

· 新课标 · 新课程 · 新方法 · 新思维

多维 解题



方法、规律、技巧 | 特别训练

丛书主编 ◇ 沈玉兰

分册主编 ◇ 程德友

五年级数学

山西出版集团
山西教育出版社

编 委

从 凯	马正文	王 铁	侣近东	申丹莉	于宗辉
李海平	谢焕金	朱振燕	耿秀景	周忠伟	郭金全
李 静	刘传新	康兴国	张军粉	王加兰	张文仲
程德友	姚光春	马英秀	李 平	邱连群	周 斌
朱鹏歧	牛玉芹	尚现军	张振娥	张传发	褚加星
杜传辉	王小刚	霍文杰	李洪芳	房 强	刘丽霞
李其昌	党芳芳	王志岩	孟彦秀	张长玲	孔祥琴
徐学祥	赵宗静	许爱仙	秦艳荣	胡 峰	王秀芹
陈延增	严宗活	刘苑珊	陈德俊	龚 红	谭 斌
冯润胜	何海宏	李洁琼	何自强	胡家樑	高敏如
黄碧珊	郭展耀	简炳辉	蓝丰明	陈可美	王丽萍
李国强	高敏如	杨达超	马 洪	马爱娜	周庆祖
郭振英	严绪朝	徐锭明	徐文荣	王海运	张位平
刘宏斌	许永发	王功礼	陈方红	王立华	刘 岩
吴孟飞	杨朝红	蒋天庆	刘 亮	刘学娟	

本 册 编 委 会

BENCE BIANWEIHUI

主 编:程德友

乔治·波利亚的“解题战略”

第一,你必须弄清的6个问题

1.未知是什么? 2.已知是什么? 3.条件是什么? 4.满足条件是否可能? 5.要确定未知,条件是否充分? 或者它是否不充分? 或者是多余的? 或者是矛盾的? 6.把条件的各个部分分开,你能否把它们写下来?

第二,找出已知数与未知数之间的联系,如果找不出直接的联系,考虑辅助问题,最终得出一个求解计划。

- 1.你以前见过它吗? 你是否见过相同问题的几种形式稍有不同?
- 2.你是否知道与此有关的问题? 你是否知道一个可能用得上的定理?
- 3.看着未知数,试想出一个具有相同未知数或相似未知数的熟悉的问题。
- 4.你能不能利用它? 你能利用它的结果吗? 你能利用它的方法吗? 为了利用它,你是否应该引入某些辅助元素?
- 5.你能不能重新叙述这个问题? 你能不能用不同的方法重新叙述它?
- 6.如果你不能解决所提出的问题,你能不能想出一个更容易着手的有关问题? 一个更普遍的问题? 一个更特殊的问题? 一个类比的问题?
- 7.你是否利用了所有的已知数据? 你是否利用了整个条件? 你是否考虑了包含在问题中的必要的概念?

第三,实行你的计划

实现你的求解计划,检验每一步骤。

你能否清楚地看出这一步骤是正确的? 你能否证明这一步骤是正确的?

第四,验算所得的解

你能否检验这个论证? 你能否用别的方法导出这个结果?

你能不能一下子看出它来? 你能不能把这一结果或方法应用于其他的问题?

弄清问题
UNDERSTANDING THE PROBLEM

拟定计划
DEVELOPING A PLAN

实现计划
CARRYING OUT THE PLAN

回顾
LOOKING BACK



出品说明书



【产品之父】山西教育出版社

【产品之母】全国一线百名特高级教师联合研发团队

【理论基础】世界著名数学家乔治·波利亚(G.Polya)的经典著作《如何解题》(How to Solve It)

【质量评价】

一套汲取国内外最新教育理念和成功学习方法,可以改变孩子一生的训练教材。重点解决启发学习兴趣、引导学习方法、提高学习效率、增强学习能力等四大问题,是学生快速提高学习成绩的神兵利器、开启名校大门的金钥匙。

【内容概述】

本书内容系统、完善地介绍了学习与备考过程中所应当攻克的所有题型,并且将它们分别纳入“基本题型训练”“综合题型训练”“解题思维训练”三大部分,得以循序渐进地加以训练。在每个题型的讲解过程中,又通过“命题特点”“样板试题”“举一反三”“错题诊疗”“反复训练”等5个维度的栏目,使所学得到卓有成效的巩固。

【成分构成】

维度1:基本题型 50%,综合题型 30%,思维题型 20%;

维度2:解题方法 40%,解题技巧 40%,解题思维 20%;

维度3:难题 30%,中度题 40%,易解题 30%。

【适用人群】

全国新课标各版本教材使用地区学生

【适用症状】

1. 学习努力,成绩却毫无起色,甚至越学越落后!
2. 学习时头脑浑浑噩噩,什么都学不进,什么都学不会!
3. 学习中觉得知识范围太广,总抓不住重点,精力浪费严重!

力浪费严重!

4. 学习到了能力极限,无论如何都难以有所突破!
5. 考试时经常忘记一些重要的内容,遇到的明明是以前做过的题,可怎么都做不出来!
6. 平时学习成绩不错,但到了考试(特别是大考)却往往发挥失常!

【预设功能】

帮优等生入名校,助中等生考重点,促后进生强信心。

【七大特色】

1. 首次将题型按“基本题型”“综合题型”“思维题型”三大维度分类,科学、系统地揭示了考试出题的套路。
2. 题型设置科学,采取从近年来的真题中沙里淘金的办法,使各题型都真正具有母题的性质,精而不杂。
3. 抓住题型的“命题特点”,汇整“解题要领”,突破考生解题迷思,详尽解说攻破秘诀。
4. 统整“解读步骤”,科学示范解题的规范化过程,强调审题、解答、总结的一体化。
5. 讲例结合,以题讲法,以题深化,简明扼要地点拨,重在突破错误惯性,形成科学思维。
6. 多维训练,突出一题多解、多题一解、一题拓展、变式,介绍巧思妙解,强化举一反三。
7. 解密考试中的复杂难题(特别是压轴题)的命题来源,并运用抽丝剥茧法加以破解,彻底消除其在学生心中的神秘感!

【使用阶段】

灵活自选,既可以在低年级同步使用,也可以在复习阶段强化使用。

部 分 作 者 及 推 荐 语



马正文 高中数学(理科)分册主编,1961年毕业于杭州大学数学系,曾在杭州大学、江山水泥厂中学、浙江育英学院等单位任教。

推荐语►本书讲究知识综合的顺序性,组合命题的科学性和总结归纳的系统性,引导读者逐步掌握中学阶段所必须掌握的数学思维和高效率的学习方法,并逐步提高学习数学知识和综合运用数学知识解决问题的能力。



王 铁 高中数学(理科)分册主编,1968年毕业于杭州大学数学系,有多年中学一线教学经验。后历任浙江省教育厅教研室副主任、书记、正处级调研员。

推荐语►阅读本书,可以激发读者学习数学的兴趣,达到学好数学的目标。本书具有如下特点:温故知新、归纳升华,融会贯通、灵活综合,重视过程、善于思考,激发兴趣、熟能生巧,改良传统、力求革新。



倪近东 高中化学分册主编,北京市昌平一中高级教师,教学骨干,硕士。主编高中化学教辅图书八部,参编教辅图书二十余部。多年来致力于高考研究,开发有全国最大的化学试题库,所教学生多人考入清华大学、北京大学等名校。

推荐语►本书帮您分析典型例题,梳理基础知识,总结化学规律,掌握方法技巧,提高解题能力。



申丹莉 小升初语文分册主编,文学硕士,做过多年中学语文教师,现任《语文报》编辑,著有专著及论文多部(篇)。

推荐语►系统全面的讲解,恰到好处地演练。给你一帆风顺一渔船,让你在泛舟嬉戏中轻松夺冠。



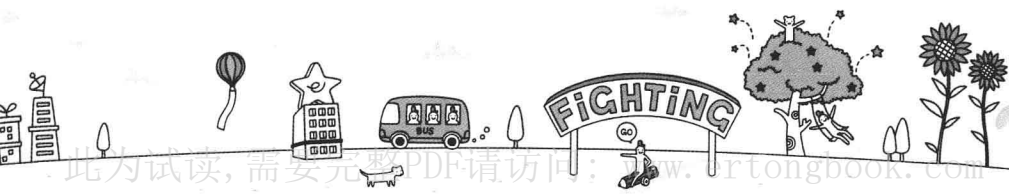
霍文杰 高中数学(文科)分册主编,山东省中学一级教师,骨干教师。从事高中教学近二十年,长期任教高三毕业班,经验丰富,曾数次参与高中教辅图书的编写。

推荐语►本书对高中数学科目中常见、常考的题型进行归纳分类,从基本题型到综合应用,再上升到数学思想,十分注重对学生解题思维的训练。



李其昌 高中生物分册主编,中学一级教师,毕业后长期从事毕业班工作,曾经编写过《高中生物策略整合》等书。

推荐语►本书是一本集解题方法、技巧、规律和思维为一体的高考复习资料,特别适用于现在对解题迷茫的学生。有了这本书,学习好轻松;用了这本书,学习真管用。



部 分 作 者 及 推 荐 语



房 强 中学专职信息技术科教师,长期从事一线教学工作,业务强,教法灵活。其所执教的信息技术课多次获得奖励,对高中信息技术科学业水平与高考试题解题方法有比较深入的研究。

推荐语►该书知识体系全面,题目类型设置新颖,内容针对性强,是一本既全面、又实用的学习辅导材料,一定会受到广大高中生的欢迎。



朱鹏歧 初中化学分册主编,中学高级教师。2003年荣获全国初中化学竞赛园丁奖。近年来,多次参与或主编教辅图书。

推荐语►使用本书,您会发现一种“奇”、一种“妙”、一种“美”和“一览众山小”的博大。它帮您拨云见日,指点迷津;它帮您轻松学习,重展笑颜;它帮您过关斩将,奔向美好未来。



李 平 初中几何分册主编,中学数学骨干教师,学科带头人,曾被授予“优秀教师”和“教学能手”等荣誉称号。

推荐语►创新完美的体例,全面精尖的典例,密集灵巧的方法阐述,系统深奥的板块设计,为您奉献跨入顶尖学府的数学智慧。



陈延增 小升初数学分册主编,高级教师,数学奥林匹克竞赛国家二级教练员,教学能手,在国家级期刊发表论文数篇、编著教辅图书多种。

推荐语►这里是智慧的殿堂,知识汇集的大厦,方法积聚的宝港,数学趣味闪烁的心窗,里面藏着小小数学家闯入名校的金箍棒。



邱连群 初中代数分册主编,中学数学高级教师,曾多次荣获“奥林匹克竞赛优秀辅导奖”。

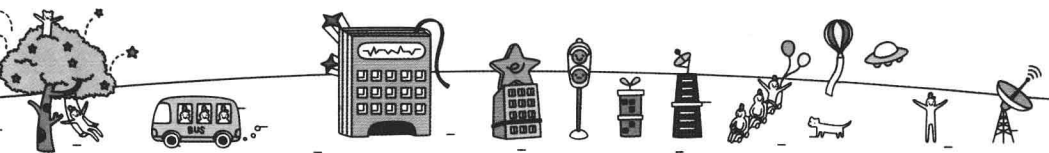
推荐语►知识系统与能力梯级的完美结合,数学思想智慧与代数解题方法的完美统一,为您奉献赢就未来的决胜大餐。



王加兰 小学数学三年级分册副主编,小学一级教师,《少年智力开发报》、《少年素质教育报》、《时代学习报》、《学习周刊》、《快乐数学》、《数学大王》等多家报刊特约编辑、撰稿人,主编或参编过十几本少

儿教辅图书。

推荐语►本书根据小学生的年龄特点,集趣味与知识为一体,讲解深入浅出,并且分层次、分类别逐步深入,可以让不同程度的学生均得到提高,是一本将会深受师生好评的读物。





目录 mulu

第一章 基本题型训练/1



专题一 小数 /3

题型 1 小数与分数的关系 /3



专题二 小数的乘法 /8

题型 2 小数乘法的计算方法 /8

题型 3 小数、整数加、减、乘、除的混合运算 /13



专题三 小数的除法 /20

题型 4 小数的除法法则 /20

题型 5 小数除以小数 /24

题型 6 小数与整数的四则混合运算 /30



专题四 简易方程 /37

题型 7 方程的定义与求解 /37

题型 8 方程的应用 /42



专题五 多边形的面积 /52

题型 9 三角形的面积 /52

多

维

解

题

训

练



目录

mulu

题型 10 平行四边形的面积 /56

题型 11 任意多边形的面积 /60

多



专题六 因数和倍数 /67

题型 12 因数的分解方法 /67

题型 13 最大公因数和最小公倍数 /72

维

解



专题七 分数 /80

题型 14 分数的加、减法 /80

题型 15 分数与整数、小数的四则混合运算 /85

题



专题八 统计 /92

题型 16 数据、折线图、条形图之间的互换 /92

训



专题九 可能性 /104

题型 17 可能性的计算方法 /104



专题十 长方体与正方体 /112

题型 18 长方体和正方体的定义 /112

题型 19 长方体的表面积和体积的计算方法 /117

题型 20 正方体的表面积和体积的计算方法 /122

练



专题十一 确定位置 /128

题型 21 方向与位置的区别 /128

题型 22 数对的定义 /132



专题十二 圆 /138

题型 23 圆的周长与面积公式 /138

题型 24 有关圆的应用题 /143



专题十三 负数 /151

题型 25 负数的概念 /151

第二章 培优题型训练 /161



专题一 运算技巧 /163

题型 1 整数四则的巧算方法 /163

题型 2 小数四则的巧算方法 /167

题型 3 分数四则的巧算方法 /172

题型 4 方程的求解 /177



专题二 方程法解题 /185

题型 5 用方程解应用题 /185

题型 6 用方程解几何问题 /192



专题三 数列 /198

题型 7 等差数列的求和 /198



专题四 常见类型应用题 /203

题型 8 和差问题 /203

多

维

解

题

训

练



目录

mulu

多

题型 9 差倍问题 /208

题型 10 和倍问题 /213

题型 11 归一问题 /218

题型 12 还原问题 /225

题型 13 年龄问题 /231

题型 14 时钟问题 /237

题型 15 植树问题 /243

题型 16 盈亏问题 /247

题型 17 统筹问题 /254

维

解

题



专题五 难题荟萃 /262

题型 18 行程问题 /262

题型 19 数的整除 /272

题型 20 平均问题 /279

题型 21 奇数和偶数 /284

题型 22 数的分解 /290

题型 23 定义新运算 /295

训

第三章 解题思维训练/303

思维训练 1 用割补法求面积 /305

思维训练 2 数值代入法 /310

思维训练 3 枚举法 /315

思维训练 4 图解法 /319

思维训练 5 倒推法 /325

思维训练 6 等量代换法 /330

思维训练 7 分解法 /335

练

附录:重要概念、公式与定理/347

基本 题型 训练

第一章

Diyi
zhang



专题一 ZHUANTYI 小数

题型1 小数与分数的关系



命题特点

嗯……现在……我们讲一讲……

本题型是从小数的定义、背景，小数的几何意义以及小数与分数的互相转化的角度来命题的。小数的定义往往是从小数与整数的大小、小数的计数单位来出题，小数的大小比较也是出题的热点之一。知道小数产生的背景和应用范围，能破除对数学的神秘感。习题主要包括小数的概念、考查小数的基本概念等。主要的学习目的是加强小数与整数的联系，达到数系扩展的目的。解决了不够除（如 $1 \div 2$ 不知商准确为何的困惑）的问题。小数的几何意义主要是指怎样用数轴、平面图等来表示小数，从而利用数轴和平面图来形象比较小数的。在成年人看来是多此一举，然而数形结合的思想却是基本的数学思想之一，有助于学生更容易理解小数的大小比较和小数的稠密性，以弥补用列举方式定义小数概念的不足。从小学课本的编排方式上看是从分数引出小数，因此强调 $1/10 = 0.1$ ， $1/100 = 0.01$ 等。小数（准确说是有限小数和循环小数）的加减乘除可以化为分数来计算，反之分数也可以化成小数来计算。但是分数化成小数时可能会产生无限小数影响精确度，而小数化成分数也会有化简成最简分数统分的麻烦，无限不循环小数不能化成分数。具体问题要具体处理，不能一刀切。



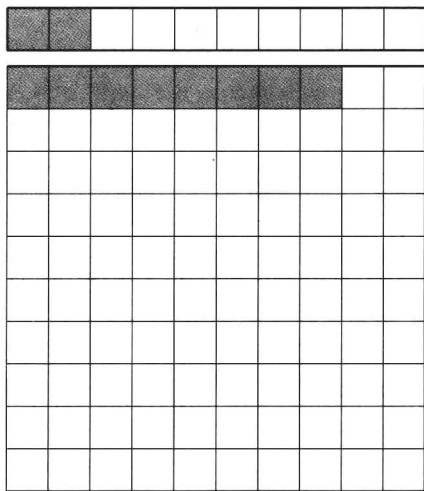
样板试题

看看以前是怎么考的……

例题1 由 $1.2 < 1.22 < 1.222 < \dots < 1.3$ 从中不难看出任意两个小数之间还有无数个小数，这是小数的（ ）。

思路导引：由于学生一直在自然数集里进行加减乘除的运算，在两个相邻整数（如1和2）之间再无其他整数，习惯成自然也认为0.1、0.2两个小数之间也没有其他小数。这是因为课本上举例说明小数概念的局限性所造成的。小数集与自然数集的区别之一就是具有稠密性，即任意两个小数之间还有无数个小数，这是小数的（稠密性）。

例题2 下图每个小方格表示1元，两处阴影部分的小方格分别表示多少？



思路导引：出该题的目的是教学生利用平面图来理解小数。

$$\text{分数} = \left(\frac{2}{10}\right) \text{元} = (0.2) \text{元} = 2 \text{角}$$

$$\text{分数} = \left(\frac{8}{100}\right) \text{元} = (0.08) \text{元} = 8 \text{分}$$

举一反三（思维变式题）

噢，过来，悄悄告诉你……

例题3 (1) 0.4是由()个0.01组成的。

思路导引一：利用小数产生的背景来考虑：把0.4具体化成0.4元即40分，0.01具体化成0.01元即1分。 $40 \div 1 = 40$ ，所



以 0.4 是由 (40) 个 0.01 组成的。

思路导引二：利用小数的计数单位来解题，0.4 十分位是 4，其他数位是 0，表示由 4 个 0.1 组成的，而每个 0.1 又是由 10 个 0.01 组成的。所以 0.4 是由 (40) 个 0.01 组成的。

思路导引三：用 $0.4 \div 0.01 = 40$ 得出，0.4 是由 (40) 个 0.01 组成的。

$$(2) \left(\frac{1}{2} + 0.3\right) \times 0.5$$

思路导引一：把分数化成小数按小数的运算法则来计算：

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (0.5 + 0.3) \times 0.5 \\ &= 0.8 \times 0.5 \\ &= 0.4 \end{aligned}$$

思路导引二：把小数化成分数按分数的运算法则计算：

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2} + 0.3\right) \times 0.5 &= \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{10}\right) \times \frac{1}{2} \\ &= \left(\frac{5}{10} + \frac{3}{10}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

例题 4 0.5 米和 0.3 米比，哪个长？

思路导引一：在数轴上右边的数总是大于左边的数，0.5 在 0.3 的右边。

$$0.5 \text{ 米} > 0.3 \text{ 米}$$

思路导引二：化小数为分数再进行比较：

$$0.5 = \frac{5}{10} \quad 0.3 = \frac{3}{10} \quad \frac{5}{10} > \frac{3}{10} \quad 0.5 \text{ 米} > 0.3 \text{ 米}$$

思路导引三：把米转化成分米进行比较：

$$0.5 = 5 \text{ 分米} \quad 0.3 = 3 \text{ 分米} \quad 5 \text{ 分米} > 3 \text{ 分米} \quad 0.5 \text{ 米} > 0.3 \text{ 米}$$



错题诊疗

看了……以后就不会再错了……

例题 5 判断：小数就是比 1 小的数，如 0.8、0.5 等。



多

诊疗



根据小数的定义：像 0.4、0.48、2.5……这样的数都是小数。

症状：错了，由于课本是以举例的方法来定义小数的，往往有局限性，导致学生走入误区。

医治：读几遍小数的定义，你就会发现 $2.5 > 1$ ，应用举例说明的方法就会纠正该题的错误。

例题 6 填小数

1 天 = (0.1) 星期

一根筷子 = (0.1) 双

一年 = (0.1) 世纪

一分钟 = (0.1) 小时

维

解

题

诊疗



多读几遍：1 星期是 7 天，1 双筷子有 2 根，

1 世纪 = 100 年，60 分钟 = 1 小时。

症状：把多种进制像二进制、七进制、六十进制都理解成了十进制。

医治：先化成分数再进而化成小数。

1 天 = $(\frac{1}{7})$ 星期 $\approx (0.143)$ 星期；

一根筷子 = $(\frac{1}{2})$ 双 = (0.5) 双；

一年 = $(\frac{1}{100})$ 世纪 = (0.01) 世纪；

一分钟 = $(\frac{1}{60})$ 小时 $\approx (0.017)$ 小时。

训

练



反复训练

——不留神，就把这部分内容掌握了……

习题1 填空。

- (1) $8.5 + 6.2 = 6.2 + 8.5$ 说明小数集满足加法 ()
- (2) $8.5 \times 6.2 = 6.2 \times 8.5$ 说明小数集满足乘法 ()
- (3) $6.3 \times (4.2 + 5.6) = 6.3 \times 4.2 + 6.3 \times 5.6$ 说明小数集满足 ()
- (4) $3.2 > 2.3$, $3.2 + 6 > 2.3 + 6$ 说明小数集满足加法 ()
- (5) $5.6 < 6.5$, $5.6 \times 2.3 < 6.5 \times 2.3$ 说明小数集满足乘法 ()
- (6) 如果 $7.8 > 5.8$, $5.8 > 2.3$, 那么 $7.8 > 2.3$ 说明小数集满足 ()
- (7) 如果 $6.5 + 8.9 = 7.0 + 8.4$, $7.0 + 8.4 = 7.5 + 7.9$, 那么 $6.5 + 8.9 = 7.5 + 7.9$ 说明小数集满足 ()

习题2 整数部分是零的最大一位小数与 $\frac{9}{10}$ 的和是多少?

习题3 60 与整数部分是 52 的最大二位小数的差是多少?

习题4 利用数轴比较下面各数的大小。

$$0.4 \square 0.04 \quad 0.56 \square 0.65 \quad 0.75 \square 0.78$$

习题5 下图表示 1 平方千米，请把表示 5 公顷的小方格涂黑，5 公顷 = () 平方千米或 () 平方千米

