21世纪经济与管理规划教材

保险学系列

风险定量分析

损失模型及其在保险与金融风险管理中的应用

QUANTITATIVE RISK MANAGEMENT

对外经济贸易大学 孙立娟／编著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21世纪经济与管理规划教材

保险学系列

风险定量分析

损失模型及其在保险与金融风险管理中的应用

QUANTITATIVE RISK MANAGEMENT

对外经济贸易大学 孙立娟／编著

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

风险定量分析:损失模型及其在保险与金融风险管理中的应用/孙立娟编著.
—北京:北京大学出版社,2011.5
(21世纪经济与管理规划教材·保险学系列)
ISBN 978-7-301-18871-2

Ⅰ.①风… Ⅱ.①孙… Ⅲ.①保险-风险管理-高等学校-教材 ②金融-风险管理-高等学校-教材 Ⅳ.①F840.3 ②F830.2

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第081604号

书　　名:**风险定量分析**——损失模型及其在保险与金融风险管理中的应用
著作责任者:孙立娟 编著
责任编辑:刘 敏 徐 冰
标准书号:ISBN 978-7-301-18871-2/F·2781
出版发行:北京大学出版社
地　　址:北京市海淀区成府路205号 100871
网　　址:http://www.pup.cn 电子邮箱:em@pup.cn
电　　话:邮购部62752015 发行部62750672 编辑部62752926 出版部62754962
印 刷 者:河北滦县鑫华书刊印刷厂
经 销 者:新华书店
730mm×980mm 16开本 18.75印张 357千字
2011年5月第1版 2011年5月第1次印刷
印　　数:0001—3000册
定　　价:35.00元

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容.
版权所有,侵权必究
举报电话:010-62752024 电子邮箱:fd@pup.pku.edu.cn

前　言

一、内容介绍

随着自然灾害、金融危机等风险损失事件的频繁发生,国民经济各领域对风险进行管理的需求日益迫切,风险管理技术对社会经济管理的促进作用也越来越大。由 2007 年美国次贷危机引发的全球金融危机教导我们:金融保险业是国家的经济命脉,管理和控制金融风险意义重大。

风险管理作为 21 世纪金融、保险、经济、管理等专业的骨干课程,已经成为各高校特别是财经院校的必修课程。但从国内风险管理教材的现状看,风险管理教材的数量非常有限,基本上侧重于定性的风险管理理论的介绍,对于损失度量方法、数据分析方法、损失建模、损失预测方法等量化风险管理技术的介绍较为欠缺。

对风险的定量分析是风险管理的基础。作为风险管理的重要工具,损失分布的理论和方法近年来得到了很大的发展。损失分布理论是财产保险精算的重要内容,是基于历史损失的频数和损失程度数据,通过选择适当的损失模型,对总损失额的分布进行统计推断,包括拟合分布、假设检验,再运用 VaR、CTE、CVaR、ES 等风险测度估计在某一置信水平下的最大可能损失,应当计提的损失准备金等,同时运用统计手段保证这种评估的精确性,以帮助精算师准确预测未来的损失,制定合理的费率,提取充足准备金。因损失分布理论在财产险精算中的成功应用,特别是 Panjer 递推算法极大地改进了分布卷积的算法,以及计算机随机模拟技术的飞速发展,使得损失分布的理论和方法

逐步应用到信用风险和操作风险等金融风险管理中。

目前国际金融机构应用较多的信用风险度量模型主要有四种：基于 Merton 期权定价模型的 KMV 模型，基于 VaR 的 Credit Metrics 信用计量模型，基于精算模型的 Credit Risk + 模型和基于经济计量模型的 Credit Portfolio View 模型。Credit Risk + 模型的思想就来源于财产精算学中的损失分布理论，是由 Credit Suisse First Boston 于 1997 年推出的。

近年来因操作风险引发的巨额损失事件时有发生，2004 年巴塞尔新资本协议将操作风险纳入风险监管框架内，旨在鼓励金融机构提高操作风险的管理水平，并为操作风险配置相应的风险资本金。巴塞尔新资本协议提出了三种量化操作风险的方法：基本指标法、标准法和高级计量法。在高级计量法中，巴塞尔委员会推荐使用内部计量法（Internal Measurement Approach）和损失分布法（Loss Distribution Approach）。内部计量法和损失分布法本质上都源于精算损失模型，唯一的区别在于内部计量法对于非预期损失给出了解析解，而损失分布法是利用随机模拟估计总损失的分布，不需要对预期损失和非预期损失的比率关系做出假定。损失分布法的思想与信用风险模型 Credit Risk + 之间有很多相似之处：每个损失额（或称损失强度）用具有厚尾的随机变量描述，每个时期内的损失频数通常假设服从 Poisson 分布，这样总损失就是一个复合 Poisson 模型，由损失分布的理论和方法就能够得到一段时期内操作风险的损失分布，从而计算出应当计提的操作风险经济资本。

二、本书的结构

全书共包含四个部分，分为十七章，以风险的量化管理技术为主线，主要内容包括：风险的度量方法、损失分布及统计估计方法、总损失风险模型、破产模型、信用风险度量方法、信用风险度量模型、操作风险度量方法、风险决策方法。全书的结构如下：

第一部分为风险管理基础，以风险建模方法和损失预测技术为重点。损失数据的分析方法是风险建模和损失预测的基础，这一部分共分为五章，详细阐述了损失的统计估计理论和统计推断方法。

第二部分为损失模型，分为五章，主要介绍损失的精算模型，包括总损失模型、风险过程模型、破产模型，还介绍了这些损失模型的随机模拟方法。随机模拟是损失预测的常用方法，第七章中详细介绍了损失的模拟方法和预测技术。

第三部分为金融风险度量，共分为五章，主要介绍目前前沿的风险度量工具：VaR 方法、ES 方法、经济资本方法，度量巨额极端损失的极值理论方法，以及目前最受关注的金融风险类型：信用风险度量方法、操作风险度量方法、信用风险度量模型等最新的风险管理方法和技术。

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第四部分为风险决策，包含两章，介绍了效用理论、风险决策准则、决策树技术、贝叶斯决策方法等风险决策理论，为风险管理决策者最终作出决策提供了原则。

在附录部分给出了正态分布函数表和巴塞尔资本协议的部分内容，供读者参考。

本书力求准确地介绍风险管理的理论与损失度量方法、数据分析方法、损失建模方法等量化风险管理技术，因此在内容上以风险管理成熟的理论和方法为主，吸收了国外同类教材中的精华，同时在写作上注重知识的系统性和方法的科学性，力求定性分析与数量方法相结合，并运用了大量图形、图表帮助学生形象直观地了解内容。

本书可以作为精算专业、保险专业、金融数学专业、风险统计课程的教学用书，也可以作为北美精算师考试和中国精算师考试的参考书。

目　录

第一部分　风险管理基础

第二部分 损失模型

第三部分 金融风险度量

第四部分 风险决策

第一部分

风险管理基础

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第一章　风险模型基础

本章知识点

- 随机变量的分布函数
- 随机变量的矩
- 分位数
- 概率母函数、矩母函数

引　　言

现实世界的现象具有随机性,日常生活中的许多系统也都蕴含着随机的因素。德国著名的科学家 Heisenberg 就是测不准原理的提出者,在 20 世纪初他就发现在研究物理过程时采用纯粹的确定性模型是不实际的,他证明了即使在理论上想知道物理系统的确切状态也是不可能的。因为从模型中得到的只是一群原子的平均状态,不能依此推断单个原子在未来时间的行为。他的结论从根本上影响了物理学的发展,随机模型从此引入物理学的研究中。

依据对随机现象的认识做出决策,是人类智能的表现。明智的人不会简单地主观推测某个未知事情必然发生,而是根据事情发生的可能性大小,综合考虑各种随机因素做出推断。现实世界中不存在一个万全的决策模型,而是常常需要决策:是否愿意以可以忍受的小概率失败的风险换取大概率得到的成功。

概率论是研究随机现象的基础,它的任务是给出随机现象的数学模型,以帮助人们了解随机现象的基本规律。概率论成熟的理论和方法体系,已经解决了很多领域的实际问题,使许多学科得以蓬勃发展。概率模型在精算学、金融学、风险管理中的成功应用,给这些学科注入了强大的发展动力,奠定了坚实的理论基础。

本章将首先介绍随机变量分布函数的概念,在第二节介绍随机变量的原点矩和中心矩。随机变量的概率母函数、矩母函数,以及它们与该随机变量的原点矩间的关系将在第四节中介绍。

第一节 随机变量和分布函数

定义 1.1 以 X 表示随机变量，对任意实数 x，随机变量 X 的累积分布函数（Cumulative Distribution Function）（简称为分布函数，CDF）定义为：

$$F_X(x) = P_r(X \leqslant x) \tag{1.1}$$

即 X 小于或等于 x 的概率，下标 X 标记指定的随机变量 X。分布函数 F 满足下面的性质：

（1）$0 \leqslant F(x) \leqslant 1$，$x$ 为任意实数；

（2）$F(x)$ 是 x 的非减函数；

（3）$F(x)$ 是右连续的；

（4）$\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0$，$\lim\limits_{x \to \infty} F(x) = 1$。

定义 1.2 如果随机变量 X 的所有可能取值是有限的或可数的，这样的随机变量称为离散（Discrete）的。定义离散随机变量 X 的概率函数（Probability Function），也称为质量函数（Probability Mass Function），为：

$$p_X(x) = P_r(X = x) \tag{1.2}$$

如果 X 的取值是 $x_1, x_2, \cdots$，有可数个，那么概率质量函数最多在这可数个值上是正的，即

$$p_X(x_i) > 0, \quad i = 1, 2, \cdots$$
$$p_X(x) = 0, \quad \text{所有其他 } x \text{ 值}$$

累积分布函数可以用概率质量函数表示

$$F_X(x) = \sum_{\forall x_i \leqslant x} p_X(x_i)$$

【例 1.1】 理赔次数模型

一张保单一年内的理赔次数可以用 X 随机变量表示，如果 X 的取值为 1，2，3，是由

$$p(1) = \frac{1}{2}, \quad p(2) = \frac{1}{3}, \quad p(3) = \frac{1}{6}$$

给出的概率质量函数，求 X 的累积分布函数。

【解】 X 的累积分布函数为

$$F_1(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \dfrac{1}{2}, & 1 \leqslant x < 2 \\ \dfrac{5}{6}, & 2 \leqslant x < 3 \\ 1, & x \geqslant 100 \end{cases}$$

□

定义 1.3 如果随机变量 X 的所有可能取值是不可数的，是数轴上某一区间内的实数，这样的随机变量称为连续(Continuous)的。若存在一个在所有实数 $x \in (-\infty, +\infty)$ 上的非负函数 $f(x)$，使得对于任何实数集合 B 都有下式成立

$$P_r(X \in B) = \int_B f(x)\,\mathrm{d}x$$

则函数 $f(x)$ 称为连续随机变量 X 的概率密度函数(Probability Density Function)。这时累积分布函数 $F(x)$ 与概率密度函数 $f(x)$ 的关系表示为

$$F(x) = P_r\{X \in (-\infty, x)\} = \int_{-\infty}^{x} f(y)\,\mathrm{d}y \tag{1.3}$$

对上式两边求微分就得到

$$f(x) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}F(x)$$

也就是说，连续随机变量的概率密度函数是累积分布函数的导数。

【例 1.2】 死亡年龄分布模型

人类的死亡年龄可以看做一个随机变量。如果人类的死亡年龄是 0—100 岁之间，求人类死亡年龄的分布函数和概率密度函数。

【解】 死亡年龄的分布函数可以描述为：

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.01x, & 0 \leqslant x < 100 \\ 1, & x \geqslant 100 \end{cases}$$

其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 0.01, & 0 \leqslant x < 100 \\ 0, & x \geqslant 100 \end{cases}$$

□

定义 1.4 随机变量 X 的生存函数(Survival Function)定义为

$$S_X(x) = P_r(X > x) = 1 - F_X(x) \tag{1.4}$$

即 X 大于 x 的概率。生存函数具有下面的性质

$$0 \leqslant S(x) \leqslant 1, \quad x \text{ 为任意实数}$$

定义 1.5 如果随机变量 X 是连续的,定义 X 的危险率函数(Hazard Rate)为

$$h_X(x) = \frac{f_X(x)}{S_X(x)} \tag{1.5}$$

由于 $h_X(x) = \frac{-S'_X(x)}{S_X(x)} = -\frac{\mathrm{d}\ln S_X(x)}{\mathrm{d}x}$,因此生存函数可以用危险率函数 $h_X(x)$ 表示为

$$S(b) = \mathrm{e}^{-\int_0^b h(x)\mathrm{d}x}$$

危险率函数在人口学中称为死亡力,用 $\mu(x)$ 表示,在可靠性理论中称为失效率,用 $\lambda(x)$ 表示,它是生存分析中的一个基本函数。

【**例 1.3**】 对例 1.2 的死亡年龄分布模型,求它的危险率函数。

【**解**】 危险率函数为

$$h(x) = \frac{0.01}{1-0.01x}$$

□

第二节 随机变量的矩

随机变量完全由它的概率质量函数或概率密度函数描述,但在实际问题中,有时只需要它的某些数字特征,比如均值、方差、偏度、峰度等。这一节就来介绍随机变量的一些数字特征。

定义 1.6 随机变量 X 的 k 阶原点矩用 $E(X^k)$ 表示,它的一阶原点矩就是均值,通常用 μ 表示,计算公式如下:

$$\begin{aligned} E(X^k) &= \int_{-\infty}^{+\infty} x^k f(x)\mathrm{d}x \quad \text{如果随机变量是连续的} \\ &= \sum_j x_j^k p(x_j) \quad \text{如果随机变量是离散的} \end{aligned} \tag{1.6}$$

上述这些积分或求和有时并不收敛,这时我们就说,随机变量 X 的 k 阶原点矩不存在。

【**例 1.4**】 计算例 1.2 中死亡年龄随机变量的一阶、二阶原点矩。

【**解**】 用 X 表示死亡年龄随机变量,则

$$E(X) = \int_0^{100} x(0.01)\mathrm{d}x = 50$$

$$E(X^2) = \int_0^{100} x^2(0.01)\mathrm{d}x = 3\,333.33$$

□

定义 1.7　随机变量 X 的 k 阶中心矩用 $E[(X-\mu)^k]$ 或 μ_k 表示，它的二阶中心矩就是方差，通常用 σ^2 表示，而 σ 则被称为标准差。中心矩的计算公式为：

$$\mu_k = E[(X-\mu)^k] = \int_{-\infty}^{+\infty}(x-\mu)^k f(x)\,\mathrm{d}x \quad \text{如果随机变量是连续的}$$
$$= \sum_j (x_j-\mu)^k p(x_j) \quad \text{如果随机变量是离散的} \tag{1.7}$$

定义 1.8　定义连续型随机变量 X 的偏度(Skewness)为：

$$\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}(x-\mu)^3 f(x)\,\mathrm{d}x}{\sigma^3} \tag{1.8}$$

定义连续型随机变量 X 的峰度(Kurtosis)为：

$$\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty}(x-\mu)^4 f(x)\,\mathrm{d}x}{\sigma^4} \tag{1.9}$$

偏度是测量随机变量分布的对称度的，刻画了 X 偏离对称的程度，见图 1-1。负偏度说明分布有一个长的左尾，表明观察到的负值的概率很大。如果 X 是表示投资组合盈亏的分布，这就是危险的信号。

图 1-1　偏度

峰度则是度量分布的平坦度，刻画了分布尾部的厚度，见图 1-2。峰度是风险度量中的重要参数，表明分布的尾部厚度。正态分布的峰度为 3，如果分布的峰度比 3 大，表明分布的形状陡峭，尾部衰退的速度比正态分布快；当峰度较小时，分布的形状平坦。

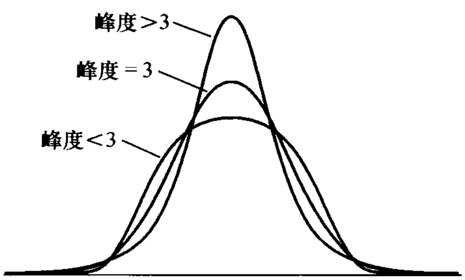

图 1-2　峰度

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com