

Gaodengshuxue

高等数学

下册



云南科技出版社

高等学校试用教材

# 高等数学

(专科用)

下册

自然科学参阅室

云南科技出版社

1990 · 6

**责任编辑 林德琼**

**封面设计 苏 定**

高等学校试用教材

**高 等 数 学**

(专 科 用)

上、下册

李崇孝 主编

云南科技出版社出版发行(昆明市书林街100号)

云南省地质矿产局测绘队印装

---

开本: 787×1092 1/32 印张: 29 字数: 640000

1990年6月第1版 1990年6月第1次印刷

印数: 1—5000

---

ISBN 7-5416-0306-6 / G·41 定价: 11.80元(上、下册)

主 编 李崇孝

副主编 卢业文 李立中

编 者 李玉生 邓升理 袁钟闵

纳少华 谢少华 翟启旺

邓宏德 冯家竹 罗秋兰

## 内 容 简 介

本书是由六所院校根据多年来专科教学实践积累的经验，吸取兄弟院校的宝贵经验，并按国家教委对专科层次的要求而编写的。

全书分上、下两册，下册8—12章，内容为向量代数与空间解析几何、多元函数微分学、重积分与曲线积分、线性代数、概率论及数理统计初步，书末还附有附表和习题答案。

本书说理浅显，叙述详细，例题较多，便于专科教学，可供电大、夜大师生参考使用。

## 前　　言

根据1987年10月西南地区五省六方地方工科院校协作会南宁会议的精神和1988年8月成都会议的部署，决定编写适合本地区地方工科院校使用的专科《高等数学》教材，由五省六方协作会的八所院校并邀请昆明冶金专科学校和重庆建筑工程学院昆明分院成立了编写组，讨论了初稿，编写出本书。

目前，适合本地区地方工科院校的专科教材尚不多见。为更好地结合专科的特点，我们在教材内容的选取上，注意结合专科的教学特点，培养要求和学制安排，力求做到简明扼要、通俗易懂、便于自学，特别是注意对学生的基本运算能力的训练，培养学生运用所学知识去分析和解决某些问题的能力。

全书十二章，共二册，前十章以一元微积分学、微分方程、无穷级数、多元微积分学为基本内容，按学时数130小时编写（包括习题课），后两章线性代数和概率论与数理统计初步，按学时数60小时编写，供需要讲授工程数学的专业选用。本书除供三年制专科大学使用外，也可供要求相近的大学本科、夜函大、职工大学、业余大学选作教材或参考书。

本书由云南工学院李崇孝任主编，广西大学卢业文、昆明冶金专科学校李立中任副主编，参加编写工作的还有昆明冶金专科学校翟启旺、重庆建筑工程学院昆明分院谢少华、广西工学院罗秋兰、四川轻化工学院冯家竹、邓宏德、云南工学院邓升理、李玉生、纳少华、袁钟闵。

昆明冶金专科学校吴国祥绘制了全部插图，李玉生、袁钟闵、邓升里担负了组织出版工作。

昆明工学院李继彬教授担任本书的主审工作，他详细审阅了初稿，提出了不少改进意见和建议，并为本书作序，对此我们表示衷心的感谢。

本书的编写、出版自始至终得到上述九所院校特别是昆明冶金专科学校、广西大学、云南工学院的领导和同志们的支持和关心，在此表示由衷的谢意。

本书错误及不妥之处，恳请同行和读者给以指正，以便进一步修改。

编 者  
一九八九年四月七日

## 序 言

在工科高等数学和工程数学教学中，微积分、线性代数和数理统计是必不可少的基础知识。对于工程专科班的数学教学，多年来，人们习惯于将本科教材作适当删节，来供专科使用。而专门为专科学生编写的教材尚属寥寥。李崇孝、李立中和卢业文等同志急教学之所需，集中集体智慧，联合十所院校的基础课教师，博采众长，编写了这部工程专科高等数学教材，对于我国大学的基础教育，作出了新的贡献。

作为本套教材的主审者，认为本教材有以下三个突出特点：

1. 注意与中学基础知识的衔接，紧扣专科数学教学大纲，融高等数学（微积分）与工程数学（线性代数与数理统计）为一体，取材恰当，结构合理。

2. 重视几何直观和理论联系实际地引入基本概念，重视解题能力的培养。考虑到专科特点，基本理论的叙述限于最基本的，习题也大多数是“计算型”的，以利于培养学生应用数学技巧解决工程问题的能力。

3. 概念、理论和方法的叙述力求深入浅出，便于学生自学和老师教学。多用表格、图形等简明形式帮助学生总结归纳讲授过的基本内容和方法，加深学生的理解，巩固所学知识。

众所周知，高等数学的基本内容已经比较稳定，方法也较经典。要编写出具有一定特色的教科书不是很容易的。编者们都是教龄在三十年左右富于教学经验的老师，为了适应

教学改革，培养学生能力的需要，在教材的处理方面已经作了许多新的尝试，这是十分难能可贵的。

笔者乐于向读者们推荐这本新教材，相信这套教材的出版，将有助于促进工程学科的基础课教学，同时也可为其他学科的读者提供一本有价值的参考书。

李继彬

1989年6月20日

# 目 录

## 下册

前 言 .....	1
序 .....	3
第八章 向量代数与空间解析几何 .....	457
§ 1 空间直角坐标系 .....	457
一、空间点的直角坐标 .....	457
二、两点间的距离 .....	459
习题8—1 .....	461
§ 2 向量及其线性运算 向量的坐标 .....	461
一、向量的概念 .....	461
二、向量的线性运算 .....	462
三、向量的坐标 .....	466
习题8—2 .....	470
§ 3 向量的数量积与向量积 .....	471
一、两向量的数量积 .....	472
二、两向量的向量积 .....	474
习题8—3 .....	478
§ 4 平面的方程 .....	479
一、平面的点法式方程 .....	479
二、平面的一般方程 .....	481
习题8—4 .....	486
§ 5 空间直线及其方程 .....	488
一、直线的一般方程 .....	488

二、直线的点向式方程与参数方程	489
习题8—5	494
§ 6 常用的曲面及曲线	496
一、曲面方程的概念	496
二、旋转曲面	497
三、柱面	501
四、空间曲线的方程	504
五、椭球面与抛物面	509
习题8—6	512
<b>第九章 多元函数微分学</b>	<b>514</b>
§ 1 多元函数	514
一、多元函数的概念	514
二、二元函数的极限	519
三、二元函数的连续性	521
习题9—1	522
§ 2 偏导数	523
一、偏导数的概念	523
二、高阶偏导数	528
习题9—2	531
§ 3 全微分	532
习题9—3	537
§ 4 多元函数的求导法	538
一、多元复合函数求导法	538
二、隐函数的求导法	545
习题9—4	548
§ 5 空间曲线的切线和曲面的切平面	550

一、空间曲线的切线与法平面	550
二、曲面的切平面与法线	552
习题9—5	555
§ 6 多元函数的极值	556
一、多元函数的极值及最大值、最小值	556
* 二、条件极值 拉格朗日乘数法	562
习题9—6	565
<b>第十章 重积分与曲线积分</b>	<b>566</b>
§ 1 二重积分的概念和性质	566
一、二重积分的概念	566
二、二重积分的性质	571
习题10—1	572
§ 2 二重积分的计算法	573
一、利用直角坐标计算二重积分	573
习题10—2 (a)	583
二、利用极坐标计算二重积分	586
习题10—2 (b)	593
* § 3 三重积分的概念与计算	595
一、三重积分的概念	595
二、三重积分在直角坐标系中的计算	597
习题10—3 (a)	600
三、三重积分在柱面坐标、球面坐标系中的 计算法	601
习题10—3 (b)	608
* § 4 对坐标的曲线积分	609
一、对坐标的曲线积分的概念及性质	610

二、对坐标的曲线积分的计算方法.....	613
习题10—4 .....	618
* § 5 格林 (Green) 公式.....	619
一、格林公式.....	619
二、平面上曲线积分与路径无关的条件.....	622
习题10—5 .....	626
<b>第十一章 线性代数.....</b>	<b>628</b>
§ 1 行列式.....	628
一、三阶行列式的结构.....	628
二、n阶行列式 .....	630
三、行列式的性质和计算 .....	632
习题11—1 (a).....	638
四、行列式按行(列)展开.....	640
五、克莱姆 (Cramer) 法则 .....	645
习题11—1 (b).....	649
§ 2 线性方程组.....	649
一、消元法.....	650
习题11—2 (a).....	657
二、向量的线性关系.....	658
习题11—2 (b).....	666
三、秩 .....	667
习题11—2 (c).....	678
四、线性方程组的解.....	679
习题11—2 (d) .....	695
§ 3 矩 阵.....	697
一、矩阵的运算.....	697

习题11—3 (a).....	709
二、几类特殊矩阵.....	711
习题11—3 (b).....	715
§ 4 二次型.....	716
一、向量的内积与向量的正交性.....	716
习题11—4 (a).....	721
二、二次型及其标准形.....	722
习题11—4 (b).....	727
三、实二次型的分类.....	728
习题11—4 (c).....	734
四、用正交变换化二次型为标准形.....	734
习题11—4 (d).....	747
<b>第十二章 概率论与数理统计初步.....</b>	<b>749</b>
§ 1 随机事件及概率.....	749
一、随机试验 随机事件与样本空间.....	749
二、事件之间的关系与运算.....	751
三、随机事件的概率.....	754
四、概率加法公式.....	759
五、条件概率及乘法公式.....	762
六、全概率公式.....	769
七、贝努利 (Bernoulli) 概型 .....	771
习题12—1.....	774
§ 2 随机变量及概率分布.....	777
一、随机变量.....	777
二、随机变量的分布函数.....	778
三、离散型随机变量.....	780

四、连续型随机变量	784
五、一维随机变量函数的分布	793
习题12—2	796
§ 3 随机变量的数字特征	798
一、数学期望（均值）	799
二、方差	804
习题12—3	810
§ 4 参数估计	812
一、样本与总体	812
二、分布密度和分布函数的近似求法	814
三、参数估计	818
习题12—4	829
§ 5 假设检验	830
一、问题的提法及假设检验的方法	830
二、 $u$ 检验	834
三、 $t$ 检验	836
四、 $\chi^2$ 检验	838
五、 $F$ 检验	839
六、总体分布函数的假设检验—— $x^2$ 检验	
	841
习题12—5	844
§ 6 回归分析	846
一、回归直线与最小二乘法	846
二、线性相关的显著性检验	851
三、利用线性回归方程预测和控制	855
四、非线性回归	857
五、多元线性回归简介	862

习题12—6	866
附表1 正态分布数值表	868
附表2 $P_\lambda(K) = \frac{\lambda^K}{K!} e^{-\lambda}$ 数值表	868
附表3 $t$ 分布临界值表	869
附表4—1 $F$ 分布临界值表 ( $\alpha=0.05$ )	870
附表4—2 $F$ 分布临界值表 ( $\alpha=0.025$ )	872
附表4—3 $F$ 分布临界值表 ( $\alpha=0.01$ )	874
附表5 $x^2$ 分布临界值表	876
附表6 相关系数显著性检验表	877
习题答案	878

# 第八章 向量代数与空间解析几何

与平面解析几何相仿，空间解析几何也是通过坐标方法，把空间的点与三个有序的实数，空间的图形与代数方程联系起来，运用代数方法研究空间的几何问题.

本章首先建立空间直角坐标系，然后引进向量代数，并以向量代数为工具来讨论空间的平面和直线，最后介绍几种常见的曲面及曲线.

## § 1 空间直角坐标系

### 一、空间点的直角坐标

在空间选定一点  $O$ ，过点  $O$  作三条互相垂直的数轴  $Ox$ 、 $Oy$ 、 $Oz$ ，它们都以点  $O$  为原点，且一般具有相同的长度单位. 这三条轴分别叫做 **x 轴**（横轴）、**y 轴**（纵轴）、**z 轴**（竖轴），统称坐标轴. 这样的三条轴就组成了一个空间直角坐标系，点  $O$  称为坐标原点（或原点）.

我们采用右手系的空间直角坐标系，即当  $x$  轴正向按右手握拳方向以  $\frac{\pi}{2}$  的角度转向  $y$  轴正向时，拇指的指向就是  $z$  轴的正向.

三条坐标轴两两确定互相垂直的三个平面  $xOy$ 、 $yOz$ 、 $zOx$ ，统称为坐标面. 它们把空间分为八个部分，每一部分称为一个卦限. 位于  $xOy$  坐标面的第 I、第 II、第 III、第 IV