

初等数学研究与教学法

第一分册

数学教学法

(总论)

主编 师中凯 刘元宗

河南大学出版社

初等数学研究与教学法
(第一分册)

数学教学法(总论)

河南省高师院校数学教育研究会编

主 编 师中凯 刘元宗

副主编 车光华 刘凤英 李乃昌

张芝岚 郭端仁 樊恩普

(豫)新登字 09 号

数学教学法(总论)

主 编 师中凯 刘元宗

责任编辑 宋振明

河南大学出版社出版

(开封市明伦街 85 号)

河南省新华书店发行

河南大学出版社电脑照排

河南商水县印刷厂印刷

开本:850×1168 毫米 1/32 印张:5.375 字数:135 千字

1994 年 6 月第 1 版 1994 年 6 月第 1 次印刷

印数:1—3200 定价:3.20 元

ISBN7-81041-047-4/O · 79

前 言

《初等数学研究与教学法》是高等师范院校数学教育专业的必修课程,在普及九年制义务教育、培养合格的中学数学教师工作中具有极其重要的地位和作用。特别是在师范专科学校,对于数学教育专业来说,其作用和地位更为重要。但是长期以来这门课程没有统一的适用的教材,给教学工作带来许多困难。近些年来,作为试验和探讨,不少省区曾先后编写出版了一些不同类型的教材,为这门课程的教材建设作出了贡献,这些版本各有所长,也存在某些缺陷。

为了振兴河南省高师数学教育,从人才培养的目标出发,根据国家教委新制定和颁发的师范专科学校教学大纲的要求,我们组织编写了《初等数学研究与教学法》系列教材,并经河南省教委审查批准作为高等院校教材正式出版发行。这套教材在吸收了众家之长的同时,不仅突出了适用性和科学性的特点,而且增加了教学实践的内容,辅以现代化教学手段,增强了教材的可讲性和可读性。因此,这套教材不仅可作为高师院校数学教育专业的教科书,而且也可作为在职初中数学教师培训、函授和自修教材。

这套教材共分三册:《数学教学法(总论)》、《初等代数研究》、《初等几何研究》,主编单位是洛阳师专。本书是其中的一个分册,参加本书编写工作的还有:杨乃瑕、武锡环、杨彦林、刘庆富、贾士代、王秀荣、杨富强、吴松远、卢旭、廖靖宇、刘世庆、张希来、魏世岑、郭仲跃、乔占西、赵宏彬、薛雅滨、黄松亭等同志。这套教材在编写、出版过程中,得到各位编者所在单位、洛阳师专、河南省教委、河南大学出版社的大力支持和协助,在此谨致以衷心地感谢。

由于我们的水平有限，书中一定存在许多缺点和不足之处，因此恳请读者批评指正。

编者

1993 年 3 月

绪言 中学数学教学法的内容、方法和意义

高等师范专科学校数学专业教学大纲中明确规定,“中学数学教材教法”是师范专科学校数学专业学生必修的基础课程.并且指出:“通过教学,应使学生明确初中数学教学的目的、任务和基本规律,熟悉初中数学教学大纲和教材体系,掌握初中数学教学所必须的教学原则、教学方法和教育规律,提高从事初中数学教学的能力.”这是对学习本课程提出的总的目的和要求.

“中学数学教学法”(又称中学数学教材教法总论)的开设,对于培养合格的中学数学教师,具有十分重要的作用.为了使读者能够更好地研究和学习这门课程,下面对它的内容、意义和研究方法作一简要介绍.

一、中学数学教学法的研究内容

中学数学教学法的研究对象是关于中学数学教学的基本理论、基础知识和教学基本技能.它所研究的基本内容,主要有以下几个方面:

1. 中学数学课的教学目的.
2. 中学数学课程的教学内容及其安排.
3. 中学数学教学的基本原则.
4. 中学数学的逻辑基础知识.
5. 中学数学基础知识教学及基本能力的培养.
6. 中学数学教学的具体方式方法及日常工作程序.
7. 中学数学的教学研究与教学改革.

总之,中学数学教学法是一门内容极为丰富和广泛的学科.

二、中学数学教学法的基本研究方法

研究中学数学教学法,要注意以下几点:

1. 要以唯物辩证法为指导思想

中学数学教学法是一门思想性、理论性很强的学科,因而特别需要唯物辩证法的指导.然而,在这个领域内,历来又是唯心主义形而上学泛滥比较严重的场所.因此,我们要从数学教学的特点出发,运用唯物辩证法的观点,去分析古今中外的经验教训,做到古为今用、洋为中用.同时,我们还要以唯物辩证法的观点,去研究解决当前所遇到的或今后即将遇到的中学数学教学中的一些实际问题.

2. 调查、研究、利用现代中学数学教学的经验和教训

中学数学教学法是一门活的科学,它需要不断地充实新鲜的素材,不断更新原有理论.而广大教师丰富多彩的教学实践活动,必然蕴藏着丰富的经验.这些经验中,必然包含着大量的可供提炼新理论的素材.所以,学会利用资料,善于总结、积累中学数学教学的经验教训,是学好中学数学教学法的关键,也是从事这方面研究工作的开始.

3. 广泛地学习并运用有关学科的理论和方法

中学数学教学法是一门综合性的边缘学科,它需要应用有关学科的基本原理,特别是由哲学、教学论、心理学、逻辑学等学科的一些新理论、新思想、新方法,去解决一系列教学上的问题.我们在应用中,不要满足于用教学实例来说明这些理论、思想、方法的合理性,而应该经过加工后成为数学教学法的组成部分,并落实到提高教学质量和提高教学效果上来.

4. 大力开展教学实验研究活动

中学数学教学法是一门发展中的学科,它的一些理论需要通过大量的实验活动来建立,又需要由实验活动来检验.

目前,中学数学范围内已开展了课程设计、教材、教法、培养能力、减轻学生负担等多种实验研究项目,并且有些方面已取得可喜

成果。一切有志于中学数学教育研究的同志，应大力投入到教学实验的研究中去。

三、中学数学教学法的重要意义

从数学教学法研究的内容可以看出，数学教学法的理论和实践对于如何提高中学数学教学质量，培养现代化建设人才关系重大，其意义有如下几方面：

1. 对复杂的数学教学工作的重要意义

由于数学具有高度抽象、严谨的特点，所以相对其它学科的教学难度更大，同时数学教学的要求很高，不仅要求教师在最短的时间内教给学生尽可能多的知识，使学生理解、掌握和运用得尽可能的好，而且还要求学生有能力上有尽可能大的提高。由此可见数学教学工作的复杂性。另一方面，数学内容又是如此的丰富，应用又是如此的广泛和重要，数学对培养和发展人的能力上的作用又如此突出。这一切都使得对中学数学教学的要求越来越高。因此，数学教学的复杂性也越来越大。

数学教学的复杂性，还表现在学生理解和掌握数学知识上存在着不同程度的困难，在接受知识能力上有种种差别。为了完成如此复杂的教学工作，必须广泛吸取古今中外的成功经验，还要综合运用教学论、心理学、逻辑学等的基础理论和最新成就。所有这些，正是教学法所要解决的问题。

2. 对新教师的特殊意义

(1) 新教师虽然对中学教材的主要内容有些了解，但是对知识体系及其寓于其中的教学理论、观点和方法并不熟悉和掌握。所以，应当从教学法理论中吸取必要的启示，以便更好地理解教材的基本内容、基本体系，掌握科学的教学理论、观点和方法。

(2) 新教师缺乏中学教学的具体经验，有一个尽快地去了解、熟悉并掌握这些经验的问题。例如，组织课堂教学，启发学生思维，指导学生学习方法，有条理的、生动的讲解、板书和演示教具等，这

些对新教师来说都缺乏具体的经验,需要尽快地去了解、熟悉这些教学工作的基本知识和具体工作方法.学习数学教学法将有助于新教师对数学教学工作各个方面的大致轮廓有个概括的了解和掌握,而且有助于他们分清主次缓急,尽快地有计划地去丰富自己的教学经验.

3. 对当前中学数学教学理论研究的现实意义

当前国际上中学数学教学理论正处在重大变改阶段,很多重大问题还没有结论,亟待人们去研究解决.同时中学数学教学工作正面临着一场重大的、根本性的改革,它又迫切地期待着理论上的正确指导.

特别是,我国当前中学数学教师队伍的水平不是很高,教学中还没有完全按照教育规律办事,因而教学质量不高.为了扭转这种局面,必须要求在中学数学教学理论上来个突破.要达到这一点,关键是要大量充实我们的研究队伍.因此,即将投身于中学数学教师队伍的同志,要重视这门重要学科的学习,为将来从事教学工作和教学理论的研究打下坚实基础.

目 录

绪 言	中学数学教学法的内容、方法和意义	(1)
第一章	中学数学的教学目的和内容	(1)
§ 1	中学数学的教学目的	(1)
§ 2	中学数学教学内容的确定与安排	(8)
第二章	中学数学教学原则	(14)
§ 1	初中学生学习数学的心理分析	(14)
§ 2	中学数学教学的基本原则	(19)
第三章	中学数学中的逻辑基础	(31)
§ 1	概念及其定义	(31)
§ 2	判断与命题	(39)
§ 3	形式逻辑及其基本规律	(49)
§ 4	推理与证明	(51)
第四章	数学基础知识的教学与基本能力的培养	(67)
§ 1	数学概念的教学	(67)
§ 2	数学命题的教学	(71)
§ 3	解题教学	(77)
§ 4	数学基本能力的培养	(88)
第五章	中学数学课的课型及教学方法	(98)
§ 1	中学数学课的课型	(98)
§ 2	启发式教学法	(100)
§ 3	中学数学传统的教学方法	(103)
§ 4	中学数学新的教学方法	(107)
§ 5	现代化教学手段简介	(116)
第六章	中学数学教学工作	(120)

§ 1	课前工作	(120)
§ 2	课堂教学	(129)
§ 3	课外工作	(133)
§ 4	数学教学研究	(136)
§ 5	教与学的评估 标准化考试	(139)
附录 I	教育实习	(147)
附录 II	数学小论文的撰写	(149)
附录 III	教案三例	(152)

第一章 中学数学的教学目的和内容

§ 1 中学数学的教学目的

要成为一名合格的中学数学教师,必须正确理解中学数学的教学目的,全面掌握中学数学的教学内容,了解国内外中学数学教学改革的概况.

一、确定中学数学教学目的依据

中学数学的教学目的是依据党的教育方针、普通中学的双重任务、数学的基本特点及学生年龄特征确定的.

1. 党的教育方针

确定教学目的,必须依据党的教育方针.确立教育必须为社会主义经济服务,社会主义建设必须依靠教育的指导思想.我们的教育必须适应现代科学技术发展的需要,面向现代化、面向世界、面向未来,为我国经济腾飞培养合格人才.我们是社会主义国家,培养的学生应该有理想、有道德、有文化、守纪律,热爱社会主义祖国和社会主义事业,具有为国家富强和人民富裕而艰苦奋斗的献身精神.这是确定中学数学教学目的的理论基础和指导思想.据此教学大纲提出了传授知识、培养能力、提高思想三个方面的教学目的.

2. 普通中学的性质和任务

普通中学是小学和大学前后衔接的桥梁,它既是小学教育的继续,又是大学教育的基础.它的任务有两项:一是为高级学校输送合格的新生,一是为社会主义现代化建设事业培养合格的后

备力量.因而,在确定中学数学教学目的时,必须依据普通中学的性质和它的双重任务.

3. 数学学科的特点

数学是研究现实世界的空间形式与数量关系的一门科学.它的特点是具有高度的抽象性、严密的逻辑性和应用的广泛性.根据数学的这些特点,中学数学的教学目的中应该包括“培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力,以及逐步形成运用数学知识来分析问题解决问题的能力.”

4. 中学生的年龄特征

中学教育的对象是青少年,他们正处在长身体、长知识、形成世界观的时期,也是智力发展的重要时期.青少年一般具有可塑性大、上进心强、求知欲高、思维敏捷、精力充沛等特点.但是他们的理解能力还有一定的局限性,自觉、自制能力较差,学习目的还不甚明确.因此,我们要培养学生对数学的兴趣,激励学生为实现四个现代化学好数学的积极性.

二、中学数学教学目的

1. 中学数学教学大纲中提出的教学目的

建国以来,我国先后颁布六次《中学数学教学大纲》.不同的大纲反映出不同的历史时期国家对培养人才的不同标准.

1952年颁布的大纲,对中学数学教学目的只提出:加强基础知识教育,加强基本能力培养,加强政治思想教育.

1955年颁布的大纲,不仅提出要加强“双基”,而且第一次提出培养能力(运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力),加强思想教育.

1961年颁布的大纲中,关于教学目的,提出了加强“双基”,培养五种能力(增加了绘图和测量能力)的要求.

1965年颁布的大纲中,对中学数学教学目的,又回到了1955年提出的标准.

1977年开始,我们党的工作重点转移到经济建设上来.因此中学阶段的教育必须进一步提高教学质量,以适应建设大业的需要.教育部制定了新的数学教学大纲.该大纲对数学教学目的的要求比以前更高更具体,概括来说,就是落实双基(基本知识、基本技能),培养能力、发展智力、加强思想教育.

1987年国家教委颁发了《全日制十年制学校中学数学教学大纲》(即现在使用的教学大纲).大纲中规定的教学目的是:

“……使学生学好从事社会主义现代化建设和进一步学习现代科学技术所必需的数学基础知识和基本技能,培养学生的运算能力,逻辑思维能力和空间想象能力,以逐步形成运用数学知识来分析和解决问题的能力.要培养学生对数学有兴趣,激励学生为实现四个现代化学好数学的积极性,培养学生的科学态度和辩证唯物主义观点.”

简单地说,中学数学的教学目的就是牢固掌握“双基”,培养三种能力,加强政治思想教育.

2. 对中学数学教学目的的理解

(1) 知识性目的

什么是数学基础知识?中学数学基础知识是指中学数学教学大纲中所规定的数学基本概念、基本定理、基本公式、基本法则、基本性质、基本方法等内容.它要满足学生从事现代化生产和进一步学习现代科学技术的需要.

中学数学基础知识,必须适应社会发展的需要.因而,它本身所包含的内容,随着社会的发展和科学技术的进步又在不断变化.就现在与几十年前相比,许多原先是较高深的知识,现在已经成为基本的、常用的知识.例如五十年代初中还开设算术课,而到六十年代算术全部下放到小学,高中则增设了平面解析几何.虽然“基础知识”变化的总趋势为越来越高深,但在增加中学生所学的基础知识的内容时,还应考虑到学生的接受能力、理解能力等,不可以

不考虑学生的特征而过多增加基础知识的内容. 例如 1978 年颁发的《全日制十年制学校中学数学教学大纲》要求偏高, 增加了微积分初步、进位制、逻辑代数、概率、行列式、线性方程组等内容, 使中学师生在教学中遇到不少困难, 负担过重. 1986 年 11 月, 全国教材审定委员会召开了扩大会议, 对 1978 年颁发的大纲进行了修订. 删去了微积分初步、进位制、逻辑代数等内容, 并且把概率、行列式、线性方程组等改为选学内容.

前面已经提到, 中学数学基础知识不仅包括中学数学的基本概念、定理、公式、法则、性质, 还包括数学方法. 例如综合法、分析法、反证法、数学归纳法等逻辑方法, 配方法、综合除法、待定系数法等恒等变形方法, 解析法、消元法、换元法等. 这些方法也都属于数学基础知识, 必须让学生掌握.

中学数学课的具体内容和要求全部规定在中学数学教学大纲中, 教科书则是它的具体体现. 数学教师应该认真学习和领会大纲的基本精神, 认真钻研教材, 掌握知识的内在联系, 切实让学生牢固掌握数学基础知识, 为参加现代化生产和进一步学习现代科学知识打下坚实的基础.

(2) 能力性目的

《大纲》很重视能力的培养. 《大纲》指出: “掌握知识、技能和培养能力是密不可分的, 互相促进的. 在教学中, 要根据数学本身的特点, 着重培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想像能力, 要使学生逐步学会分析、综合、归纳、演绎、概括、抽象、类比等重要的思想方法. 同时, 要重视培养学生的独立思考和自学能力.” 《大纲》强调这一点是很重要的. 事实上, 数学是一门技能性较强的工具性学科, 在培养学生能力方面, 担负着比较重要的任务. 学生只有具备了一定能力, 才能使学过的数学知识灵活地运用到生产和科技领域.

① 运算能力. 数学中所研究的各种量都是可以进行运算的

量,要学好数学自然要求学生具有一定的运算能力.中学数学中的运算主要包括代数运算、超越运算、几何变换、集合运算等.运算能力指的是运用有关运算的法则进行运算、推理以求得运算结果的能力.要区别一个学生运算能力的好与坏,就要从他运算的准确程度、快慢程度、合理程度及简捷程度来衡量.因此,1987年国家教委制定的新教学大纲对运算能力虽没有提到“正确”、“迅速”、“合理”的要求,但并非是不要求运算的正确、迅速、合理,我们应该在不增加学生负担的前提下,把正确、迅速、合理的运算能力作为最终的培养目标.

② 逻辑思维能力.思维是事物的一般属性和事物的内在联系在人脑中的间接的、概括的反映.逻辑思维能力就是运用思维进行观察、分析、综合、比较、抽象和概括的能力,运用归纳、演绎和类比的方法进行推理的能力.培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想像能力,关键是培养学生的逻辑思维能力.因为运算能力和空间想像能力都离不开逻辑思维能力,所以说逻辑思维能力的培养是十分重要的.

是否重视逻辑思维能力的培养,是现代数学教学论和传统教学论的根本区别之一.人们认识到,培养思维能力之所以重要,首先是因为社会发展的需要.科学的迅速发展,使人目不暇接.面对浩如烟海不断增长的科技文献,人们意识到,在教育工作中仅仅传授知识已经不够了,还必须发展新一代的思维能力,使之能较快地接受新的信息,并能在实际中应用.其次是数学本身的需要.在数学领域中,只有被严密论证了的东西才被承认是正确的.因而,在数学教学中,培养学生的逻辑思维能力对于学好数学知识具有十分重要的意义.

③ 空间想像能力.空间想像能力是指人们对客观事物的空间形式进行观察、分析和抽象的能力.它含有如下三个方面的要求:

A. 熟悉平面与立体几何的基本图形并能正确地画出来,除此

之外还要在脑海中能分析出它们基本元素之间的位置关系和度量关系.

B. 能借助图形来反映并思考基本元素之间的位置关系,并用语言或解析式表示出来.

C. 能从较复杂的图形中区别出基本的图形,能分析图形和基本元素之间的关系.

空间想像能力不只是通过立体几何教学来培养和发展.事实上,平面几何、解析几何、代数等分支的学习,也可以培养和发展这种能力.首先,因为三维空间的形体需要转化为二维平面的图形来研究,因此,对二维的平面进行观察、分析和抽象思考更为基本,这正是平面几何的教学任务.其次,解析几何是研究数与形的相互转化的,由已知的方程应能判断它所反映的图形的形状、范围和位置关系;由坐标平面内的图形,应能写出它所对应的方程.此外,代数中的函数及其图象的教学,也可以培养和发展学生的空间想象力.

④ 自学能力.自学能力是指通过个人的独立学习去获取新知识、掌握知识和应用知识的能力.这是一种综合性能力.因为在自学过程中,一个人的观察力、记忆力、注意力、想象力、思维能力等,都在发挥作用并得到发展.

是否重视自学能力的培养,也是现代教学论与传统教学论的重要区别之一.现代教学论认为,传统的教学方法忽视了对学生自学能力的培养.教学过程总是教师“教”,学生“学”,学生处于被动的地位.事实上,教学活动中“教”是为“学”而采取的手段,“学”才是教学活动的目的,“教”是提高教学质量的外因,“学”是提高教学质量的内因.因此,在教学活动中,要以学生为主体,教师为主导.要变教师“教”学生“学”,为学生“学”教师“导”,要变“要我学、要我听、要我写、要我记”为“我要学、我要听、我要写、我要记”,最大限度地调动学生学习的积极性、主动性.为达到上述目的,就要培养学生的自学能力.新教学方法中的“自学辅导法”、“自学、自议、引