高等院校电子信息与电气学科特色教材

信号与系统
例题精解与考研辅导

吴　楚　李京清　王雪明　编著

清华大学出版社

高等院校电子信息与电气学科特色教材

信号与系统
例题精解与考研辅导

吴 楚 李京清 王雪明 编著

清华大学出版社
北京

内容简介

“信号与系统”课程作为电子、通信、信号和信息分析与处理等学科，以及计算机网络通信等专业的技术基础课，其地位非常重要。本书是“信号与系统”课程的教学辅导用书。

本书以信号分析、系统的描述和信号通过系统的响应为主线，涵盖了课程的全部内容。全书共10章，分别为信号与系统的基本概念，连续时间信号的时域分析、频域分析、复频域分析，连续时间系统分析，连续时间信号通过系统的响应，离散时间信号分析，离散时间系统描述，离散时间信号过系统的响应以及状态变量分析。每章都包括知识重点、内容提要、典型例题精解和练习题及参考答案等内容。本书基本概念叙述准确，例题选编紧扣教学的重点和难点，解题方法力求简洁明快。书后还附有信息工程大学近年的“信号与系统”研究生考试的试题和参考答案。

本书可作为本科生学习“信号与系统”课程的辅助教材，也可作为考研学生备考和其他自学者的学习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统例题精解与考研辅导/吴楚，李京清，王雪明编著. —北京：清华大学出版社，2010.11
(高等院校电子信息与电气学科特色教材)
ISBN 978-7-302-22401-3

Ⅰ. ①信…　Ⅱ. ①吴… ②李… ③王…　Ⅲ. ①信号系统—研究生—入学考试—自学参考资料　Ⅳ. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第061790号

责任编辑：文　怡
责任校对：李建庄
责任印制：王秀菊
出版发行：清华大学出版社　　**地　　址**：北京清华大学学研大厦A座
http://www.tup.com.cn　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62795954，jsjjc@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
印 装 者：北京嘉实印刷有限公司
经　　销：全国新华书店
开　　本：185×260　**印　张**：17.75　**字　数**：440千字
版　　次：2010年11月第1版　　**印　　次**：2010年11月第1次印刷
印　　数：1～3000
定　　价：29.80元

产品编号：035004-01

出版说明

随着我国高等教育逐步实现大众化以及产业结构的进一步调整，社会对人才的需求出现了层次化和多样化的变化，这反映到高等学校的定位与教学要求中，必然带来教学内容的差异化和教学方式的多样性。而电子信息与电气学科作为当今发展最快的学科之一，突出办学特色，培养有竞争力、有适应性的人才是很多高等院校的迫切任务。高等教育如何不断适应现代电子信息与电气技术的发展，培养合格的电子信息与电气学科人才，已成为教育改革中的热点问题之一。

目前我国电类学科高等教育的教学中仍然存在很多问题，例如在课程设置和教学实践中，学科分立，缺乏和谐与连通；局部知识过深、过细、过难，缺乏整体性、前沿性和发展性；教学内容与学生的背景知识相比显得过于陈旧；教学与实践环节脱节，知识型教学多于研究型教学，所培养的电子信息与电气学科人才还不能很好地满足社会的需求等等。为了适应21世纪人才培养的需要，很多高校在电子信息与电气学科特色专业和课程建设方面都做了大量工作，包括国家级、省级、校级精品课的建设等，充分体现了各个高校重点专业的特色，也同时体现了地域差异对人才培养所产生的影响，从而形成各校自身的特色。许多一线教师在多年教学与科研方面已经积累了大量的经验，将他们的成果转化为教材的形式，向全国其他院校推广，对于深化我国高等学校的教学改革是一件非常有意义的事。

为了配合全国高校培育有特色的精品课程和教材，清华大学出版社在大量调查研究的基础之上，在教育部相关教学指导委员会的指导下，决定规划、出版一套“高等院校电子信息与电气学科特色教材”，系列教材将涵盖通信工程、电子信息工程、电子科学与技术、自动化、电气工程、光电信息工程、微电子学、信息安全等电子信息与电气学科，包括基础课程、专业主干课程、专业课程、实验实践类课程等多个方面。本套教材注重立体化配套，除主教材之外，还将配套教师用CAI课件、习题及习题解答、实验指导等辅助教学资源。

由于各地区、各学校的办学特色、培养目标和教学要求均有不同，所以对特色教材的理解也不尽一致，我们恳切希望大家在使用本套教材的过程中，及时给我们提出批评和改进意见，以便我们做好教材的修订改版工作，使其日趋完善。相信经过大家的共同努力，这套教材一定能成

为特色鲜明、质量上乘的优秀教材，同时，我们也欢迎有丰富教学和创新实践经验的优秀教师能够加入到本丛书的编写工作中来！

清华大学出版社

高等院校电子信息与电气学科特色教材编委会

联系人：刘佩伟 liupw@tup.tsinghua.edu.cn

前言

随着现代科学技术的飞速发展，"信号与系统"课程作为电子、通信、信号和信息分析与处理等学科，以及计算机网络通信等专业的技术基础课，其地位非常重要。通过本课程的学习，学生将学习线性时不变系统的基本概念、信号分析和信号通过系统的基本概念及基本分析方法，为通信技术专业、信号和信息分析与处理学科等专业的学习打下必要的基础。因此，很多专业的研究生考试将"信号与系统"课程列入了考试计划。

本书可作为本科生学习"信号与系统"的教材，也可作为考研学生备考和其他自学者学习的参考书。本书有以下特点：

(1) 内容提要突出"信号与系统"学习的重点与难点，内容全面、概念准确，叙述精炼。根据教育部高等学校电子信息科学与电气信息基础课程教学指导分委员会制定的"信号与系统"课程教学的基本要求，对课程中的知识点、重点、难点进行了详细的分析。

(2) 在内容编排上突出了数学工具和物理概念的结合，数学与实际工程应用背景结合。"信号与系统"所涉及的数学工具多，为了帮助读者在学习中注意数学工具的具体应用，本书特别讲解了信号频谱的概念、采样定理的应用、滤波、调制与解调以及信号的拉氏变换法应用于电路分析等实际工程应用问题。对离散系统的频率特性的定义和应用也进行较深入的讲解。有助于读者深刻理解公式、定理和各种变换性质的物理含意。

(3) 精选了例题，用多种方法进行详细的分析和解答。便于读者进行学习、分析、比较和理解。在选题和解题的过程中体现了编者多年来教学中的经验积累。为学生学习"信号与系统"提供了必要的参考。

(4) 书中附有(解放军)信息工程大学近年来的"电路、信号与系统"研究生考试试题和参考答案。考研的读者可以进行实战演习，对复习总结也具有指导意义。

全书共分 10 章。以信号分析、系统的描述和信号通过系统的响应为主线，涵盖了课程的全部内容。第 1 章是信号与系统的基本概念。第 2 章是连续时间信号的时域分析。第 3 章是连续时间信号的频域分析。第 4 章是连续时间信号的复频域分析。第 5 章是连续时间系统分析。第 6 章是连续时间信号通过系统的响应。第 7 章是离散时间信号分析。第 8 章是离散时间系统描述。第 9 章是离散时间信号过系统的响应。第 10 章是状态变量分析。每章都包括各章的重点、内容提要、典型例题精解和练习题及参考答案等内容。本书基本概念的叙述准确，例题

的选编紧扣教学内容的重点和难点，解题的方法力求简洁明快。

本书的各章重点与内容提要由(解放军)信息工程大学吴楚编写。各章典型例题精解由吴楚、李京清、王雪明、徐利民、叶金共同编写。其中，吴楚、李京清为本书主编，负责全书的组织、修改、定稿工作。

本书的出版还得到(解放军)信息工程大学电路与系统教研室的老师、研究生以及其他同事的大力帮助，在此向他们表示衷心感谢。

由于编者水平有限，时间紧迫，书中难免会存在一些不足和错误，敬请广大读者和专家指正，来信请寄：河南郑州(解放军)信息工程大学六系(邮编 450002)。

吴楚　李京清

2010 年 9 月

目录

第1章 绪论

"信号与系统"课程主要讨论确定性信号的特性、线性非时变系统的特性、信号通过线性系统的基本分析方法及由某些典型信号通过某些典型系统引出的一些重要的基本概念。通过本门课程的学习，读者需掌握信号分析及线性系统分析的基本理论及求解信号通过线性系统的响应的基本方法。因此首先应该能建立系统的数学模型，并对数学模型求解。其次要掌握信号与系统在时域、频域及复频域中的分析特点及相互之间的关系。本章将建立信号与系统的基本概念。

1.1 本章重点

(1) 信号的概念、数学描述及其分类。

(2) 系统的概念、数学描述及其分类。

(3) 奇异信号(特别是冲激函数、阶跃函数)的定义及性质。

通过本章的学习要熟练掌握典型的连续时间信号和离散时间信号的数学描述与波形；熟练掌握信号的基本运算；熟练掌握冲激函数及阶跃函数的性质；熟练掌握线性时不变系统的定义。掌握因果系统、稳定系统的基本定义。

1.2 内容提要

1.2.1 信号的基本概念

从数学描述的角度看信号就是函数。对电系统来说，电信号就是变化的电流和电压，自变量为时间 t。

1. 信号的分类

1) 连续时间信号和离散时间信号

连续时间信号：在连续时间范围内定义的信号。数学描述为连续时间 t 的函数。

离散时间信号：在离散时间瞬间定义的信号。数学描述为离散变量 n 的函数。离散时间信号又称序列，离散时间信号可以用离散序列值来表示。注意用离散序列值表示时要给出首项序号(或某项对应的序号)。

连续时间信号和离散时间信号都可以画出它们的波形图。

2）周期信号和非周期信号

满足 $f(t)=f(t\pm kT)$ 或 $f(n)=f(n\pm kN)$ 的信号为周期信号，k 为整数。满足以上关系的最小 T(或 N)称为该信号的周期。

不具有周期性的信号为非周期信号。

注意：离散复指数信号 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}$ 的周期性。

(1) 复指数信号频率 ω_0 的特点：因为 $\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\omega_0+2k\pi)n}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_0 n}$，所以 $2\pi>\omega_0>0$（ω_0 称为序列的数字角频率）。

(2) 离散复指数信号的周期性条件：当 $\dfrac{\omega_0}{2\pi}$ 为有理数时，序列为周期的。

(3) 周期复指数信号的基本周期为：$\dfrac{2\pi}{\omega_0}=\dfrac{N}{M}$ 为有理数时，信号的周期 $N=M\left(\dfrac{2\pi}{\omega_0}\right)$。$\dfrac{\omega_0}{M}=\dfrac{2\pi}{N}$ 称为离散信号的基频。

3）实信号和复信号

信号为自变量的实函数，称为实信号。信号为自变量的复函数，称为复信号。

4）能量信号和功率信号

信号的归一化能量定义为

$$E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

$$E=\sum_{k=-\infty}^{\infty}|f(k)|^2$$

能量信号满足

$$0<E<\infty \tag{1-1}$$

信号的归一化功率定义为

$$P=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}|f(t)|^2\mathrm{d}t$$

功率信号满足

$$0<P<\infty \tag{1-2}$$

5）奇信号和偶信号

奇信号

$$f(t)=-f(-t) \tag{1-3}$$

偶信号

$$f(t)=f(-t) \tag{1-4}$$

2. 典型的连续时间信号

实指数信号

$$f(t)=A\mathrm{e}^{\alpha t} \tag{1-5}$$

正弦信号

$$f(t)=A\sin(\omega t+\theta) \tag{1-6}$$

复指数信号

$$f(t)=Ae^{st}=Ae^{(\sigma+j\omega)t}(s=\sigma+j\omega) \tag{1-7}$$

抽样函数

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1-8}$$

3. 典型的离散时间信号

指数信号

$$f(n)=A\alpha^n \tag{1-9}$$

变振幅正弦信号

$$f(n)=A\alpha^n\sin(\beta n) \tag{1-10}$$

1.2.2 阶跃函数和冲激函数

1. 连续时间信号的阶跃函数和冲激函数

单位阶跃函数

$$\varepsilon(t)=\begin{cases}0 & (t<0)\\ 1 & (t>0)\end{cases} \tag{1-11}$$

单位冲激函数

$$\begin{cases}\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1\\ \delta(t)=0(t\neq 0)\end{cases} \tag{1-12}$$

2. 单位冲激函数的性质

1）筛选性质(抽样性质)

$$f(t)\cdot\delta(t)=f(0)\delta(t) \tag{1-13}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{+\infty}f(0)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0) \tag{1-14}$$

$$f(t)\cdot\delta(t-t_0)=f(t_0)\delta(t-t_0) \tag{1-15}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)\delta(t-t_0)\mathrm{d}t=f(t_0) \tag{1-16}$$

2）$\delta(t)$是偶函数

$$\delta(-t)=\delta(t) \tag{1-17}$$

3）尺度变换

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t) \tag{1-18}$$

4）单位冲激函数的导数——单位冲激偶函数

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-19}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0 \tag{1-20}$$

$$f(t)\cdot\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t) \tag{1-21}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\delta'(t-t_0)\mathrm{d}t=-f'(t_0) \tag{1-22}$$

$$\delta'[-(t-t_0)]=-\delta'(t-t_0) \tag{1-23}$$

$$\delta'(at)=\frac{1}{|a|}\cdot\frac{1}{a}\delta(t) \tag{1-24}$$

所以 $\delta'(-t)=-\delta'(t)$，$\delta'(t)$为奇函数。

5）复合函数形式的冲激函数：$\delta[f(t)]$

设 $f(t)=0$ 有 n 个互不相等的实根 $t_i(i=1,2,3,\cdots,n)$

则

$$\delta[f(t)]=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{|f'(t_i)|}\delta(t-t_i) \tag{1-25}$$

如果 $f(t)=0$ 有重根，$\delta[f(t)]$没有意义。

6）阶跃函数和冲激函数的关系

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}\varepsilon(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1-26}$$

$$\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-27}$$

阶跃函数经过相应的运算后，可得到以下常用函数：

矩形脉冲信号（又称门函数）

$$G_\tau(t)=\varepsilon\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-\varepsilon\left(t-\frac{\tau}{2}\right) \tag{1-28}$$

其中，τ 表示脉冲信号的脉冲宽度（又称门宽）。

符号函数

$$\mathrm{sgn}(t)=2\left(\varepsilon(t)-\frac{1}{2}\right)=\begin{cases}1 & (t>0)\\ -1 & (t<0)\end{cases} \tag{1-29}$$

3. 离散时间信号的单位序列和单位阶跃序列

单位序列

$$\delta(n)=\begin{cases}1 & (n=0)\\ 0 & (n\neq 0)\end{cases} \tag{1-30}$$

单位阶跃序列

$$\varepsilon(n)=\begin{cases}1 & (n\geqslant 0)\\ 0 & (n<0)\end{cases} \tag{1-31}$$

单位序列和单位阶跃序列的关系为

$$\delta(n)=\varepsilon(n)-\varepsilon(n-1) \tag{1-32}$$

$$\varepsilon(n)=\sum_{m=-\infty}^{n}\delta(m)=\sum_{m=0}^{\infty}\delta(n-m) \tag{1-33}$$

4. 连续时间信号的运算

信号的运算有加法、减法、乘法、翻转、时移、尺度变换、微分、积分等。注意所有的运算都要对自变量 t 进行。

1.2.3 系统的基本概念及分类

1. 线性系统

线性性质：指叠加性和齐次性。

即：若系统输入 $f_1(t)\to$输出 $y_1(t)$，输入 $f_2(t)\to$输出 $y_2(t)$，则

$$\text{输入 } a_1f_1(t)+a_2f_2(t)\to \text{输出 } a_1y_1(t)+a_2y_2(t)(a_1,a_2 \text{ 为常数}) \tag{1-34}$$

满足叠加性和齐次性的系统为线性系统。

线性系统具有解的可分解性：全响应＝零输入响应＋零状态响应。其零状态响应与输入呈线性关系，零输入响应与初始状态呈线性关系。

2. 时不变系统

若输入为 $f(t)$，系统的零状态响应为 $y_{zs}(t)$，则输入 $f(t-t_0)$时，有输出 $y_{zs}(t-t_0)$。记作

$$f(t-t_0)\to y_{zs}(t-t_0) \tag{1-35}$$

在具有线性和时不变的概念后，可定义既具有线性性质又具有时不变性质的系统为线性时不变系统。

注意对线性时不变系统有，若已知输入 $f(t)\to y_{zs}(t)$，则有

输入
$$f'(t)\to y'_{zs}(t) \tag{1-36}$$

输入
$$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)\mathrm{d}\tau \to \int_{-\infty}^{t} y_{zs}(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1-37}$$

以上性质可推广到高阶求导和积分的情况。

3. 因果系统

输出不产生在输入之前的系统为因果系统，否则为非因果系统。

4. 稳定系统

输入有界、输出也有界(BIBO)的系统为稳定系统，否则为非稳定系统。

1.3 典型例题精解

例 1-1 计算以下各式。

(1) $e^t\delta(t)$

(2) $e^t\delta(t-2)$

(3) $t\delta(t)$

(4) $(\sin t)\delta\left(t-\dfrac{\pi}{4}\right)$

解：利用冲激函数的抽样性质有

(1) $e^t\delta(t)=e^0\delta(t)=\delta(t)$

(2) $e^t\delta(t-2)=e^2\delta(t-2)$

(3) $t\delta(t)=0$

(4) $(\sin t)\delta\left(t-\frac{\pi}{4}\right)=\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)\delta\left(t-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\delta\left(t-\frac{\pi}{4}\right)$

例 1-2 计算以下函数的微分和积分。

(1) $f_1(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$，求$\frac{df_1(t)}{dt}$

(2) $f_2(t)=\cos(3t)\varepsilon(t)$，求$\frac{df_2(t)}{dt}$

(3) $\int_{-4}^{4}[e^{-2t}\delta(t-2)]dt$

(4) $\int_{-4}^{4}[e^{-2t}\delta'(t-2)]dt$

解：(1) 注意阶跃函数和冲激函数的关系。对具有不连续点的函数求导时，将产生冲激函数。冲激函数的幅值大小等于原函数在不连续点的跃变值。

$$\frac{df_1(t)}{dt}=\frac{d(e^{-2t}\varepsilon(t))}{dt}=-2e^{-2t}\varepsilon(t)+e^{-2t}\left(\frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right)=-2e^{-2t}\varepsilon(t)+\delta(t)$$

(2) $\frac{df_2(t)}{dt}=\frac{d(\cos(3t)\varepsilon(t))}{dt}=-3\sin(3t)\varepsilon(t)+\delta(t)$

(3) $\int_{-4}^{4}[e^{-2t}\delta(t-2)]dt=\int_{-4}^{4}[e^{-4}\delta(t-2)]dt=e^{-4}$

(4) $\int_{-4}^{4}[e^{-2t}\delta'(t-2)]dt=\int_{-4}^{4}[e^{-4}\delta'(t-2)+2e^{-4}\delta(t-2)]dt=2e^{-4}$

注意：如果冲激函数不包含在积分限之内，则积分值为 0，如

$$\int_{-4}^{1}[e^{-2t}\delta'(t-2)]dt=\int_{-4}^{1}[e^{-4}\delta'(t-2)+2e^{-4}\delta(t-2)]dt=0$$

例 1-3 计算。

(1) $\int_{-\infty}^{\infty}e^{-t}\delta'(t)dt$

(2) $\int_{-\infty}^{t}e^{-\tau}\delta'(\tau)d\tau$

(3) $\int_{-2}^{-1}e^{-t}\delta'(t)dt$

解：(1) 由于 $f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$，且 $\int_{-\infty}^{\infty}[\delta'(t)]dt=0$，得

$$\int_{-\infty}^{\infty}e^{-t}\delta'(t)dt=\int_{-\infty}^{\infty}[\delta'(t)+\delta(t)]dt=1$$

(2) $\int_{-\infty}^{t}e^{-\tau}\delta'(\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{t}[\delta'(t)+\delta(t)]dt=\delta(t)+\varepsilon(t)$

(3) $\int_{-2}^{-1}e^{-t}\delta'(t)dt=0$