适用于各版本教材
SHIYONGYUGEBANBENJIAOCAI

总顾问：吴宏文
主　编：刘志宏

新课标

中学生优秀教辅

初中

奥赛王

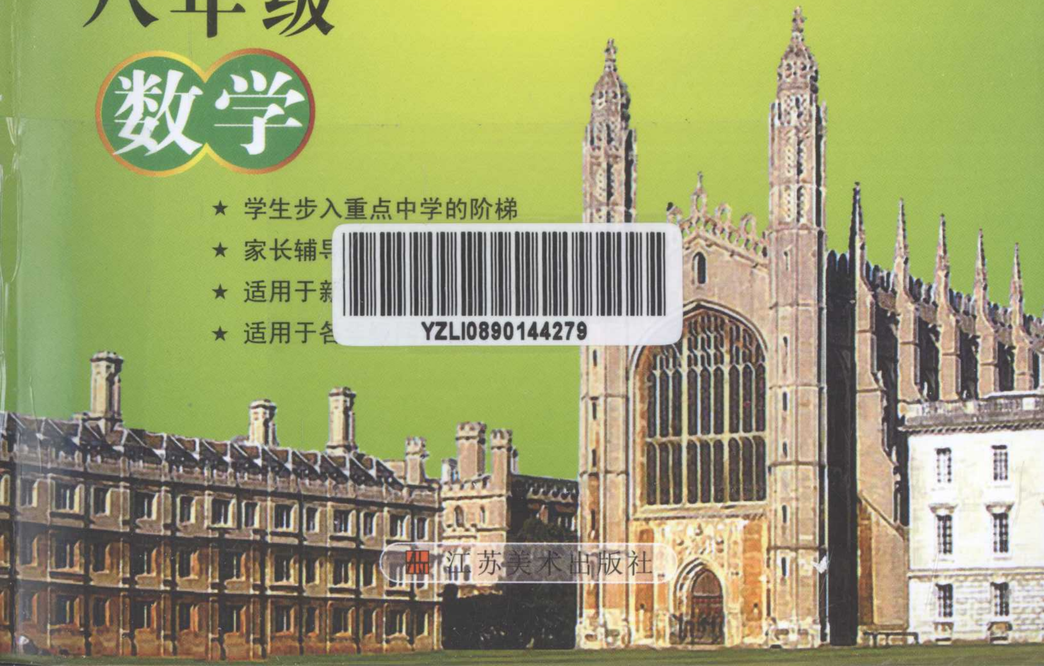
全国金牌教师主编　黄冈名师精心打造

第四次修订

八年级

数学

★ 学生步入重点中学的阶梯
★ 家长辅导
★ 适用于新
★ 适用于各



江苏美术出版社

初中

奥赛王

八年级数学

主　　编　刘志[illegible]

副 主 编　陶　峰　夏世锋

编　　委　夏永忠　张根林　王希林　曾　涛

乐瑞芳　余文普　夏素玲　范秀红

黄甲锋　夏周详　丁其周　徐　弦

易明波　彭红卫　卢红玲　胡汉丽

肖进阳　黄远海　丁建怀　余定辉

[illegible]武　李玉杯

[illegible]世锋

江苏美术出版社

图书在版编目(CIP)数据

初中奥赛王. 八年级数学/刘志宏主编. —南京:江苏美术出版社,2011.7

ISBN 978-7-5344-3923-0

Ⅰ. ①初… Ⅱ. ①刘… Ⅲ. ①中学数学课—初中—教学参考资料Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 138253 号

出　品　人　周海歌
项目统筹　程继贤　周宇慧
市场统筹　段　炼　刘晓东
责任编辑　王林军　魏申申
特邀编辑　韩　芹
装帧设计　千里象设计
插图设计　黄如驹
责任校对　刁海裕
责任监印　贲　炜

书　　名　初中奥赛王·八年级数学
出版发行　凤凰出版传媒集团(南京市湖南路1号A楼　邮编:210009)
凤凰出版传媒股份有限公司
江苏美术出版社(南京市中央路165号　邮编:210009)
集团网址　http://www.ppm.cn
出版社网址　http://www.jsmscbs.com.cn
经　　销　凤凰出版传媒股份有限公司
印　　刷　南京师范大学印刷厂
开　　本　880mm×1230mm　1/32
印　　张　8
版　　次　2011年11月第1版　2011年11月第1次印刷
标准书号　ISBN 978-7-5344-3923-0
定　　价　16.80元

营销部电话　025-68155667　68155670　营销部地址　南京市中央路165号5楼
江苏美术出版社图书凡印装错误可向承印厂调换

前　言

《奥赛王》丛书,是针对新课标编写的竞赛与培优系列教辅资料,它以新课标竞赛知识点为主线,同时与新课标教材知识同步来编写,体例设计力求创新。我们编写丛书的目的是为学生升入重点中学(大学)服务,为各级各类学科竞赛服务。

《奥赛王》丛书具有以下突出特点:

一、全面丰富实用

全书内容丰富,题量充足,信息量大。丛书解读详细,分析透彻,归纳全面,训练到位。

二、体例设计全新

全书栏目特色是

《课标导航》——理念新。每讲开头用了生动活泼的导语(名言、诗词、小故事、趣题等),让学生在全新的知识背景下步入课题,启迪性强。

《赛点解读》——结构新。每讲按教材同步的基础知识,结合竞赛知识来解读,同时又归纳了热门赛点,层次感强。

《赛题详解》——讲法新。针对各节赛点,配用独到的《教练点拨》《完全解答》《特别关注》三个小栏目,实现讲解内容的"实、精、透"与学生能力的"培、提、升"有效统一。

《实战演练》——练法新。丛书选用最新的中(高)考题及最新的各级各类竞赛题,配以精典题与原创题,分三个方面《赛点整合,步步为营》《智能升级,链接赛题》《练后反思,方法提炼》来练,从练"点"、练"面"到最后学生知识的"内化",形成完美的统一。

三、作者阵容强大

《奥赛王》丛书作者全部是黄冈市在竞赛辅导一线工作多年的国家级教练员。他们不仅培养出“湖北省理科状元”,而且辅导学生参加全国竞赛获国家级奖百余人次。卓有成效的辅导经验,保证了丛书的领航性、科学性、实用性。

四、适用对象全面

丛书策划考虑到各地区教材版本的多样性,采用以竞赛知识点为线索编写,适用各种版本教材的使用。考虑到读者的知识层次,采用结合教材内容同步编写,适用各年级各章节同步辅导。

我们相信丛书一定能为老师进行培优与竞赛辅导助一臂之力,一定能给学生进入重点中学(大学),获得竞赛奖牌助一臂之力。

本丛书虽然从策划到编写,再到出版,精心设计,认真操作,可谓竭心尽力,但疏漏之处在所难免,诚望广大读者批评指正。

丛书编委会

2011 年 8 月于黄冈 · 牛坡山

目录

MU LU

一、整式的乘除与因式分解

课标导航

小精灵智破猜数魔术

在一次数学游戏晚会上，万刚同学上台表演了自己发明的一个猜数魔术，他要求每一个同学在心里随便想好一个数，不要说出来，然后按下列步骤依次进行计算：

(1) 这个数＋这个数；

(2) 所得的和×这个数；

(3) 所得的积－这个数的两倍；

(4) 所得的差÷这个数。

接着，万刚又说，不管是谁，只要把计算结果告诉我，我就可以把你心里所想的那个数猜出来。

方明同学第一个站起来说："我算出的结果是98，你知道我想的是什么数吗？"

万刚故作神秘状，慢慢地说："有了，你想的数是50，对吗？"

接着，万刚一一猜出了各人所想的数。

小精灵安琪对这个魔术非常感兴趣，她深思了一下，突然站起来："这个戏法我也会变。"

这个魔术你会吗？试试看！

赛点解读

整式是最基本的代数式，整式的加减实际就是合并同类项，必须熟练掌握去括号、添括号及合并同类项三个法则，常用的方法有"整体代换""特殊值法"和"乘法公式的逆用"等。整式的乘法和除法是整式的两种基本运算，它们与数的乘法和除法类似，如整式的乘法也有交换律、结合律和分配律，整式的除法也可看作是乘法的逆运算等等。并且在乘法运算规律的基础上，人们总结出了一些非常有用的公式——乘法公式，如平方差公式、完全平方公式等等。

在运用乘法公式时应把握以下几点

1. 熟练掌握每个公式的结构特征；

2. 根据待求式的特征，模仿套用公式；
3. 对公式中的字母要能灵活运用；
4. 既能正用，又可逆用且能适当变形或重新组合，灵活运用公式。

本节涉及到的热门赛点有

1. 指数运算律的运用。
2. 整式的乘法。
3. 乘法公式的灵活运用。
4. 整式的除法。
5. 因式分解。

赛题详解

赛点1：指数运算律的运用

指数运算律是整式乘除的基础，有如下四个常用公式：

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}, (ab)^n = a^nb^n, a^m \div a^n = a^{m-n}$

例1 (1) 若 $x^m == 8, x^n = 2$，求 $x^{2(m-n)}$。

（2011年株州市中考模拟）

(2) $x+y^{-1} = 10, x^3+y^{-3} = 100$，求 x^2+y^{-2} 的值。

（2011年江阴市预录）

【教练点拨】(1) 用同底数幂的除法和幂运算法则。

(2) 注意公式 $(x^3+y^{-3})=(x+y^{-1})(x^2-xy^{-1}+y^{-2})$

【完全解答】(1) $x^{2(m-n)}=(x^{m-n})^2=(x^m \div x^n)^2=(8\div 2)^2=4=16$

(2) $(x^3+y^{-3})=(x+y^{-1})(x^2-xy^{-1}+y^{-2})=100$

由 $x+y^{-1}=10$

知 $x^2-xy^{-1}+y^{-2}=10$ ①

又 $(x+y^{-1})^2=x^2+2xy^{-1}+y^{-2}=10^2=100$ ②

②+①×2 得 $3(x^2+y^{-2})=120$

$\therefore x^2+y^{-2}=40$

【特别关注】运用指数运算律解题应注意以下三点：

(1) 公式的逆用；

(2) 善于变异底为同底；

(3) 适当地对已知等式进行运算处理，从整体上解决问题。

赛点2:整式的乘法

整式的乘法是各种代数式的各种运算和变形的基础,这里主要讲解整式乘法运算的技巧及应用。

例2 已知 $a_1,a_2,a_3,\cdots a_{2\,007}$ 是彼此互不相等的负数,且

$M=(a_1+a_2+\cdots+a_{2\,006})(a_2+a_3+\cdots+a_{2\,007})$,

$N=(a_1+a_2+\cdots+a_{2\,007})(a_2+a_3+\cdots+a_{2\,006})$,

那么 M 和 N 的大小关系是 M____N。

(希望杯赛题)

【教练点拨】显然不宜直接进行乘法运算,我们可以从整体考虑,用换元法简化计算,然后用作差法来判断 M 与 N 的大小。

【完全解答】令 $a=a_1+a_2+\cdots+a_{2\,006}$,

$b=a_1+a_2+\cdots+a_{2\,007}$,则

$M=a(b-a_1),N=b(a-a_1)$

故 $M-N=a(b-a_1)-b(a-a_1)$

$=a_1(b-a)$

$=a_1\cdot a_{2\,007}$

$\because a_1<0,a_{2\,007}<0$

$\therefore a_1\cdot a_{2\,007}>0$

即 $M-N>0$

$\therefore M>N$

【特别关注】整式的乘法运算,要根据题目的结构特点选择合适的方法,譬如下面多项式的乘法还可用竖式计算:

求在展开 $(5a^3-3a^2b+7ab^2-2b^3)(3a^2+2ab-3b^2)$ 中,a^3b^2 和 a^2b^3 的系数。

$$
\begin{array}{rrrrrrr}
 & & & 5 & -3 & 7 & -2 \\
\times) & & & & 3 & 2 & -3 \\
\hline
 & & & -15 & 9 & -21 & 6 \\
 & & 10 & -6 & 14 & -4 & \\
+) & 15 & -9 & 21 & -6 & & \\
\hline
 & 15 & 1 & 0 & 17 & -25 & 6
\end{array}
$$

$\therefore$ 原式 $=15a^5+a^4b+17a^2b^3-25ab^4+6b^5$

故 a^3b^2 的系数为0,a^2b^3 的系数为17。

赛点3:乘法公式的灵活运用

乘法公式是多项式相乘得出的有规律性和实用性的具体结论,是代数式运算和恒等变形的重要工具,数学竞赛中常用的乘法公式有

(1) $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

(2) $(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(4) $(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$

(5) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

(6) $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=a^3+b^3+c^3-3abc$

(7) $(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})=a^n-b^n$

熟练掌握上述公式,从正、逆两方面灵活运用,可以巧解一些问题。

例3 已知 $a+b=3,a^2b+ab^2=-30$,则 $a^2-ab+b^2+2=$______。

【教练点拨】已知两数的和 $a+b$,可求这两数的积 ab,从而可联想到完全平方公式,将结论进行的配方。

【完全解答】由 $a^2b+ab^2=-30$ 得 $ab(a+b)=-30$

$\because a+b=3$

$\therefore ab=-10$

$\therefore a^2-ab+b^2+2$

$=a^2+2ab+b^2-3ab+2$

$=(a+b)^2-3ab+2$

$=3^2-3\times(-10)+2$

$=41$

【特别关注】(1) 在求代数式值的问题中,要多注意观察,设法找到利用公式的切入点;(2) 此类问题常见的题型是已知 $a+b$ 与 ab 的值,求 a^n+b^n 的值,常用的公式变形是

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab,a^n+b^n=(a^{n-1}+b^{n-1})(a+b)-ab(a^{n-2}+b^{n-2})$。

例4 (1) 计算:$\left(x+2y-\frac{3}{2}\right)\left(x-2y+\frac{3}{2}\right)$

(2011 年扬州中考模拟)

(2) 已知 x、y 满足 $x^2+y^2+\frac{5}{4}=2x+y$,求代数式 $\frac{xy}{x+y}$ 的值。

("希望杯"邀请赛试题)

(3) 整数 x,y 满足不等式 $x^2+y^2+1\leqslant 2x+2y$,求 $x+y$ 的值。

(第十四届"希望杯"邀请赛试题)

【教练点拨】对于(1),直接运用平方差公式和乘除法则将原式化简;对于(2)、(3),两个未知数一个等式或不等式,须运用特殊方法与手段方能求出 x、y 之值,由平方和想到完全平方公式及其逆用,拆项和重组是解题的关键。

【完全解答】(1) 原式$=\left[x+\left(2y-\frac{3}{2}\right)\right]\left[x-\left(2y-\frac{3}{2}\right)\right]=x^2-\left(2y-\frac{3}{2}\right)^2$

$=x^2-4y^2+6y-\frac{9}{4}$

(2) 由 $x^2+y^2+\frac{5}{4}=2x+y$

可得 $(x^2-2x+1)+\left(y^2-y+\frac{1}{4}\right)=0$

即 $(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=0$

故 $x=1, y=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{xy}{x+y}=\frac{1\times\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{2}}=\frac{1}{3}$

(3) 由 $x^2+y^2+1\leqslant 2x+2y$ 得 $(x^2-2x+1)+(y^2-2y+1)\leqslant 1$

即 $(x-1)^2+(y-1)^2\leqslant 1$

$\because$ x、y 为整数，且 $(x-1)^2\geqslant 0$，$(y-1)^2\geqslant 0$

$\therefore \begin{cases}x-1=0\\y-1=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x-1=\pm 1\\y-1=0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x-1=0\\y-1=\pm 1\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$

$\therefore x+y=1$ 或 $x+y=2$ 或 $x+y=3$

【特别关注】完全平方公式逆用可得到两个应用广泛的结论：

(1) $a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2\geqslant 0$，提示式子的非负性，利用非负数及其性质解题；

(2) $a^2+b^2\geqslant 2ab$，应用于代数式的最值问题。

赛点 4：整式的除法

多项式除以多项式常用竖式进行，而解与多项式除法有关的问题，主要应用多项式恒等定理。

多项式恒等定理：

(1) 多项式 $f(x)\equiv g(x)$，须且只须这两个多项式的同类项的系数对应相等；

(2) 如果 $f(x)\equiv g(x)$，则对于任意一个值 a，都有 $f(a)=g(a)$。

例5 设 $f(x)$ 是 x 的多项式，$f(x)$ 除以 $2(x+1)$ 和 $3(x-2)$ 的余式分别为 1 和 -2，那么 $5f(x)$ 除以 x^2-x-2 的余式是(　　)。

A. $-5x$　　B. $5x+6$　　C. $5x$　　D. $-5x+6$

（"五羊杯"赛题）

【教练点拨】这里可用含 x 的多项式 $g(x)$、$h(x)$ 等分别表示 $f(x)$ 除以不同除式所得的商，从而得到恒算式，再取特殊值即可求出 $f(x)$ 除以 x^2-x-2 的余式。

【完全解答】依题意，设$f(x)=2(x+1)g(x)+1$①

$f(x)=3(x-2)h(x)-2$②

$5f(x)=(x^2-x-2)p(x)+r(x)$，

其中余式$r(x)=ax+b$③

$\because x^2-x-2=(x-2)(x+1)$

$\therefore$令$x=-1$代入①得$f(-1)=1$，

代入③得$5f(-1)=-a+b$

令$x=2$代入②得$f(2)=-2$，

代入③得$5f(2)=2a+b$

故有$\begin{cases}-a+b=5\\2a+b=-10\end{cases}$　解之得$\begin{cases}a=-5\\b=0\end{cases}$

从而有$r(x)=ax+b=-5x$

故选A.

【特别关注】应用多项式恒等定理解题时，常应用待定系数法来列方程求解，如本题中设余式为$r(x)=ax+b$，再通过方程组求出a、b的值。

赛点5:因式分解

因式分解是整式乘法的逆向运用，它不仅体现了一种“化归”的思想，而且也是学习后续内容（如分式的化简计算、解方程）等普遍使用的恒等变形的基础。

因式分解的基本方法有提公因式法、运用公式法、分组法等，其基本步骤是“一提二套三分解”。（“套”即套用公式）

因式分解的基本原则是有公因式先提出公因式、分解必须进行到每一个多项式因式都不能再分解为止。

竞赛中常出现的因式分解问题，常用到换元法、主元法、拆项添项法、配方法和待定系数法等方法，另外形如x^2+px+q的多项式，当$p=a+b$、$q=ab$时可分解为$(x+a)(x+b)$的形式。

1)运用基本方法分解因式

例6 (1) 分解因式$8a^2-2$

（2011年黄冈市中考）

(2) 分解因式$ax^2+2ax+a$

（2011年成都市中考）

(3) 分解因式$(ay+bx)^3-(ax+by)^3+(a^3-b^3)(x^3-y^3)$

（“五羊杯”初二）

【教练点拨】对(1)(2)，先提公因式，然后运用完全平方公式即可进行分解；对

(3),结构看似繁杂,事实上只要把括号里的因式看作一个整体,然后利用立方差公式 $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$,即可分解因式

【完全解答】(1) 原式 $=2(4a^2-1)$

$=2(2a+1)(2a-1)$

(2) 原式 $=a(x^2+2x+1)$

$=a(x+1)^2$

(3) $(ay+bx)^3-(ax+by)^3+(a^3-b^3)(x^3-y^3)$

$=[(ay+bx)-(ax+by)][(ay+bx)^2+(ay+bx)(ax+by)+(ax+by)^2]+(a^3-b^3)(x^3-y^3)$

$=(b-a)(x-y)[(ay+bx)^2+(ay+bx)(ax+by)+(ax+by)^2]+(a-b)(x-y)(a^2+ab+b^2)(x^2+xy+y^2)$

$=(a-b)(x-y)[(a^2+ab+b^2)(x^2+xy+y^2)-(a^2+ab+b^2)(x^2+y^2)-(a^2+4ab+b^2)xy]$

$=-3abxy(a-b)(x-y)$

【特别关注】对(3),还可用和的立方公式先去括号进行化简,再重新分组并提公因式进行分解,即

原式 $=a^3y^3+3a^2bxy^2+3ab^2x^2y+b^3x^3-a^3x^3-3a^2bx^2y-3ab^2xy^2-b^3y^3-a^3x^3+a^3y^3-b^3x^3+b^3y^3$

$=3a^2bxy^2+3ab^2x^2y-3a^2bx^2y-3ab^2xy^2$

$=3abxy\cdot(ay+bx-ax-by)$

$=-3abxy(a-b)(x-y)$

2)运用换元法和主元法分解因式

换元法是指对结构比较复杂的多项式,把其中某些部分看成一个整体用新字母来代替,这种方法能使复杂的问题简单化,能减少多项式的次数和降低多项式结构的复杂程度。

主元法是指在解多变元问题时,选择其中某个变元作为主要元素,视其他变元为常量,将原式重新整理成关于这个字母的按降幂排列的多项式的方法,这种方法能排除字母间的干扰,简化问题的结构。

例7 分解因式

$x^2y-y^2z+z^2x-x^2z+y^2x+z^2y-2xyz$

(上海市竞赛题)

【教练点拨】这是一个较复杂的三元三次多项式,直接分解无从下手,可尝试把原式整理成关于某个字母按降幂排列的多项式,改变其结构,寻找分解的关键之处。

【完全解答】$x^2y-y^2z+z^2x-x^2z+y^2x+z^2y-2xyz$

$=(y-z)x^2+(z^2+y^2-2yz)x+z^2y-y^2z$（按 x 的降幂排列）

$=(y-z)x^2+(y-z)^2x-yz(y-z)$

$=(y-z)(x^2+yx-zx-yz)$

$=(y-z)(x+y)(x-z)$

【特别关注】项数多、次数高、元数多是因式分解时产生困难的原因之一，主元法是促使我们解决困难的有效方法，选择次数低的字母为主元，是运用主元法解题的关键。

3)运用配方法和待定系数法分解因式

配方法是指把一个式子或一个式子的部分写成完全平方式或几个完全平方式的和的形式；这种方法分解因式的关键是通过拆项或添项，将原多项式配上某些需要的项以便得到完全平方式，然后在此基础上分解因式。

待定系数法是指对所给的数学问题，根据已知条件和要求，先设出问题的多项式表达形式（含待定的字母系数），然后利用已知条件，确定或消去所设待定系数，使问题获解。（后面将作专题解读）

例8 分解因式

（1）x^2+2x-3

（济南市 2011 年中考题）

（2）$x^4+2x^3+3x^2+2x+1$

（河南省竞赛题）

【教练点拨】(1) x^2+2x这一结构易让人想到x^2+2x+1这个完全平方式，因而用配方法可分解；(2) 式看似较难找到突破口，事实上仔细观察其结构发现可用三数和的完全平方公式进行分解。

【完全解答】(1) x^2+2x-3

$=(x^2+2x+1)-4$

$=(x+1)^2-2^2$

$=(x+1+2)(x+1-2)$

$=(x+3)(x-1)$

(2) $x^4+2x^3+3x^2+2x+1$

$=(x^2)^2+2x^2\cdot x+2x^2+x^2+2x+1^2$

$=(x^2+x+1)^2$

【特别关注】配方的关键有“三想”：回想——回想与问题相关的概念、公式、定

理、法则；联想——从一个数学问题想到另一个数学问题，寻找一个与题目接近的原理方法；猜想——对事物变化方向的一种"试探性"判断。

例9 分解因式$x^2-y^2+3x-y+2=$______。

（"五羊杯"赛题）

【教练点拨】形如$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f$(a,b,c,d,e,f为常数，a,b,c不同为零)的二元二次多项式常用待定系数法分解因式。本题中二次项可分解为$(x+y)(x-y)$，故与设原式分解为$(x+y+m)(x-y+n)$，展开后比较对应项的系数即可求数的m、n的值。

【完全解答】$\because x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$\therefore$可设$x^2-y^2+3x-y+2=(x+y+m)(x-y+n)$

$=x^2-y^2+(m+n)x+(n-m)y+mn$

由待定系数法可得$\begin{cases} m+n=3 & ① \\ n-m=-1 & ② \\ mn=2 & ③ \end{cases}$

解①②得$m=2$，$n=1$符合③式，

故原式$=(x+y+2)(x-y+1)$

【特别关注】待定系数法是分解形如$ax^2+bxy+cy^2+dx+ey+f$(a、b、c、d、e、f是常数，a、b、c不同时为零)的二元二次多项式的有效方法，其应用途径如下：

(1) 若二次项$ax^2+bxy+cy^2=(a_1x+c_1y)(a_2x+c_2y)$，则可设原式$=(a_1x+c_1y+m)(a_2x+c_2y+n)$，其中$a=a_1a_2$，$c=c_1c_2$，$m$、$n$是待定系数。

(2) 若a、b、c中至少有一个本身就是待定系数(如例5)，则可从仅含x的项ax^2+dx+f或从仅含y的项cy^2+ey+f入手，即若$ax^2+dx+f=(a_1x+f_1)(a_2x+f_2)$，则可设原式$=(a_1x+my+f_1)(a_2x+ny+f_2)$，或若$cy^2+ey+f=(c_1y+f_1)(c_2y+f_2)$，则可设原式$=(mx+c_1y+f_1)(nx+c_2y+f_2)$，其中$m$、$n$是待定系数。

4)运用添项和拆项法分解因式

所谓添项，就是在要分解的多项式中加上仅仅符号相反的两项的和(实际上是加上0，并不改变原多项式的值)，如把a^4+4添上$4a^2+(-4a^2)$，得$a^4+4=(a^4+4a^2+4)-4a^2=(a^4+2)^2-(2a)^2$，再用平方差公式即可将原多项式分解因式。

所谓拆项，就是把多项式中某一项拆成两项或多项的代数和(相当于整式加法中合并同类项的逆运算)，再通过适当分组，达到分解因式的目的。

例10 分解因式(1) $a^4+b^4+(a+b)^4$

（北京市竞赛题）

(2) x^3+5x-6

（"五羊杯"赛题）

【教练点拨】对(1)，添加$2a^2b^2$后运用完全平方公式即可分解；对(2)，突破口是把多项式中的某一项拆成两项或多项，使得便于分组分解因式。

【完全解答】(1) $a^4+b^4+(a+b)^4$

$=(a^4+2a^2b^2+b^4)+(a+b)^4-2a^2b^2$

$=(a^2+b^2)^2+(a^2+b^2+2ab)^2-2a^2b^2$

$=(a^2+b^2)^2+(a^2+b^2)^2+4ab(a^2+b^2)+4a^2b^2-2a^2b^2$

$=2[(a^2+b^2)^2+2ab(a^2+b^2)+(ab)^2]$

$=2(a^2+b^2+ab)^2$

(2) 原式$=(x^3-1)+(5x-5)$

$=(x-1)(x^2+x+1)+5(x-1)$

$=(x-1)(x^2+x+6)$

【特别关注】拆项和添项是一项技巧性较强的工作，通过拆、添项配成完全平方式或进行适当分组是常见的思路，这就要求首先要仔细观察多项式的结构特征和数量关系，分析出多项式与完全平方式的关系，才能正确地进行拆、添项，促使问题得到顺利解决。

5)运用因式定理分解因式

因式定理：如果$x=a$时，多项式$a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$的值为0，那么$x-a$是该多项式的一个因式。

对于系数全部是整数的多项式$a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$，如果$x=\frac{q}{p}$($p$、$q$是互质的整数)时，该多项式的值为0，也就是$x-\frac{q}{p}$是该多项式的一个因式时，一定有$p$是$a_n$的约数；$q$是$a_0$的约数。

对于$a_n=1$的特殊整系数多项式(即系数全部是整数的多项式)，如果$x-q$是它的因式，那么q一定是常数项的约数。

例11 若$2x^4-3x^3+ax^2+7x+b$能被x^2+x-2整除，则$a:b$的值是(　　)

A.-2　　B.-12　　C.6　　D.4

（江苏省竞赛题）

【教练点拨】因为x^2+x-2可分解为$(x+2)(x-1)$，故$x+2$和$x-1$都是已知多项式的因式，逆用因式定理可知$x=-2$和$x=1$时该多项式的值都为零，