元智能 知识点击 (57)
发散思维 题型方法 (19)	发散思维 题型方法 (61)
知识激活 学考相联 (22)	知识激活 学考相联 (64)
考场报告 误区警示 (23)	考场报告 误区警示 (65)
自主限时 精题精练 (23)	自主限时 精题精练 (65)
练后反思 / 答案详解 (24)	练后反思 / 答案详解 (66)
教材问题 详尽解答 (24)	教材问题 详尽解答 (67)
章末大提升 (25)	2.4 二次函数的应用 (68)
深化解读 专题专项 (25)	本节知识方法能力图解 (68)
面向中考 阶段过关 (27)	多元智能 知识点击 (68)
练后反思 / 答案详解 (28)	发散思维 题型方法 (71)
教材问题 详尽解答 (29)	知识激活 学考相联 (75)
	考场报告 误区警示 (76)
	自主限时 精题精练 (77)
	练后反思 / 答案详解 (78)
	教材问题 详尽解答 (78)



章末大提升 (82)

深化解读 专题专项 (82)

面向中考 阶段过关 (85)

练后反思 / 答案详解 (86)

教材问题 详尽解答 (87)

第3章 圆的基本性质 (92)

3.1 圆 (93)

本节知识方法能力图解 (93)

多元智能 知识点击 (93)

发散思维 题型方法 (96)

知识激活 学考相联 (100)

考场报告 误区警示 (100)

自主限时 精题精练 (101)

练后反思 / 答案详解 (101)

教材问题 详尽解答 (102)

3.2 圆的轴对称性 (104)

本节知识方法能力图解 (104)

多元智能 知识点击 (104)

发散思维 题型方法 (106)

知识激活 学考相联 (109)

考场报告 误区警示 (110)

自主限时 精题精练 (110)

练后反思 / 答案详解 (111)

教材问题 详尽解答 (111)

3.3 圆心角 (114)

本节知识方法能力图解 (114)

多元智能 知识点击 (114)

发散思维 题型方法 (117)

知识激活 学考相联 (118)

考场报告 误区警示 (119)

自主限时 精题精练 (119)

练后反思 / 答案详解 (120)

教材问题 详尽解答 (121)

3.4 圆周角 (123)

本节知识方法能力图解 (123)

多元智能 知识点击 (123)

发散思维 题型方法 (125)

知识激活 学考相联 (127)

考场报告 误区警示 (128)

自主限时 精题精练 (128)

练后反思 / 答案详解 (129)

教材问题 详尽解答 (129)

3.5 弧长及扇形的面积 (131)

本节知识方法能力图解 (131)

多元智能 知识点击 (131)

发散思维 题型方法 (133)

知识激活 学考相联 (136)

考场报告 误区警示 (136)

自主限时 精题精练 (137)

练后反思 / 答案详解 (137)

教材问题 详尽解答 (138)

3.6 圆锥的侧面积和全面积 (139)

本节知识方法能力图解 (139)

多元智能 知识点击 (140)

发散思维 题型方法 (141)

知识激活 学考相联 (143)

考场报告 误区警示 (144)

自主限时 精题精练 (145)

练后反思 / 答案详解 (145)

教材问题 详尽解答 (146)

章末大提升 (147)

深化解读 专题专项 (147)

面向中考 阶段过关 (150)

练后反思 / 答案详解 (152)

教材问题 详尽解答 (153)



图解新教材

革命你的思维, 改变你的世界。迈出思维一小步, 导向人生远景图。

2

试读结束: 需要全本请在线购买: www.ertongbook.com



第4章 相似三角形 (157)	发散思维 题型方法..... (188)
4.1 比例线段 (158)	知识激活 学考相联..... (191)
本节知识方法能力图解..... (158)	考场报告 误区警示..... (192)
多元智能 知识点击..... (158)	自主限时 精题精练..... (192)
发散思维 题型方法..... (162)	练后反思 / 答案详解..... (193)
知识激活 学考相联..... (165)	教材问题 详尽解答..... (193)
考场报告 误区警示..... (165)	4.5 相似多边形 (196)
自主限时 精题精练..... (166)	本节知识方法能力图解..... (196)
练后反思 / 答案详解..... (166)	多元智能 知识点击..... (196)
教材问题 详尽解答..... (167)	发散思维 题型方法..... (198)
4.2 相似三角形 (169)	知识激活 学考相联..... (200)
本节知识方法能力图解..... (169)	考场报告 误区警示..... (200)
多元智能 知识点击..... (169)	自主限时 精题精练..... (200)
发散思维 题型方法..... (171)	练后反思 / 答案详解..... (201)
知识激活 学考相联..... (172)	教材问题 详尽解答..... (202)
考场报告 误区警示..... (173)	4.6 图形的位似 (203)
自主限时 精题精练..... (173)	本节知识方法能力图解..... (203)
练后反思 / 答案详解..... (174)	多元智能 知识点击..... (204)
教材问题 详尽解答..... (174)	发散思维 题型方法..... (204)
4.3 两个三角形相似的判定 (176)	知识激活 学考相联..... (207)
本节知识方法能力图解..... (176)	考场报告 误区警示..... (207)
多元智能 知识点击..... (176)	自主限时 精题精练..... (208)
发散思维 题型方法..... (179)	练后反思 / 答案详解..... (208)
知识激活 学考相联..... (181)	教材问题 详尽解答..... (209)
考场报告 误区警示..... (182)	章末大提升 (210)
自主限时 精题精练..... (182)	深化解读 专题专项..... (210)
练后反思 / 答案详解..... (183)	面向中考 阶段过关..... (212)
教材问题 详尽解答..... (183)	练后反思 / 答案详解..... (213)
4.4 相似三角形的性质及其应用 (186)	教材问题 详尽解答..... (214)
本节知识方法能力图解..... (186)	本册易错易混易误问题归纳 (218)
多元智能 知识点击..... (186)	



左脑+右脑>>左脑

学会用大脑的语言思考，图解是一种高效的方法，更是一种成功的习惯。





走进

第 1 章

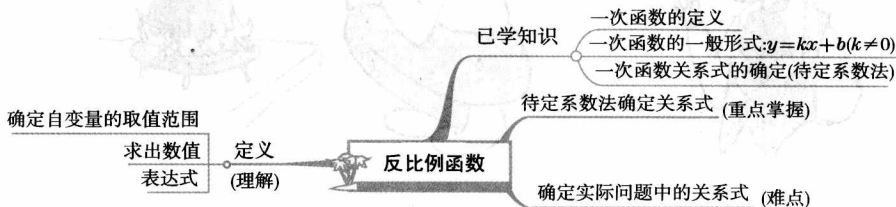
反比例函数





1.1 反比例函数

本节知识方法能力图解



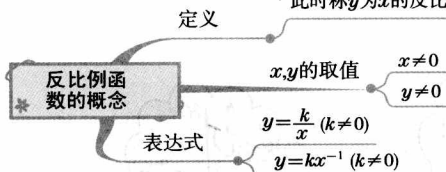
多元智能 知识点击

●重点 难点 疑点 方法……

探究一 反比例函数的概念

智能导航

若变量 x, y 满足 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数且 $k \neq 0$)的形式, 此时称 y 为 x 的反比例函数, x 为自变量



各个击破

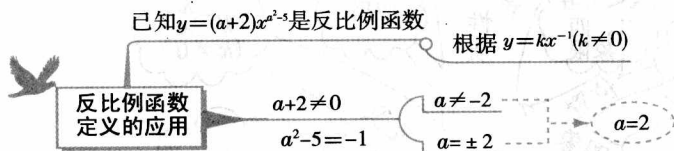
反比例函数的识别

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 也可以写成 $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$) 的形式, 即 x 的指数为-1. 其中 k 是不为零

的常数. 例如: $y = \frac{\pi}{x}$ 就是一个反比例函数. $y = 5x^{-1}$ 也是一个反比例函数. 但 $y = \frac{1}{x^2}$ 就不是反比例函数.

例1 (长沙中考) 在 $y = (a+2)x^{a^2-5}$ 中, 当 a 为 _____ 时, y 是 x 的反比例函数.

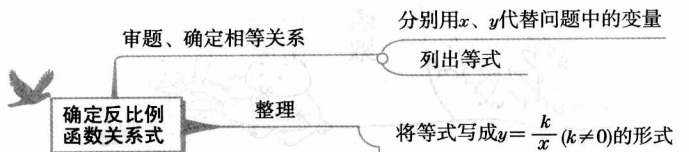
思路图解



答案: 2

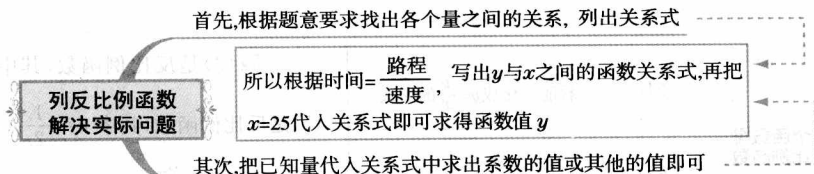
探究二 确定实际问题中的反比例函数关系式

智能导航



例2 (中考改编题) 2008年5月12日四川发生了8.0级地震,全国人民都伸出了援助之手,一批批救灾物资从四面八方运往灾区.5月26日有一批救灾物资要从成都运往距成都400千米的青川县,写出从成都到青川县所需的时间 y (小时)与汽车的平均速度 x (千米/时)的函数关系式,并求出当 $x=25$ 时,函数 y 的值.

思路图解



解:由题意,得 $y = \frac{400}{x}$. 当 $x=25$ 时, $y = \frac{400}{25} = 16$.

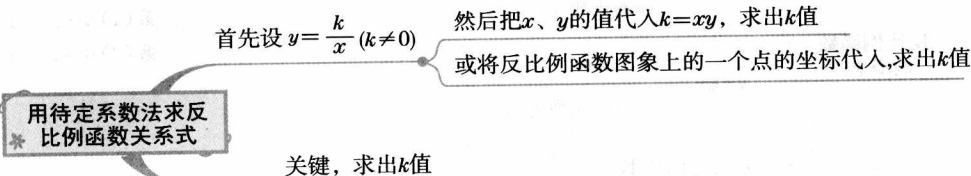
\therefore 当 $x=25$ 时,函数 y 的值为 16.

题后小结

写函数关系式时要分清函数与自变量,在没特别指明时,如:写出 y 与 x 之间的函数关系式,其中 y 为函数, x 为自变量.

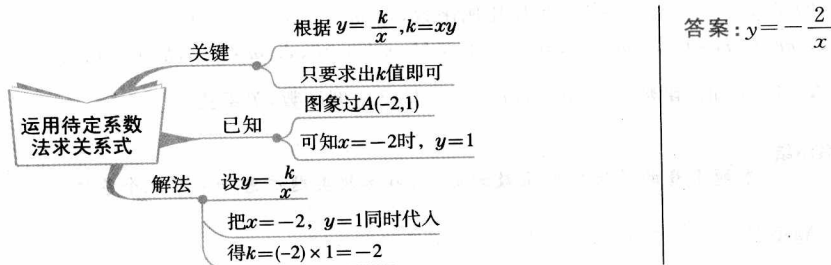
探究三 运用待定系数法求反比例函数关系式

智能导航



例3 (2009·太原) 若反比例函数的图象经过点 $A(-2, 1)$, 则它的表达式为 _____.

思路图解



发散思维 题型方法

●思路 步骤 方法 技巧……

题型一 反比例函数定义的应用

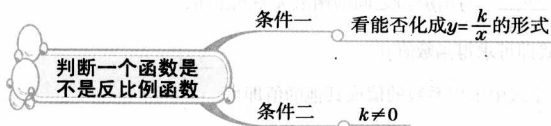
题型揭秘: 理解反比例函数的两种表达式: (1) $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$); (2) $y = kx^{-1}$ ($k \neq 0$) 是灵活解答这类

问题的关键.

例 1 (中考改编题)下列哪些式子表示 y 是 x 的反比例函数? 并写出每一个反比例函数相应的常数“ k ”的值.

(1) $y = \frac{x}{3}$; (2) $y = \frac{1}{3x} + 1$; (3) $y = \frac{-3}{2x}$; (4) $y = \frac{8}{x^2}$; (5) $xy = \frac{1}{2}$; (6) $\frac{y}{x} = 2$; (7) $y = \frac{2a}{3x}$ (a 为常数, $a \neq 0$).

思路图解



解: (3) 是反比例函数, 其中 $k = -\frac{3}{2}$;
(5) 是反比例函数, 其中 $k = \frac{1}{2}$; (7) 是反比例函数, 其中 $k = \frac{2a}{3}$.

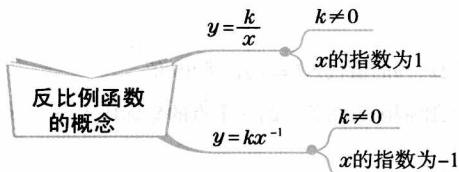
题后小结

反比例函数成立的条件有两个, 二者缺一不可.

例 2 (北京海淀统考)(本题满分 10 分)(1)反比例函数的表达式为 $y = \frac{m-1}{x^{m^2}}$, 求 m 的值; (2)当

m 为何值时, 函数 $y = (m+3)x^{m^2+3m-1}$ 是反比例函数?

思路图解



本题共 10 分,
第(1)小题 4 分,
第(2)小题 6 分

解: (1) $\because y = \frac{m-1}{x^{m^2}}$ 是反比例函数, $\therefore \begin{cases} m-1 \neq 0, & \text{①} \\ m^2 = 1. & \text{②} \end{cases}$

由②得 $m_1 = 1, m_2 = -1$, 由①得 $m \neq 1$, $\therefore m = -1$.

(2) $\because y = (m+3)x^{m^2+3m-1}$ 是反比例函数, $\therefore m^2 + 3m - 1 = -1$,
 $\therefore m^2 + 3m = 0$, $\therefore m_1 = 0, m_2 = -3$. 又 $\because m+3 \neq 0$, $\therefore m \neq -3$, 故 $m = 0$.

\therefore 当 $m = 0$ 时, 函数 $y = (m+3)x^{m^2+3m-1}$ 是反比例函数, 关系式为 $y = \frac{3}{x}$.

题后小结

本题考查的是反比例函数的定义, 解答此类题注意“ $k \neq 0$ ”这个条件.

题型二 利用待定系数法确定反比例函数表达式

题型揭秘: 因为反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中, 只有一个待定系数, 所以只需要两个变量的一对对应值即可解出 k 的值, 从而确定反比例函数的表达式.

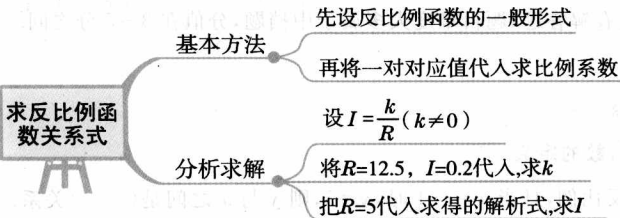
例 3 (中考改编题)由欧姆定律可知, 电压不变时, 电流强度 I 与电阻 R 成反比例, 已知电压不变, 电阻 $R = 12.5$ 欧姆, 电流强度 $I = 0.2$ 安培.

(1)求 I 与 R 的函数关系式;



(2) 当 $R=5$ 欧姆时, 求电流强度.

思路图解



解: (1) $\because I$ 与 R 成反比例, \therefore 设 $I = \frac{k}{R} (k \neq 0)$.

把 $R=12.5, I=0.2$ 代入 $I = \frac{k}{R}$ 中, 得 $k=2.5$,
 $\therefore I = \frac{2.5}{R}$.

(2) 把 $R=5$ 代入, 得 $I = \frac{2.5}{5} = 0.5$ (安培).

题后小结

本题是反比例函数在物理学中的应用.



知识激活 学考相联

● 考题 原型 考情 考法 ……

1. 揭秘中考试题在教材中的命题原型

原型类别	课本内容	中考真题
教材习题	<p>教材 P9 作业题 B 组第 5 题</p> <p>在面积为定值的一组菱形中, 当菱形的一条对角线长为 7.5 cm 时, 它的另一条对角线长为 8 cm.</p> <p>(1) 设其中菱形的两条对角线的长分别为 x (cm), y (cm), 求 y 关于 x 的函数解析式. 这个函数是反比例函数吗? 如果是, 请指出比例系数.</p> <p>(2) 若其中一个菱形的一条对角线长为 5 cm, 求这个菱形的边长.</p> <p>解: (1) $y = \frac{60}{x}$. 这个函数是反比例函数, 其比例系数是 60.</p> <p>(2) 若菱形的一条对角线长为 5 cm, 则另一条对角线长为 $\frac{60}{5} = 12$ (cm).</p> <p>\therefore 菱形的边长 $= \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6^2} = \frac{13}{2}$ (cm).</p>	<p>题 (2008 · 新疆) 若梯形的下底长为 x, 上底长为下底长的 $\frac{1}{3}$, 高为 y, 面积为 60, 则 y 与 x 的函数关系式是 _____.</p> <p>(不考虑 x 的取值范围)</p> <p>解析: 根据梯形面积公式得 $60 = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{3}x\right)y$,</p> <p>因此 $y = \frac{90}{x}$.</p> <p>答案: $y = \frac{90}{x}$</p>
点评	<p>中考真题与作业题都考查了求反比例函数关系式的问题. 解决这类问题的关键是要牢记有关的公式: $S_{\text{菱形}} = \frac{1}{2}ab$ (a, b 为菱形的对角线);</p> <p>$S_{\text{梯形}} = \frac{1}{2}(a+b) \cdot h$ (a, b, h 分别为梯形的上底、下底、高).</p>	

2. 考点归纳

- (1) 反比例关系的理解;
- (2) 反比例函数的概念的理解与应用;
- (3) 求反比例函数解析式.



3. 考情考法

本节知识是中考命题的重点,单独进行命题的题目较少,大多是和反比例函数的图象及性质一起综合命题,题型主要有选择题、填空题,还有解答题,题目难度大多属于中档题,分值在3~5分之间。



考场报告 误区警示

●易误 易错 案例 警示……

警示 不能正确全面地理解反比例函数的定义

【考例】(吉林中考)若 y 与 $x-2$ 成反比例,且当 $x=-1$ 时, $y=3$, 则 y 与 x 之间是()关系。

- A. 正比例函数 B. 反比例函数 C. 一次函数 D. 其他

考场错解: $\because y$ 与 $x-2$ 成反比例, \therefore 设 $y = \frac{k}{x-2} (k \neq 0)$. \because 当 $x = -1$ 时, $y = 3$, $\therefore 3 = \frac{k}{-1-2}$,

$\therefore k = -9$. $\therefore y = \frac{-9}{x-2}$, $\therefore y$ 与 x 是反比例函数关系, 故选 B.

走出误区: 上述解答错误的原因在于分不清反比例关系与反比例函数的联系与区别, 在 $y = \frac{k}{x}$

($k \neq 0$) 中, y 是 x 的反比例函数. 当 y 与 $x-2$ 成反比例时, 这个反比例关系是 $y = \frac{k}{x-2}$, 把 $(x-2)$ 看成是自变量, y 与它是反比例关系, 若把 x 看成自变量, 则 y 与 x 之间不是反比例关系, 它们之间更不是反比例函数关系。

正解: 同错解求得 $y = \frac{-9}{x-2}$, $\therefore y$ 与 x 不是反比例函数关系, 也不符合 A 和 C. 故选 D. 答案: D



自主限时 精题精练

●新题 活题 巧题 典题……

请在 15 分钟内自主完成以下 4 个题。

1. 下列函数中是反比例函数的是()

- A. $y = x - 1$ B. $y = \frac{8}{x^2}$ C. $y = \frac{1}{2x}$ D. $\frac{y}{x} = 2$

2. 某工厂现有原料 100 吨, 平均每天用去 x 吨, 这批原料能用 y 天, 则 y 与 x 之间的函数关系式为()

- A. $y = 100x$ B. $y = \frac{100}{x}$ C. $y = 100 - \frac{100}{x}$ D. $y = 100 - x$

3. 已知 $y = (m^2 + 2m)x^{m^2 + m - 1}$ 是反比例函数, 则 $m =$ _____.

4. 已知 y 与 $2x + 1$ 成反比例, 且当 $x = 1$ 时, $y = 2$, 那么当 $x = 0$ 时, $y =$ _____.



练后反思

题号	训练点	反思与提升点
1	反比例函数的定义	反比例函数的两种表达式是怎样的?
2	列函数关系式	先找出等量关系列出等式, 再用 x 表示 y
3	反比例函数的定义	保证 $y = (m^2 + 2m)x^{m^2 + m - 1}$ 是反比例函数的条件是什么?
4	列函数关系式	怎样表示 y 与 $2x + 1$ 成反比例



答案详解

1. C 提示:反比例函数的两种表达式:① $y=\frac{k}{x}$ ($k\neq 0$), ② $y=kx^{-1}$ ($k\neq 0$), 本题 C 项符合第①种,

其中 $k=\frac{1}{2}$.

2. B 提示:由题意得 $xy=100$, 即 $y=\frac{100}{x}$.

3. -1 提示:在反比例函数 $y=kx^{-1}$ ($k\neq 0$) 中明确指出 $k\neq 0$, 自变量 x 的指数是 -1, 所以保证

$y=(m^2+2m)x^{m^2+m-1}$ 是反比例函数的条件是 $m^2+2m\neq 0$, $m^2+m-1=-1$, 所以

$$\begin{cases} m^2+m-1=-1, \\ m^2+2m\neq 0, \end{cases} \text{解得 } m=-1.$$

4. 6 提示:设 $y=\frac{k}{2x+1}$ ($k\neq 0$). \therefore 当 $x=1$ 时, $y=2$. $\therefore 2=\frac{k}{2\times 1+1}$, 解得 $k=6$.

$\therefore y=\frac{6}{2x+1}$. 当 $x=0$ 时, $y=\frac{6}{2\times 0+1}=6$.

教材问题 详尽解答

●问题 习题 全析 全解……

内文问题详解

做一做 (P5)

解:(2)、(3)是反比例函数,其中(2)的比例系数是 -3, 自变量的取值范围是 $x\neq 0$;

(3)的比例系数是 $\frac{1}{3}$, 自变量的取值范围是 $x\neq 0$.

想一想 (P6)

如果把动力臂长缩小到原来的 $\frac{1}{n}$, 那么所需动力将扩大到原来的 n 倍.

教材习题详解

课内练习 (P6)

1. 解:(1)比例系数为 $-\frac{5}{3}$. (2)当 $x=-10$ 时, $y=-\frac{5}{3\times(-10)}=\frac{1}{6}$.

(3)当 $y=2\frac{1}{2}$ 时, $x=-\frac{2}{3}$.

2. 解:(1)由三角形面积公式可知 $\frac{1}{2}ah=10$, 则 $h=\frac{20}{a}$, 自变量 a 的取值范围是 $a>0$.

(2) h 关于 a 的函数是反比例函数, 比例系数为 20.

(3)当边长 $a=2.5$ cm 时, $h=\frac{20}{2.5}=8$ (cm).

作业题 (P6)

1. 解:(1) t 与 v 成反比例;(2) l 与 r 成正比例;(3) S 与 r 既不成正比例又不成反比例;(4) P 与 R 成反比例.

点拨:判断两个变量是否成正比例或反比例关系,需严格按照正比例函数或反比例函数的一般形式进行.

2. 解:(1)、(3)为反比例函数. 它们的比例系数分别为 π 和 -4.

3. 解:(1)比例系数为 -12, 自变量 x 的取值范围是 $x\neq 0$. (2)当 $x=-3$ 时, $y=4$. (3)当 $y=-\sqrt{3}$



时, $x=4\sqrt{3}$.

4. 解: $v=\frac{200}{t}$, 当 $t=1.8$ h 时, $v=\frac{200}{1.8}\approx 111(\text{km/h})$.

5. 解: (1) 由物理知识知动力 \times 动力臂 = 阻力 \times 阻力臂, 即为 $pd=1.2 \times 250$, $pd=300$,

$\therefore p=\frac{300}{d}$. (2) 若 $d=2.4$ m, 则 $p=\frac{300}{2.4}=125(\text{N})$, 即若 $d=2.4$ m, 则杆的另一端所加压力为 125 N.

6. 解: 由 $(x+y)^2=x^2+y^2-2$, 可得 $2xy=-2$, 即 $y=-\frac{1}{x}$, 符合反比例函数的一般形式, 所以 x 、 y 成反比例.

课内练习(P8)

1. 解: $\because y$ 是关于 x 的反比例函数, \therefore 可设 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$). 将 $x=-\frac{3}{4}$, $y=2$ 代入 $y=\frac{k}{x}$, 得 $2=\frac{k}{-\frac{3}{4}}$, 解得 $k=-\frac{3}{2}$, \therefore 所求的函数解析式为 $y=-\frac{3}{2x}$, 自变量 x 的取值范围

为 $x \neq 0$.

2. (A)

3. 解: (1) 由题意可设 $y=k_1z$ ($k_1 \neq 0$), $z=\frac{k_2}{x}$ ($k_2 \neq 0$), 把 $x=-4$, $z=3$, $y=-4$ 分别代入两解析

式, 得 $-4=3k_1$, $3=\frac{k_2}{-4}$, 解得 $k_1=-\frac{4}{3}$, $k_2=-12$. $\therefore y=k_1 \cdot \frac{k_2}{x} = \frac{-\frac{4}{3} \times (-12)}{x} = \frac{16}{x}$.

(2) $\because y=k_1z$, $k_1=-\frac{4}{3}$, $\therefore y=-\frac{4}{3}z$, 当 $z=-1$ 时, $y=-\frac{4}{3} \times (-1) = \frac{4}{3}$.

$\because z=\frac{k_2}{x}$, $k_2=-12$, $\therefore z=-\frac{12}{x}$, \therefore 当 $z=-1$ 时, $x=12$.

作业题(P9)

1. -4

2. 解: (1) 当 U 为常数且 $U \neq 0$ 时, 功率与电阻成反比例.

(2) 这只灯泡内钨丝的电阻是 1 936 Ω , 当这只灯泡正常工作时, 通过钨丝的电流是 0.11 A.

点拨: 电流、电压与电阻之间的关系是 $I=\frac{U}{R}$.

3. 解: 把 $P=\frac{U^2}{R}$ 中的 U 变为 $2U$, R 变为 $2R$, 则 $P'=\frac{(2U)^2}{2R}=2 \cdot \frac{U^2}{R}=2P$, 即功率将变为原来的 2 倍.

4. 解: (1) $\because x$ 与 y 成反比例, \therefore 可设 $y=\frac{k}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$).

把 $x=-\frac{3}{4}$, $y=\frac{4}{3}$ 代入 $y=\frac{k}{x}$, 得 $\frac{4}{3}=\frac{k}{-\frac{3}{4}}$, 解得 $k=-1$, $\therefore y=-\frac{1}{x}$.

(2) 当 $x=-\frac{2}{3}$ 时, $y=-\frac{1}{-\frac{2}{3}}=\frac{3}{2}$.

5. 解: (1) $y=\frac{60}{x}$, 这个函数是反比例函数, 其比例系数是 60.



(2) 若菱形的一条对角线长为 5 cm, 则另一条对角线长为 $\frac{60}{5} = 12(\text{cm})$,

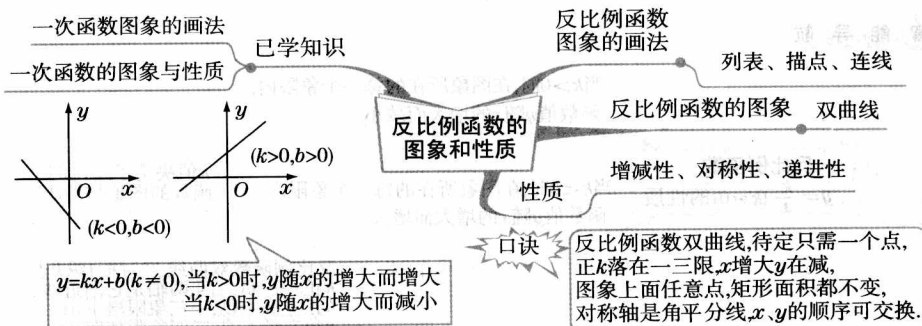
\therefore 菱形的边长为 $\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6^2} = \frac{13}{2}(\text{cm})$.

点拨: 菱形的面积可由两条对角线的长得得出, 即 $S = \frac{1}{2} \times 7.5 \times 8 = 30(\text{cm}^2)$, $\therefore \frac{1}{2}xy = 30$, $\therefore y = \frac{60}{x}$.

6. 解: (1)(4) 成立, (2)(3) 不成立.

1.2 反比例函数的图象和性质

本节知识方法能力图解



多元智能 知识点击

● 重点 难点 疑点 方法 ……

探究一 反比例函数的图象及画法

智能导航

反比例函数的图象是双曲线

当 $k > 0$ 时, 图象在第一、三象限, 如图 1-2-1
当 $k < 0$ 时, 图象在第二、四象限, 如图 1-2-2

反比例函数的图象与画法

可用描点法画反比例函数的图象

自变量的取值, 应以 O 为中心, 在 O 两边取
五对互为相反数的数, 并计算出 y 值

画法

列表

描点

连线

先描一侧, 另一侧可根据中心对称点的性质去找
光滑曲线顺次连接

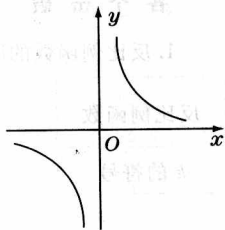


图 1-2-1

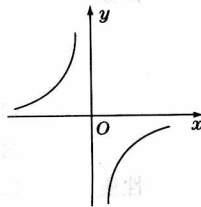


图 1-2-2

例1 (新教材好题—河北版) 画出反比例函数 $y = -\frac{8}{x}$ 的图象.

分析: 按照列表、描点、连线的顺序画图.

解: 列表.

x	...	-4	-2	-1	1	2	4	...
y	...	2	4	8	-8	-4	-2	...

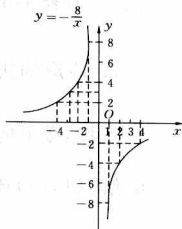


图 1-2-3

描点、连线如图 1-2-3 所示.

题后小结

自变量 x 的取值应尽量使函数值 y 是整数, 这就是本题中的 x 没有取 3 的原因. 选取的数值越多, 画出的图象越精确.

探究二 反比例函数的性质

智能导航

当 $k > 0$ 时, 在图象所在的每一个象限内, 函数值 y 随 x 的增大而减小

反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的性质

当 $k < 0$ 时, 在图象所在的每一个象限内, 函数值 y 随 x 的增大而增大

k 值决定了反比例函数的图象与性质

口诀

反比例函数双曲线, 经过横纵 k 点.
 k 正一三负二四, 两轴是它渐近线.
 k 正左高右低, 二一三象限滑下山.
 k 负左低右高, 二四象限如爬山.

各个击破

1. 反比例函数的图象的位置和函数值的增减情况.

反比例函数	$y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$	
k 的符号	$k > 0$	$k < 0$
图象		
性质	(1) x 的取值范围为 $x \neq 0$, y 的取值范围为 $y \neq 0$; (2) 当 $k > 0$ 时, 函数图象的两个分支分别在第一、三象限, 在每个象限内, y 随 x 的增大而减小	(1) x 的取值范围为 $x \neq 0$, y 的取值范围为 $y \neq 0$; (2) 当 $k < 0$ 时, 函数图象的两个分支分别在第二、四象限, 在每个象限内, y 随 x 的增大而增大



例2 (内江中考)若 $A(a, b), B(a-2, c)$ 两点均在函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图象上,且 $a < 0$,则 b 与 c 的大

小关系为()

A. $b > c$

B. $b < c$

C. $b = c$

D. 无法判断

思路图解

首先,确定两点坐标是否在同一个分支上,并判断函数中系数的符号

反比例函数的
增减性的应用

$y = \frac{1}{x}$ 中 $k=1 > 0$, 因此在每个象限内, 函数值 y 随 x 的增大而减小,
 $\therefore a < 0, \therefore a-2 < a < 0, \therefore A(a, b)$ 与 $B(a-2, c)$ 在同一象限内, $\therefore b < c$

其次,根据系数的符号依据每个象限内 y 随 x 的变化情况比较即可

答案:B

2. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 中的比例系数 k 的几何意义.

如图 1-2-4, 过双曲线上任一点作 x 轴、 y 轴的垂线 PM 、 PN , 所得的矩形 $PMON$ 的面积 $S = PM \cdot PN = |y| \cdot |x| = |xy|$.

$\therefore y = \frac{k}{x}, \therefore xy = k. \therefore S = |k|$, 即过双曲线上任意一点作 x 轴、 y 轴的垂线, 所得矩形的面积为 $|k|$.

例3 (德州中考)反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象如图 1-2-5 所示, 点 M 是该函数图象上一点, MN 垂直于 x 轴, 垂足是点 N , 如果 $S_{\triangle MON} = 2$, 则 k 的值为()

A. 2

B. -2

C. 4

D. -4

解析: 设 M 点的坐标为 (x, y) , 则 $xy = k$.

$\therefore S_{\triangle MON} = 2, \therefore \frac{1}{2} ON \cdot MN = \frac{1}{2} |x| \cdot |y| = 2, \therefore |x| \cdot |y| = 4$.

$\therefore |x| = -x, |y| = y, \therefore -xy = 4, \text{故 } xy = -4, \therefore k = -4$. 答案:D

图 1-2-4

图 1-2-5

发散思维 题型方法

●思路 步骤 方法 技巧……

题型一 同一坐标系内研究反比例函数与一次函数的图象

题型揭秘: 此类题的解法一般是由一种函数图象的位置确定 k 的取值, 然后再由 k 值确定另一种函数图象的位置.

例1 (丽水中考)已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象如图 1-2-6 所示, 则一次函数 $y = kx + k$ 的图象经过()

A. 一、二、三象限

B. 二、三、四象限

C. 一、二、四象限

D. 一、三、四象限

思路图解

$y = \frac{k}{x}$ 的图象
在一、三象限

$k > 0$ 一次函数 $y = kx + k$ 的图象经过第一、二、三象限

答案:A