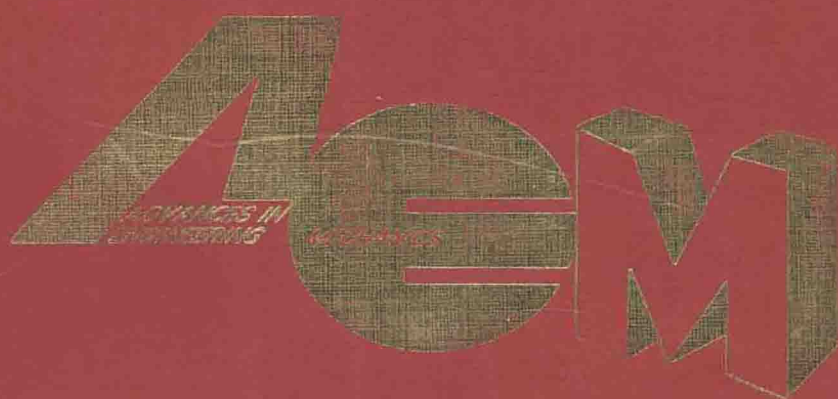


工程力学进展

ADVANCES IN ENGINEERING MECHANICS



北京大学出版社

Peking University Press

庆祝胡海昌院士七十寿辰

工程力学进展

Advances in Engineering Mechanics

In Honor of Academician Hu Haichang's 70th Birthday

主编 王大钧 曲广吉

Chief Editors *Wang Dajun Qu Guangji*

北京大学出版社

Peking University Press

内 容 简 介

为庆祝胡海昌院士七十寿辰,本文作者——他的朋友,晚辈和学生特献出此文集,以表示对他生日的祝贺。

本文集共收集学术论文 49 篇,内容包括七个方面:变分原理、弹塑性力学、板壳理论、断裂力学、优化理论、有限元方法;动力学及振动的一般问题;航天器结构的力学问题;非线性振动;力学问题的计算方法等。该文集内容丰富,涉及工程力学的各个方面,并反映了作者的最新研究成果或多年研究工作的综述,因此,是一本具有较高学术水平的论文集。又文集的前面刊有“胡海昌院士的学术成就”,文集的后面附有“胡海昌力学文目”,以使读者能全面了解胡海昌院士在工程力学的各个分支中的深入研究和所取得的丰硕成果,以及他对我国力学界作出的重要学术贡献。本文集可供工程力学界的有关教师、研究人员,以及博士生和硕士生参考。

书 名: 工程力学进展

著作责任者: 王大钧 曲广吉

责任编辑: 邱淑清

标准书号: ISBN 7-301-03667-1/O·411

出版者: 北京大学出版社

地址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网址: <http://cbs.pku.edu.cn/cbs.htm>

电话: 出版部 62752015 发行部 62754140 编辑室 62752021

电子信箱: zpup@pup.pku.edu.cn

排印者: 北京大学印刷厂

发行者: 北京大学出版社

经销者: 新华书店

787 毫米×1092 毫米 16 开本 24.5 印张 590 千字

1998 年 4 月第一版 1998 年 4 月第一次印刷

定 价: 50.00 元

恭 贺

胡海昌院士七十华诞



胡海昌 院士

序 言

1998年4月25日是胡海昌先生的七十华诞，他的同事、好友和学生奉献这本文集以示祝贺，这是很有意义的。

胡海昌先生是著名力学家，他对工程力学的多个分支都有深入研究和丰硕成果。最突出的成就是在1954年建立了弹性力学中以位移、应变和应力三类函数为自变函数的广义变分原理。由于该变分原理在理论上和在求近似解中的重要性，国际上将该原理称为胡-懿津原理，将其中的泛函称为胡-懿津泛函。胡海昌先生在50年代得到横观各向同性弹性体的空间问题的一般解，在国际上常被称为胡海昌解。80年代，胡海昌先生提出并建立了边界积分方程和原微分方程边值问题等价性的理论框架，在此基础上又陆续建立了与平面调和函数的边值问题、平面双调和函数的边值问题和弹性力学平面问题等价的边界积分方程。胡海昌先生的这些重要学术贡献在国际力学界产生了重要影响并享有盛誉。

胡海昌先生除了用毕生精力在工程力学多个分支领域获得多项创造性研究成果外，从1965年以来，他还用相当精力关心和参加中国空间技术的研究发展工作。1965年国家下达研制第一颗人造卫星重要任务。当时中国科学院力学研究所领导决定由胡海昌先生和我负责立即组建一个卫星技术研究室，主持卫星结构和热控制分系统的研制，并参加卫星总体工作。他曾是我国第一颗卫星“东方红一号”总体组第一任组长。在中国早期卫星研究、设计和试验过程中，他就十分重视和强调动力学分析、结构静力与动力计算以及力学环境试验。在他的关心、指导下，组建和培养了卫星结构设计及其动力学分析队伍。进入80年代以来，在我国复杂航天器动力学的研究发展过程中，胡海昌先生始终积极热情地给予关心、支持和指导。早在1980年，我国开展新型通信广播卫星和地球资源卫星预研阶段，为开展这类复杂航天器动力学分析设计的预研工作，在他的倡议下，我们决定组建了“卫星动力学与控制组”。十多年来，胡海昌先生对我国在复杂航天器动力学方面的研究、发展和应用倾注了大量心血和精力，他作为著名力学家，以他雄厚坚实的理论基础和深入宽广的力学专长，在复杂航天器动力学的理论与方法等研究中给予了多方面的指导。

自80年代开始，胡海昌先生还积极倡导加强动态设计，推动振动理论和技术的研究及应用，他和同行们创建了中国振动工程学会，创办了《振动与冲击》、《振动工程学报》，他本人在振动理论研究方面也取得了许多重要成果。他的这

些活动对我国振动工程的发展起了很大的推动作用。

胡海昌先生在长年孜孜不倦从事研究的同时，热心教育事业，培养出许多优秀人才。他的许多同事和朋友也常常受益于他的学术指点和帮助。这本文集就反映了胡海昌院士在科研、教育方面的广泛影响。文集的出版在于弘扬胡海昌先生献身科技的崇高精神及他在工程力学、空间技术所作的重要贡献。另一方面，希望本文集的内容对该领域的同行专家，特别是青年学者从中得到启迪。

借此机会，谨向胡先生和夫人表示热烈祝贺，祝他们健康长寿，继续为科教兴国作出新贡献。

A handwritten signature in black ink, appearing to read '闫钟' (Yan Zhong), written in a cursive style.

1998 年 2 月于北京

编者前言

在胡海昌院士七十寿辰即将来临之际，作为他的朋友、晚辈和学生——本文集的作者们——献出这本文集，以示对他生日的祝贺，并表达对他的深切敬意和感激。

胡海昌院士从大学时代开始，就潜心于学术研究，经过几十年的辛勤和创造性劳动，在工程力学的多个领域卓有建树。他的一些开拓性研究成果，吸引了国内外许多研究者进行了后继工作。

胡海昌院士在学术上乐于助人，他的众多朋友和晚辈，不仅多次得到他的具体指点和帮助，而且常常在和他进行学术讨论时从他的博学、敏思和灼见中得到启发。

这本文集的大多数作者都是在学术上直接或间接受到过胡海昌院士的教益和帮助的。

文集的作者们贡献出内容广泛、富有意义的研究成果，首先是表达对胡海昌院士的敬意和感激，同时也希望有益于工程力学界的同行和学生们。

这本文集含学术论文 49 篇，是作者们的最新研究成果或多年研究工作综述。论文的编排大致分七类，每类中按第一作者的姓氏拼音排序。这七类是：变分原理、弹塑性力学、板壳理论；断裂力学、优化理论、有限元法；动力学及振动的一般问题；航天器结构的力学问题；非线性振动；振动控制；力学问题的计算方法。

作为文集的主编，我们十分感谢文集的作者们，他们在完成文集的过程中表现了极大的热情，付出了辛勤的劳动。

航天工业总公司五院 501 设计部马世俊主任对文集的出版给以大力支持。诸德超、柳春图、郑兆昌和苏先樾等教授和我们一起，共同参与了文集的组织工作，北京大学出版社邱淑清编审和其他同志，以及北京大学印刷厂的同志为文集及时和高质量出版作了大量工作，我们对他们一并表示深切的谢意。

我们恳请同行和读者们对文集的不足给予批评指正。

王大钧 曲广吉

1998 年 2 月于北京

目 录

胡海昌院士的学术成就	王大钧 (1)
压电旋转圆轴和圆盘	丁皓江 侯鹏飞 (6)
筒仓漏斗段的塑性极限分析	黄文彬 曾 丁 (11)
各向异性介质中的共线周期椭圆孔问题	黄玉盈 胡元太 (18)
关于广义变分原理及其应用方面的一些研究工作	罗 恩 (24)
纯弯曲作用下圆柱壳的弹性大变形的两极分化现象	
.....曲圣年 李 杉 刘 莅 李良军 (29)	
三类非线性弹性动力学问题的变分原理 (英文)	邢京堂 W.G. Price (36)
板弯曲求解新体系及其应用	钟万勰 姚伟岸 (45)
n 维 Riemann 流形的弹性力学	朱海平 武际可 (52)
均匀化方法及其应用	程耿东 刘书田 (56)
Navier-Stokes 流动的形状优化 (英文)	何北昌 (63)
碳-碳复合材料在陶瓷镀膜中的热-机性质研究 (英文)	何文军 Tadashi Shioya (70)
复合材料压入试件界面端应力场的奇异性分析	嵇 醒 郑百林 王文青 薛松涛 (77)
用粘聚裂纹模型研究脆性材料的强度和断裂理论 (英文)	李原能 (83)
表面疲劳裂纹扩展统计分析	柳春图 丁克勤 (95)
复合材料多层板参数识别反分析	姚振汉 蓬时胜 (101)
不可压缩 Stokes 流动的非协调杂交元分析	吴长春 袁 磊 黄颖青 (106)
次声研究的进展与展望	黄其柏 杨叔子 师汉民 (113)
振动信号处理与转子动力学	黄文虎 郑钢铁 (120)
非完整系统动力学方程的理论框架	梁立孚 (125)
关于梁的固有频和模态的定性性质	王大钧 王其中 (136)
多参数振系的特征灵敏度分析和应用	王文亮 (144)
环境激振下大型低频工程结构高精度求阻尼比的研究	应怀樵 沈 松 刘进明 (152)
动载轴承非稳态非线性油膜力的一般数学模型 ...	张 文 崔 升 徐小峰 张慧生 (158)
复合材料层合圆柱壳固有特性分析	郑兆昌 王浩文 (168)
结构弹性碰撞问题注	诸德超 邢誉峰 李 敏 (175)
结构动力学分析方法在航天器故障诊断和处理中的应用	白珍妮 (181)
航天结构材料性能指数的应用	陈烈民 (185)

柔性航天器动力学分析研究	曲广吉	(190)
复杂航天器动力学的研究发展和工程应用	曲广吉	(197)
关于非线性模态的思考	陈予恕 朱国亮	(205)
具有局部非线性的系统的振动分析 (英文)	刘世宁 潘达德 刘玉标	(211)
多轮车辆非线性随机振动的等效线性化方法	李晓雷 丁法乾	(222)
流固耦合系统的非线性响应研究	缪经良 欧阳怡	(231)
具有粘弹性、非线性装置的高层建筑之地震响应分析	田千里 关国雄 张佑启	(237)
含非线性惯性力的振动系统的强迫振动	闻邦椿 李以农 韩清凯 熊万里	(244)
柔性梁闭环振动控制的实验研究	白 浩 陈德成 黄清华	(250)
柔性结构在随机激励下的模型降阶	鲍云浩 徐博侯 顾 烽	(258)
模态子空间振动的 H_∞ 控制	傅志方 张志谊 饶柱石	(267)
含时滞的线性时变受控系统稳定性	胡海岩 王在华	(274)
分布参数系统 H_∞ 控制的现状与展望	陶纪元 黄 琳 楚天广	(281)
低周反复载荷下二阶摩擦减振控制支撑框架的试验研究	张维嶽 杨蔚彪	(288)
结构系统的动力学与控制	朱德懋	(294)
在并行计算机上解线性方程的超前法	陈 璞 董 平 张之勇	(303)
求解亏损系统广义模态的不变子空间递推法	陈塑寰 徐 涛 刘中生	(308)
特征向量组摄动量的估计和特征空间距离的计算	贺向东 陈德成	(315)
精确的固定界面模态综合技术	邱吉宝 应祖光	(322)
层状介质中弹性波传播的回传矩阵法	苏先樾	(333)
ALE 型流固耦合动力分析的交替求解方法	王建军 陆明万 张 雄	(340)
求解广义特征值问题中的 Ritz 向量 WYD 法及其应用	袁明武 陈 璞 孙树立	(346)
胡海昌力学文目		(351)
论文的英文摘要		(360)

CONTENTS

Academician Hu Haichang's Academic Achievements

Wang Dajun(1)

Piezoelectric Rotating Shaft and Rotating Disk

Ding Haojiang, Hou Pengfei (6)

Plastic Limit Analysis for Hopper Section of Silos

Huang Wenbin, Zeng Ding(11)

Study on Collinear Periodic Elliptic Holes in Anisotropic Elasticity

Huang Yuying, Hu Yiantai(18)

Some Studies on Generalized Variational Principles and Their Applications

Luo En(24)

Polarization Phenomenon of Elastic Large Deformation for Circular Cylindrical Shells

Subjected to Pure Bending

Qu Shengnian, Li Shan, Liu Li, Li Liangjun (29)

Variational Principles for Three Kinds of Nonlinear Elastodynamic Problems

J.T. Xing, W.G. Price(36)

New Solution System for Plate Bending and Its Application

Zhong Wanxie, Yao Weian (45)

Theory of Elasticity on n -Dimensional Riemannian Manifold

Zhu Haiping, Wu Jike (52)

Homogenization Theory and Its Applications

Cheng Gengdong, Liu Shutian (56)

Shape Optimization of Navier-Stokes Flows

He Beichang(63)

Research on Thermo-mechanical Behavior in Ceramic Coatings of Carbon-Carbon Composites

W. J. He, Tadashi Shioya (70)

The Singularity of Stress Field near the Axisymmetric Interface End of Push-in Test Specimen of Composites

Ji Xing, Zheng Bailin, Wang Wenqing, Xue Songtao (77)

Theory of Strength and Fracture in Brittle Materials by Cohesive Crack Model

Yuan-neng Li(83)

The Statistical Analysis of Surface Fatigue Crack Growth	
<i>Liu Chuntu, Ding Keqin</i>	(95)
Identification of the Material Parameters of Laminated Plates	
<i>Yao Zhenhan, Qu Shisheng</i>	(101)
An Incompatible Hybrid Finite Element Approach for Stokes Flow	
<i>Wu Changchun, Yuan Lei, Huang Yingqing</i>	(106)
The Advances and Tendency on the Study of Infrasound	
<i>Huang Qibai, Yang Shuzi, Shi Hanmin</i>	(113)
Vibration Signal Processing and Rotor Dynamics	
<i>Huang Wenhui, Zheng Gangtie</i>	(120)
The Theoretical Framework of Analytical Dynamics of Nonholonomic Systems	
<i>Liang Lifu</i>	(125)
On the Qualitative Properties of Frequency Spectrum and Modes for Arbitrary Supported Beams	
<i>Wang Dajun, Wang Qishen</i>	(136)
Eigensensitivity Analyses and Applications for Multiparametric Vibratory Systems	
<i>Wang Wenliang</i>	(144)
An Method on High Precisely Calculating Damp Ratio of Large Structures with Low Frequency Under Environment Excitation	
<i>Ying Huaiqiao, Shen Song, Liu Jinming</i>	(152)
Study of General Nonlinear Formula of Oil-Film Force Acting on a Journal with Unsteady Motion	
<i>Zhang Wen, Cui Sheng, Xu Xiaofeng, Zhang Huisheng</i>	(158)
Free Vibrations of Laminated Circular Cylindrical Shells	
<i>Z.C. Zheng, H.W. Wang</i>	(168)
Notes on the Analysis of Structural Elastic Impact	
<i>Zhu Dechao, Xing Yufeng, Li Min</i>	(175)
Applications of Structural Dynamic Analysis Method for Failure Diagnosis and Processing of Spacecraft	
<i>Bai Zhene</i>	(181)
Applications of Material Performance Index for Aerospace Structures	
<i>Chen Liemin</i>	(185)
Analysis and Research on the Flexible Spacecraft Dynamics	
<i>Qu Guangji</i>	(190)
The Development and Engineering Applications on the Complicated Spacecraft Dynamics	
<i>Qu Guangji</i>	(197)

On Nonlinear Normal Modes	
<i>Chen Yushu, Zhu Guoliang</i>	(205)
Vibration Analysis of Systems with Local Nonlinearities	
<i>S.L. Lau, D. Pun, Y.B. Liu</i>	(211)
An Equivalent Linearizing Method for the Multi-wheeler Nonlinear Vibration	
<i>Li Xiaolei, Ding Faqian</i>	(222)
Study on Nonlinear Response of the Fluid-Solid Interaction System	
<i>Miao Jingliang, Ouyang Yi</i>	(231)
Seismic Response of High-Rise Building Structures with Viscoelastic and Nonlinear Dampers	
<i>Q.L. Tian, A.K.H. Kwan, Y.K. Cheung</i>	(237)
Forced Vibration of the Vibration System with Nonlinear Inertia Force	
<i>Wen Bangchun, Li Yinong, Han Qingkai, Xiong Wanli</i>	(244)
The Experiment Research for Closed Cycle Vibration Control of a Cantilever Beam	
<i>Bai Hao, Chen Decheng, Huang Qinghua</i>	(250)
Model Reduction of Flexible Structures with Random Input	
<i>Bao Ronghao, Xu Bohou, Gu Feng</i>	(258)
H_{∞} Control of Vibration in Modal Subspace	
<i>Fu Zhifang, Zhang Zhiyi, Rao Zhushi</i>	(267)
Stability of Linear Time Variant Dynamic Systems with Multiple Time Delays	
<i>Hu Haiyan, Wang Zaihua</i>	(274)
A Brief Review on H_{∞} Control for Distributed Parameter Systems	
<i>Tao Jiyuan, Huang Lin, Chu Tianguang</i>	(281)
Experimental Investigation on the Braced Frame with Double-Phase Friction Attenuation Controller under Low Frequency Cyclic Loading	
<i>Zhang Weiyue, Yang Weibiao</i>	(288)
Dynamics and Control of Structural System	
<i>Zhu Demao</i>	(294)
Using Overshoot Strategy to Solve Simultaneous Equations on Parallel Computer	
<i>P. Chen, P. Tong, T.Y.P. Chang</i>	(303)
The Invariant Subspace Recurrence for Computing Generalized Modes of Defective Systems	
<i>Chen Suhuan, Xu Tao, Liu Zhongsheng</i>	(308)
Perturbation Estimation for Eigenvectors and Calculation of Separation of Two Eigenspaces	

<i>He Xiangdong, Chen Decheng</i>	(315)
Exact Modal Synthesis Techniques with Fixed Interface	
<i>Qiu Jibao, Ying Zuguang</i>	(322)
Reverberation Matrix Method for Propagation of Elastic Waves in a Multilayered Solid	
<i>Su Xianye</i>	(333)
A Staggered Solution Procedure for ALE-Type Fluid-Solid Interaction Dynamical Analysis	
<i>Wang Jianjun, Lu Mingwan, Zhang Xiong</i>	(340)
Ritz Vector WYD Method in Solving of Generalized Eigenvalue Problem and Its Applications	
<i>Yuan Mingwu, Chen Pu, Sun Shuli</i>	(346)
List of Hu Haichang's Publication in the Fields of Mechanics	(351)
Abstracts in English	(360)

胡海昌院士的学术成就

王大钧

(北京大学力学与工程科学系, 北京 100871)

胡海昌院士出生于从事教育工作的小知识分子家庭。父亲胡葆良, 长期在教育厅和中学任职。母亲周罗英早故。胡海昌与陈小蘅于 1952 年结婚, 有一女二子。

胡海昌中学时代就读于浙江省联合中学和杭州高中。1946 年考入浙江大学土木工程系, 学习刻苦, 且自学有方, 善于从理论角度分析问题。在浙江大学学习期间, 深受当时在该校任教的钱令希教授的赏识和特殊指导, 于大学期间就发表了两篇学术论文。

1950 年大学毕业后, 他进入中国科学院数学研究所力学研究室工作, 从此开始了从事力学研究的生涯。在钱伟长领导下, 力学研究室是一个非常活跃的研究集体。刚迈出大学校门的胡海昌, 在短短几年内就在弹性力学、板壳理论等领域发表了约 30 篇论文。其中尤为重要的是他在 1954 年发表于《物理学报》10 卷 2 期上的“论弹性体力学和受范性体力学中的一般变分原理”。该文创立了三类变量广义变分原理, 对弹性力学、变分原理、力学中的数值方法产生了深远影响, 被世界公认为“胡-邬津原理”。

1956 年, 中国科学院力学研究所成立, 胡海昌任该所助理研究员。直至 1965 年, 胡海昌一直在中国科学院力学研究所工作, 任副研究员、固体力学研究室主任, 从事固体力学研究。

60 年代初, 我国集中了一批优秀专家研究空间技术。1966 年, 胡海昌到中国空间技术研究院空间飞行器总体设计部工作, 历任空间飞行器总体设计部副主任、科技委员会主任、名誉主任等职, 1981 年被聘为研究员。胡海昌在运用理论知识解决实际问题、指导工程技术工作的同时, 仍坚持从事理论研究, 不断取得新的成果。

1980 年, 胡海昌当选为中国科学院学部委员。

在从事科学研究的同时, 胡海昌还热心于教育事业, 从 50 年代起, 他在北京大学数学力学系讲授弹性力学、板壳理论、薄壁杆件理论、弹性力学中的变分原理、振动理论等多门课程, 还在清华大学、中国科学技术大学、北京航空航天大学等校兼职, 并自 1957 年起, 开始指导研究生。自 1979 年起, 任北京大学、浙江大学兼职教授、首批博士生导师。

胡海昌长期从事科学组织工作, 先后担任过国务院学位委员会力学评议组成员、中国振动工程学会理事长、中国力学学会副理事长、中国气功科学研究会学术委员会副主任、《振动工程学报》主编、《固体力学学报》主编、《振动与冲击》主编、《力学学报》常务编委等职。

1978 年以后, 胡海昌先后担任北京市第五至第八届政治协商会议委员, 第八届常委, 全国第八、第九届政治协商会议委员。

胡海昌多次获得科学奖。1956 年他的研究成果“横观各向同性弹性体力学的空间问题”获中国科学院自然科学奖三等奖, 同时, 他参加的以钱伟长为首的集体的研究工作“弹性薄

板的大挠度问题”获二等奖。1982年,以胡海昌为首的5人的研究工作“弹性力学的广义变分原理的研究”获国家自然科学奖二等奖。1981年,他的专著《弹性力学的变分原理及其应用》获首届全国科技图书奖。1987年,他的合作科研成果“线性弹性结构理论中两类算子的正定性和紧致性的研究”获国家教委科学技术进步奖二等奖,1997年,由于他在创立弹性力学三类变量广义变分原理中的突出成就和对工程力学多个分支方面的重要贡献,荣获何梁何利基金1997年度科学与技术进步奖。

胡海昌除了进行有关我国空间飞行器的研究、设计工作以外,发表论文百余篇,涉及弹性力学、塑性力学、流体力学以及结构力学的平衡、稳定和振动等领域。另有著、译7本。他的研究工作极富创造性,尤其是广义变分原理方面的杰出成就就是对力学学科的重要贡献,在国际力学界有深远影响。

他的学术贡献有下列几个主要方面。

1 创立三类变量广义变分原理

胡海昌最突出的一项成就就是在1954年建立了弹性力学中以位移、应变和应力三类15个函数为自变函数的广义变分原理。由于该变分原理在理论和求近似解中的重要性,国际上常把该原理称为胡-邬津(Hu-Washizu)原理,而把其中的泛函称为胡-邬津泛函(1955年日本学者邬津久一郎在美国提出了与胡海昌提出的相同的变分原理)。

由于工程中的力学问题大多难于求得精确解,因此寻找其简单可行而又有实用精度的近似解成为力学界长期探讨的课题。

1954年前,弹性力学中已有最小势能原理、最小余能原理、Hellinger-Reissner原理三种变分原理,它们可分别用于近似处理平衡关系(包括方程和边界条件,以下同)、变形连续关系、平衡关系和变形连续关系。胡-邬津原理的特点是可以同时近似处理弹性力学全部基本方程和边界条件,包括平衡关系、变形连续关系和本构关系。以往连续介质物理规律的数学描述都是以微分方程和边界条件为基本形式,后来虽有了变分原理,但只能代替一部分微分方程和边界条件。胡-邬津原理是连续介质物理学中首次出现的纯变分的数学描述,这是该原理在理论上的重大贡献。因该原理可同时处理全部方程和边界条件,为近似计算提供了极其灵活、宽广而又有理论根据的新思路,越来越受到计算力学和工程界的重视。

胡海昌在建立弹性力学的广义变分原理后,又相继建立了薄板大挠度弯曲理论中的广义变分原理、弹性体固有频率的广义变分原理,并对梁和板弯曲问题的经典理论作了变分原理的推导。胡海昌又与合作者共同用弹性力学的广义变分原理证明了弹性结构理论中两类算子的正定性和紧致性。在广义变分原理刚提出后的一段时间里,用广义变分原理求近似解有成功的,也有不成功甚至出差错的,胡在得知这一情况后,总结了成功与不成功的经验教训,提出了合理应用广义变分原理的几点原则要求,以保证不再出差错。胡还指导他的友好和学生根据广义变分原理用里兹法求解具有综合边界条件的矩形薄板的平衡和稳定问题,建立扁壳理论中的广义变分原理。以上这些工作在国际上都属于首创。

40多年来,胡-邬津原理广泛应用于建立有限单元法和新的梁、板、壳等的近似理论,对已有的近似理论和解法作出更加合理的解释,还应用于建立边界积分方程和边界元法。现在已相当普遍地认为:胡-邬津原理是用假设的应力、应变和位移场去建模的最实际的手

段；位移模式有限单元法的完整理论必须建立在胡-邬津原理上；弹性力学任何一个可能的变分原理都可以简单地从胡-邬津原理推导出来，只要把适当的约束方程引入原始的泛函中去即可。

由于胡-邬津原理在理论和应用中的重要意义，1964年在英文期刊上首次出现 Hu-Washizu principle 的称呼，随后引用、介绍、发展和应用胡-邬津原理的国内文献逐渐增多，并一直延续到 90 年代。胡-邬津原理受到众多的学术论文、专著、教科书的引用和介绍，引用的书刊专业涉及数学、物理、力学、工程，地域遍及中、美、英、日、苏、德、意、波、匈、捷等国，应用不断发展，评价越来越高。有些专著和论文设一专节介绍，有些论文在标题中就出现 Hu-Washizu 原理。还有一些作者将其他学科中的一些广义变分原理称为 Hu-Washizu 类型的原理。现在胡-邬津原理已十分普及，以至许多学术论文虽在正文中应用了胡-邬津原理但已不列出有关的参考文献。

2 建立新型的边界积分方程

60 年代以后，边界积分方程和边界单元法逐步兴起，在力学工程界应用很多，现在它已与有限元法、加权残差法、差分法并列为计算力学中的 4 大方法，但其理论基础并不巩固。80 年代胡海昌发觉有些平面问题中习用的边界积分方程与原有的微分方程边值问题不等价，于是提出和研究了两者的等价性问题。至今胡已建立起等价性问题的理论框架，并据此具体建立了与平面调和函数的边界值问题、平面双调和函数的边界值问题和弹性力学平面问题的等价的边界积分方程（包括直接和间接两种未知量），改正了这三种问题中习用的不等价的边界积分方程。算例表明，等价的边界积分方程的数值精度高，结果可靠，有较高的实用价值。此外，胡还首次依据守恒积分建立起一类新的边界积分方程，其奇异性阶次低于以往的边界积分方程。

3 首次找到了横观各向同性弹性体的空间问题的一些重要解

国际上对各向异性弹性体力学的研究早在 19 世纪就已开始，1953 年以前，人们已求得了各向异性体的平面问题、扭转问题、弯曲问题和横观各向同性体的轴对称变形问题等多种解。它们在力学上虽然是空间问题，但在数学上却都是二维问题，而真正三维的空间问题的某些解，直到 1953 年才由胡海昌找到。胡海昌把横观各向同性体的位移用两个位移函数表示出来，大大简化了待解的方程。通过位移函数，求得了真正三维的空间问题的一般解，并据此求得了一系列具有重要理论和实用意义的封闭解，其中一些解应用于土建中的基础与地基分析中，具有重要的意义。胡海昌在这方面的工作受到苏联、美国等国外同行的重视，并在他们的论文、专著中被引用介绍。胡海昌的一般解在俄文文献中常被称为胡海昌解，在英文文献中也常被引用。

胡海昌及其同事还把上述方法用于求解球面各向同性弹性体、中厚板（包括夹层板）、薄及中厚壳、受预应力的圆柱壳等问题，都取得了丰硕的成果。

另外，胡海昌在弹性薄板、薄壳的大挠度问题的研究中，也有重要发现。弹性薄板、薄壳的大挠度问题，过去常用小参数法求解，1954 年，胡海昌发现，用不同的小参数所得的结果，在公式上可以互相转化，但若取有限项，则数值结果的近似程度大不一样。于是，他