

高等学校试用教材

工程数学

算法语言·计算方法

华中工学院 数学教研室 编
软件教研室

人民教育出版社

工 程 数 学
算法语言·计算方法

华中工学院 数学教研室 编
软件教研室

*

人民教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
北京印刷一厂印装

*

1978年8月第1版 1979年3月第2次印刷

书号 13012·0206 定价0.60元

引 言

电子计算机的出现有力地推动了科学技术的发展。今天，掌握电子计算机进行科学计算，已成为广大工程技术人员的迫切要求。这本书正是为了适应这一需要编写的。

本书分两篇，这两篇是有机地联系在一起。第一篇“算法语言”着重体现算法语言是算法的描述工具，为学习第二篇“计算方法”作准备；第二篇介绍电子计算机上的常用算法时，则尽量落实到框图或程序。

本教材教学时数，“算法语言”可为16—18学时，“计算方法”可为22—24学时。由于学时较少，本书只是介绍一些必要的基本概念和基本方法，作为进一步学习这方面内容的入门。使用本书时，可按实际需要内容加以充实或取舍。

算法语言和计算方法都是实践性较强的学科，建议在教学过程中加强上机实习，结合专业需要解决实际课题。

本书第一篇“算法语言”是由华中工学院林化夷编写的，由北京工业大学曹德和同志主审，参加这一部分审稿工作的单位尚有北京邮电学院、上海科技大学、上海交通大学等。

第二篇“计算方法”是由华中工学院王能超编写的，由上海交通大学孙增光教授主审，参加这一部分审稿工作的单位尚有清华大学、西安交通大学、上海交通大学以及南京航空学院等。

参加审稿的同志认真负责，对原稿提出了不少宝贵意见，并协助进行了修改。另外，在编写过程中还得到其他许多同志的指导

目 录

第一篇 算法语言 ALGOL

引言	1
第一章 算法语言的基本符号与源程序的结构	5
§ 1 基本符号与标识符	5
§ 2 源程序的结构	7
第二章 算式	11
§ 1 数、变量和标准函数	11
§ 2 赋值语句、简单算术表达式	13
§ 3 输入与输出过程语句	16
第三章 分支	21
§ 1 关系式与条件语句	22
§ 2 转向语句与复合语句	36
§ 3 开关说明与开关命名符	42
第四章 循环	51
§ 1 循环语句	51
§ 2 下标变量与数组说明	65
§ 3 分程序	76
第五章 过程	89
§ 1 一般过程	89
§ 2 函数过程	99
第一篇参考书和文献	108

第二篇 计算方法

第一章 算法与误差	109
§ 1 算法	109
§ 2 误差	117

第二章	方程求根	122
§ 1	引言	122
§ 2	二分法	124
§ 3	迭代法	128
§ 4	迭代过程的加速	133
§ 5	牛顿法	136
§ 6	弦截法	140
第三章	函数插值	144
§ 1	问题的提法	144
§ 2	线性插值	146
§ 3	拉格朗日插值公式	148
§ 4	插值余项	153
§ 5	逐步插值法	157
§ 6	分段插值法	160
§ 7	数值微分	165
第四章	数值积分	169
§ 1	插值求积公式	169
§ 2	变步长的梯形法则	175
§ 3	求积公式的误差	178
§ 4	龙贝方法	184
第五章	常微分方程的数值解法	189
§ 1	引言	189
§ 2	改进的欧拉方法	190
§ 3	龙格-库塔方法	195
§ 4	步长的自动选择	200
§ 5	一阶方程组	202
第六章	线性方程组的解法	208
§ 1	迭代法	208
§ 2	消去法	216
§ 3	矩阵分解方法	231
附录一	样条插值	238
附录二	曲线拟合	246

第一篇 算法语言 ALGOL

引 言

算法语言 ALGOL 是国内广泛流行的一种程序设计语言。为了照顾内容的通用性,故本篇不涉及特定类型的电子计算机;为了体现算法语言是算法的一种描述工具,本篇在内容安排上采取了从算法到语言的叙述,即将算法划分为算式、分支、循环和过程几种结构形式,然后按描述算法的需要有选择地引进语法成分;为使从算法到语言的过渡更为自然,在这部分内容中充分利用了框图这种描述方式作为桥梁。ALGOL 语言是人们与计算机对话的工具,为了能用 ALGOL 语言把计算步骤交给计算机,首先对电子计算机作一概略的介绍。

一、从电子计算机谈起

电子计算机是一种能执行逻辑运算和算术运算的机器。按电子计算机的用途来看,可将电子计算机分为两类:一类是“通用电子计算机”;另一类是“专用电子计算机”。“通用电子计算机”一般用作科学计算、方案设计,它的特点是解题能力强,运算速度快,数值范围大,并有记忆和逻辑判断能力。“专用电子计算机”是为解决某一方面的计算任务或自动控制而特制的,它的特点是结构简单、体积小、稳定可靠、环境适应性强。

电子计算机的结构大体上可分为以下五个主要部分:

- (1) 输入设备——计算机靠它来接受人们给它的运算任务。
- (2) 存贮器——计算机靠它来记忆。

内存单元时，该单元的原有信息即被消除，否则原有信息仍然保留。

三、什么是算法语言

算法语言是算法的一种描述工具。在电子计算机产生初期，人们用电子计算机解题，需将解题步骤用机器语言编成程序。这样编出的程序叫做手编程序。

随着电子计算机的高速化，以及解题规模的扩大，一方面手编程序需要耗费大量人力与时间。另一方面手编程序极易出错，不易检查，检查错误所费的时间往往比机器解题所需时间多数百倍，乃至数千倍，为了解决这个问题，设计了种种便于编写程序的程序语言，算法语言就是其中一种，算法语言是介于机器语言和数学语言之间的一种通用语言。例如：

编写计算 $x=4$ 时， $y=x^4-1$ 的值的程序。

用算法语言来写就是下列形式：

```
begin
  integer x;
  real y;
  x:=4;
  y:=x4-1;
  writel(y)①
end
```

这份程序用普通的语言来表示，其意义如下：

```
开始
  整型数 x;
```

① 按照“中华人民共和国国家标准程序设计语言 ALGOL”的规定，在输出语句符号 write 与输入语句符号 read 后，加上表示输出(入)量个数的数字。例如这里只输出一个量 y ，故输出语句写成 writel(y)。

第一章 算法语言的基本符号 与源程序的结构

任何语言都有特定的一套基本符号,例如英语是由 26 个字母和标点符号构成的。算法语言 ALGOL 也是一些基本符号构成的。下面先介绍 ALGOL 的基本符号。

§ 1 基本符号与标识符

一、基本符号

现将本书涉及到的 ALGOL 基本符号,分为四大类列出:

1. 字母^①:

a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w,
x, y, z。

2. 数字:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9。

3. 逻辑值:

true(真), false(假)。

4. 定义符:

(1) 算术运算符:

+(加), -(减), ×(乘), /(除), ↑(乘幂);

(2) 关系运算符:

<(小于), ≤(小于等于), =(等于), ≥(大于等于),
>(大于), ≠(不等于);

① 目前,我国许多计算机上,字母都是大小写不分,本书也遵循这个习惯。

(3) 逻辑运算符:

\vee (或), \wedge (与), \neg (非);

(4) 顺序运算符:

goto(转向), **if**(如果); **then**(则), **else**(否则), **for**
(对于), **do**(执行);

(5) 分隔符:

·(小数点), ,(逗号), ;(分号), :(冒号), 10(小拾),
:= (赋值号), □(空档), **step**(步长); **until**(直到),
while(当);

(6) 括号:

() (圆括号), [] (方括号), **begin**(开始),
end(结束);

(7) 说明符:

integer(整型), **real**(实型), **array**(数组), **switch**
(开关), **procedure**(过程);

(8) 分类符:

value(值)。

二、标识符

什么叫做标识符呢? 以字母开头的由字母和数字组成的符号序列叫做标识符。例如:

a, b2c, eps, root, A176, sum, alpha, beta, ...

等等, 都是标识符, 因为它们都是字母开头, 且仅仅是由字母与数字组成的序列。但是, 下列符号不能作为标识符:

8, 5AB, 12xy(因为不是以字母开头);

β , πr , A₁₀37, K-point(不只是字母和数字)。

标识符只起“标识”的作用。在写 ALGOL 程序时, 标识符可由程序人员自由选用, 但通常在确定标识符时, 应尽量采用易于识别和

易于记忆的符号,例如:

t (时间), h (高), r (半径), s (边),
 sum (和), $term$ (项), $alpha$ (希腊字母 α)。

在 ALGOL 中,有一些特殊意义的黑体字,如 **true**, **false**, **goto**, **if**, **then**, **else**, **for**, **do**, **step**, **until**, **while**, **begin**, **end**, **integer**, **real**, **array**, **switch**, **procedure**, **value** 等,不能与标识符混同。一般说来,不能用同一标识符表示两个不同的对象(当然也有例外情况)。选用标识符不得与标准函数标识符相同。下面是标准函数的标识符: **abs**, **sign**, **sqrt**, **arctan**, **ln**, **exp**, **sin**, **cos** 及 **entier**。

今后还可看到:标识符不但代表一些量的名字,而且还可以作为程序中其他对象的名字。这样说来,标识符本身没有独立的意义。

§ 2 源程序的结构

什么是计算问题的源程序呢? 我们从一个简单的例子入手介绍它的基本内容和结构。

例 已知 a, b, c, x 的值, 计算 $y = ax^2 + bx + c$ 的值。

在 ALGOL 中, 首先应该说明 a, b, c, x, y 都是表示实数范围内取值的变量, 写成

```
real a, b, c, x, y;
```

然后, 将变量 a, b, c, x 的值输入到机器内存贮器里代表变量 a, b, c, x 的单元中去, 写成:

```
read4(a, b, c, x);
```

变量 a, b, c, x 的给定值输入机器后, 接着就按计算公式进行运算, 写成:

```
y := (a * x + b) * x + c;
```

最后,将计算结果 y 的值打印在输出纸上,写成:

`writel(y);`

以上就是采用算法语言对这个计算问题进行的全部描述,如果把它们写在一起并添加某些符号,就构成了计算问题的源程序(ALGOL 程序)。

```
begin.....开始部分
  real a,b,c,x,y; .....说明部分
  read4(a,b,c,x);
  y:=(a*x+b)*x+c; } .....语句部分
  writel(y)
end.....结束部分
```

上面的源程序,用普通的语言来表示,其意义如下:

```
开始.....开始部分
  实型数 a,b,c,x,y; .....说明部分
  (从光电输入机上通过数据纸带)读入a,b,c,x;
  计算  $ax^2+bx+c$  的值并把结果送到  $y$  中; } .....语句部分
  (在打印机上)输出计算结果  $y$ 
结束.....结束部分
```

以上的简单例子表明:源程序是由开始部分,说明部分,语句部分以及结束部分所构成的。开始部分和结束部分是告诉机器从什么地方开始到什么地方结束,可以看成一对括号。说明部分起介绍作用。在语句部分出现的量,一般都要在说明部分加以说明,这样就可以使机器了解所用的量具有什么性质(类型、种类),从而对不同性质的量作出不同的处理,并分配相应的存贮单元。在ALGOL中,说明部分编写在语句部分的前面,不允许二者交叉地编写。

语句部分是程序的主体,正如一篇文章,除了标题及附注之

```
x:=5/13;  
y:=12/13;  
u:=0.6×x-0.5×y;  
y:=0.6×x+0.6×y;  
x:=u;  
write2(x,y)  
end
```

式是:

$$V := E$$

其中 V 表示变量, E 是算术表达式(参考下一段)。

赋值语句的意义是将表达式 E 的值赋给变量 V 。例如:

$$i := i + 1$$

是一个赋值语句,表示 i 的当前值加 1 再赋给变量 i ,即变量 i 的值增加 1。

赋值语句还有一种形式是连续赋值。例如:

$$x := y := z := 0.5$$

表示对变量 x, y, z 均赋以 0.5,这种赋值语句叫做多重(或连续)赋值语句,它的一般形式为:

$$V_1 := V_2 := \dots V_n := E$$

其中 V_1, V_2, \dots, V_n 为同一类型的变量, E 为表达式。

二、简单算术表达式

由数、变量、函数、圆括号及算术运算符(+、-、×、/、↑)所组成的算式称为简单算术表达式。可见,简单算术表达式就象我们通常所熟知的算式,但是在书写方法上和通常的习惯写法有时不同。

对于简单算术表达式的写法必须注意以下几点:

(1) 在 ALGOL 中,表达式的乘号不能省略,也不能写成圆点。

(2) 在 ALGOL 中,表达式的括号一律用圆括号,不准用花括号。ALGOL 中的方括号另有用法。

(3) 除法用符号“/”,不得写成分式的形式,除式与被除式,必要时可各自加圆括号,以免混淆。

和 `writel(y)` 分别是输入语句和输出语句, `read4(a,b,c,x)` 表示把 4 个数据依次输入, 分别赋给 4 个变量 a, b, c, x 。 `writel(y)` 表示将 () 里的一个变量 y 的值打印出来。输出语句 `writel(x+y)` 表示将 () 里的一个表达式 $x+y$ 的值打印出来。在 () 中的表达式可以写若干个, 但须用逗号把它们分隔开来。关于较复杂的输入、输出过程语句(标准过程), 可参考有关书籍或文献^{[8]、[9]}。

例 2.2 设一元二次方程为

$$ax^2 + bx + c = 0$$

已知三个系数 $a, b, c (a \neq 0, b^2 > 4ac)$, 试写出求方程两个根的源程序。

解: 1) 订出解题的方案

运用一元二次方程两根的计算公式:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

计算两个实根 x_1, x_2 。

2) 拟出计算步骤:

第一步 将三个实型数依次输入(赋)给变量 a, b, c 。

第二步 计算两根的共同部分 $\sqrt{b^2 - 4ac}$, 并将计算结果赋给变量 q 。

第三步 计算两根

计算 $\frac{-b+q}{2a}$, 并将结果赋给变量 x_1 ,

计算 $\frac{-b-q}{2a}$, 并将结果赋给变量 x_2 。

3) 写出源程序

begin

real $a, b, c, q, x_1, x_2;$

read 3(a, b, c);

```

q:=sqrt(b↑2-4×a×c);
x1:=(-b+q)/(2×a);
x2:=(-b-q)/(2×a);
write 2(x1,x2)

```

end

程序中的语句部分,如无特别说明,计算机总是按照语句书写的自然顺序逐句执行的。

习 题 二

1. 指出下表中的算法语言写法的错误:

代 数 式	相 应 的 算 法 语 言 写 法
$\frac{x+2}{y+4}$	$x+2/y+4$
$\frac{a \cdot b}{c+2}$	$ab/(c+2)$
$(x+y)^3$	$x+y \uparrow 3$
$\left(\frac{x+A+\pi}{2B}\right)^2$	$(x+A+3.1416)/(2 \times B) \uparrow 2$
$\left(\frac{x}{y}\right)^{n-1}$	$(x/y) \uparrow n-1$
$\frac{a}{b} + \frac{c \cdot d}{e \cdot f \cdot g}$	$a/b+cd/efg$
$(m+n)(r+s)$	$m+n \times r+s$
$a+bx+cx^2+dx^3$	$a+x \times b+x \times (c+d \times x)$
$\frac{1600043G+10^5}{4568995G+10^5}$	$(1600043 \times G+1.10^5)/(4568995 \times G+1.10^5)$
$\left(\frac{1}{A}\right)^2 \cdot \left(\frac{R}{12.3}\right)^3 \cdot \left(\frac{25}{23.4}\right)^4$	$1/A \uparrow 2 \times (R/12.3) \uparrow 3 \times (25/23.4) \uparrow 4$

2. 试写出下列数学表达式的 ALGOL 简单算术表达式:

$$(1) (x+y)^3$$

$$(2) x+y^3$$

$$(3) x^{1.667}$$

$$(4) A + \frac{B}{C}$$

$$(5) \frac{a+b}{c}$$

$$(6) a + \frac{b}{c+d}$$

$$(7) \frac{a+b}{c+d}$$

$$(8) 1+x+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}$$

$$(9) a \cdot b + c^d - (2^x)^2$$

$$(10) \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{q-1}$$

$$(11) 2 \cdot p \cdot r \cdot \sin(\pi/p)$$

$$(12) 2 \cdot R \cdot \sin \frac{A}{2}$$

$$(13) 2\sqrt{y^2 + (4x^2/3)}$$

$$(14) -\frac{\cos^4 x}{4}$$

$$(15) 1 + \frac{x}{1 + \frac{x^2}{3 + \frac{(2x)^2}{5 + \frac{(3x)^2}{7 + (4x)^2}}}}$$

3. 用赋值语句写出下列各式的计算过程:

$$(1) x = ab^3 + 5\ln(1+c^2)$$

$$(2) x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$(3) x = \left(\frac{e^a + a^b}{a + \pi}\right)$$

$$(4) y = \frac{\sin x}{ax} + \left| \cos \frac{\pi x}{2} \right|$$

$$(5) y = z = ax^4 + |x^4 \lg x - a|$$

$$(6) D = E = b \left[(x + \sqrt{x^2 + 1})(ax + 1)^n - \frac{ax}{2(x-a)} \right]$$

4. 指出下列各题中的错误:

$$(1) A = B := C \uparrow 2 - 1$$

$$(2) A := B / -2 \times C$$

$$(3) A := 18_{10} 15(B+1)(C-1)$$

$$(4) A := 2 \times (B + 2(C - B))$$

述呢？正是本章要解决的主要问题。

§ 1 关系式与条件语句

例 3.1 计算分段函数

$$y = \begin{cases} 0 & \text{当 } x \leq a \text{ 时} \\ (x-a)^3 & \text{当 } x > a \text{ 时} \end{cases}$$

对于这个计算问题：

首先，将两个实型数 a 和 x 输入；

其次，判断不等式 $x \leq a$ 是否成立？若 $x \leq a$ ，则计算 $y=0$ ，否则计算 $y=(x-a)^3$ ；

最后，将变量 y 的值打印出来。

以上计算过程的框图是图 3-2。

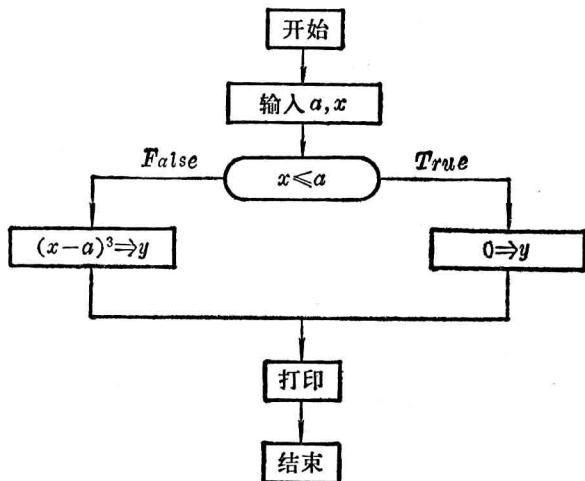


图 3-2

源程序如下：

```
begin
  real a, x, y;
```