



普通高等教育机械类应用型人才及卓越工程师培养规划教材

材料力学

◎鲁 杰 庄宿涛 主 编

打破以往内容繁杂、篇幅冗长的模式，针对本科教育与硕士培养的衔接性，着重实际问题分析方法 and 解决步骤的讲述

在例题选择与练习题编撰方面，既有基本理论、基本知识的归纳总结，又有对力学问题的综合分析；既有贴近生产实际的基本能力训练，又有考研学习的层次提高

各章课后练习题参考答案编入附录C中；配有PPT课件，可登录华信教育资源网 www.hxedu.com.cn 注册后免费获取



电子工业出版社

PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY
<http://www.phei.com.cn>

普通高等教育机械类应用型人才及卓越工程师培养规划教材

材料力学

鲁 杰 庄宿涛 主 编
王胜海 张烈霞 副主编
纪 华 张 莉 参 编



TB301-43
103

电子工业出版社

Publishing House of Electronics Industry



北航

C1745947

内 容 简 介

本教材是根据“高等学校工科本科材料力学课程教学基本要求”编写的,在充分汲取国内材料力学教学改革经验、继承传统教材科学体系的基础上,根据当前教育改革的需求,为适应不同专业、不同方向、不同学时的教学实际,将章节体系做了适当调整,既增强了知识的衔接关系,又减少了内容与形式的重复,内容阐述与讲解更具易教、易学的特点,更能满足当今大学生的学习需求。

本教材共有12章,内容涵盖绪论,拉伸、压缩与剪切,平面图形的几何性质,扭转,弯曲内力及应力,弯曲变形,应力应变分析及强度理论,组合变形,能量法,动载荷和压杆稳定等。每章都包含一定量的例题和课后练习题,力求在传授知识的同时使学生的动手能力,分析、解决问题的能力 and 创新思维能力得到培养和提高。

本书可作为机械设计制造及其自动化、机械工程、飞行器制造工程、车辆工程、机械电子工程等专业的本科生和研究生教材,也可作为广大从事CAD/CAM技术研究的工程技术人员的参考资料或培训教材。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有,侵权必究。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/鲁杰,庄宿涛主编. —北京:电子工业出版社,2014.7

普通高等教育机械类应用型人才及卓越工程师培养规划教材

ISBN 978-7-121-23094-3

I. ①材… II. ①鲁… ②庄… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第084791号

策划编辑:李 洁

责任编辑:康 霞

印 刷:北京市李史山胶印厂

装 订:北京市李史山胶印厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开 本:787×1092 1/16 印张:13.75 字数:352千字

版 次:2014年7月第1版

印 次:2014年7月第1次印刷

定 价:36.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zltz@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

普通高等教育机械类应用型人才及卓越工程师培养规划教材

专 家 编 审 委 员 会

主 任 委 员 黄传真

副主任委员 许崇海 张德勤 魏绍亮 朱林森

委 员（排名不分先后）

李养良	高 荣	刘良文	郭宏亮	刘 军
史岩彬	张玉伟	王 毅	杨玉璋	赵润平
张建国	张 静	张永清	包春江	于文强
李西兵	刘元朋	褚 忠	庄宿涛	惠鸿忠
康宝来	宫建红	李西兵	宁淑荣	许树勤
马言召	沈洪雷	陈 原	安虎平	赵建琴
高 进	王国星	张铁军	马明亮	张丽丽
楚晓华	魏列江	关跃奇	沈 浩	鲁 杰
胡启国	陈树海	王宗彦	刘占军	

前 言

“材料力学”是大工程类本科各专业的一门必修课程，也是机械、建筑、地矿等专业的重要专业基础课程，本教材是专为高等本科院校机械工程类各专业编写的《材料力学》教材。考虑到当今高等院校人才培养的特点和需求，本教材在保证《材料力学》理论体系完整性的基础上，更注重其实用性，坚持“基础理论以应用为目的”，选材精炼，适当删减在工程中实用价值不大的内容，如非圆截面杆的扭转、构件含裂纹时的断裂准则、交变应力等内容，而为了满足本科学生的考研需要，增加了能量法和动载荷等内容。在编写过程中，打破以往内容繁杂、篇幅冗长的模式，针对本科教育与硕士培养的衔接性，着重实际问题分析方法和解题步骤的讲述。

本教材对基本理论、基本知识等内容的阐述，力求做到文字简洁、主题明确、通俗易懂，减少不必要的文字叙述，更要避免重复。在例题选择与练习题编撰方面，改变一难二多的题海战术，将题目分层归纳，既有基本理论、基本知识的归纳总结，又有对力学问题的综合分析；既有贴近生产实际的基本能力训练，又有考研学习的层次提高。以题目的新颖、实用和层次分明来满足应用型本科院校人才培养的需求。为便于学生自学和提高学生解题的准确率，对各章课后练习题均给出了参考答案，答案编入附录 C 中。

参与本教材编写的有鲁杰（第 3、9 章）、庄宿涛（第 10、11、12 章）、王胜海（第 6、7 章）、张烈霞（第 1、8 章）、纪华（第 4、5 章）、张莉（第 2 章）等。书中例题、练习题广泛借鉴了国内大量同名教材及各高校历年考研题目，恕不一一列出。在此谨对参考文献的作者致以衷心的感谢。

本书配有 PPT 课件，可登录华信教育资源网 www.hxedu.com.cn 注册后免费获取。

由于作者水平所限，教材难免存在不足之处，衷心希望读者批评指正。

编 者

目 录

第 1 章 绪论	(1)	3.1.1 单一截面的静矩和形心	(29)
1.1 材料力学的基本任务	(1)	3.1.2 组合截面的静矩和形心	(30)
1.1.1 基本术语	(1)	3.2 惯性矩和惯性积	(31)
1.1.2 杆件变形的形式	(2)	3.2.1 惯性矩	(31)
1.1.3 材料力学的基本任务	(4)	3.2.2 惯性积	(31)
1.2 变形固体的基本假设	(4)	3.3 平行移轴公式和转轴公式	(33)
第 2 章 拉伸、压缩与剪切	(6)	3.3.1 平行移轴公式	(33)
2.1 轴向拉伸与压缩的受力与变形特征	(6)	3.3.2 转轴公式与主惯性轴简介	(34)
2.2 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力	(6)	练习题	(35)
2.2.1 内力与截面法	(6)	第 4 章 扭转	(37)
2.2.2 轴力与轴力图	(8)	4.1 扭转的受力与变形特征	(37)
2.3 轴向拉伸与压缩时的应力	(9)	4.2 外力偶矩的计算及扭矩和扭矩图	(37)
2.3.1 应力的概念	(9)	4.2.1 外力偶矩的计算	(38)
2.3.2 应力的计算	(10)	4.2.2 扭转内力和扭矩图	(38)
2.4 轴向拉伸与压缩时的变形	(12)	4.3 纯剪切	(40)
2.4.1 拉压杆的轴向变形及其计算	(12)	4.3.1 薄壁圆筒扭转时的切应力	(40)
2.4.2 胡克定律	(13)	4.3.2 切应力互等定理	(41)
2.5 材料拉伸、压缩时的力学性能	(14)	4.3.3 剪切胡克定律	(41)
2.5.1 低碳钢拉伸试验及力学性能	(15)	4.4 圆轴扭转时的应力与强度条件	(42)
2.5.2 其他塑性材料拉伸时的力学性能	(17)	4.4.1 圆轴扭转时的应力计算	(42)
2.5.3 铸铁拉伸时的力学性能	(17)	4.4.2 强度条件	(44)
2.5.4 塑性材料压缩时的力学性能	(18)	4.5 圆轴扭转时的变形与刚度条件	(46)
2.5.5 脆性材料压缩时的力学性能	(18)	4.5.1 扭转变形公式计算	(46)
2.6 失效、安全因数和强度计算	(19)	4.5.2 刚度条件	(47)
2.6.1 基本概念	(19)	练习题	(49)
2.6.2 强度条件	(19)	第 5 章 弯曲内力	(52)
2.7 拉伸压缩超静定问题	(21)	5.1 弯曲的概念和实例	(52)
2.7.1 拉伸压缩超静定的概念	(21)	5.2 受弯杆件的简化	(52)
2.7.2 拉伸压缩超静定问题的求解方法与步骤	(22)	5.2.1 支座的几个基本形式	(53)
2.8 剪切和挤压的实用计算	(23)	5.2.2 载荷的简化	(53)
2.8.1 剪切的实用计算	(23)	5.2.3 静定梁的基本形式	(53)
2.8.2 剪切的实用计算	(23)	5.3 剪力和弯矩	(54)
2.8.3 挤压的实用计算	(24)	5.3.1 剪力和弯矩的概念	(54)
练习题	(26)	5.3.2 剪力和弯矩的计算	(55)
第 3 章 平面图形的几何性质	(29)	5.4 剪力方程和弯矩方程及剪力图和弯矩图	(56)
3.1 静矩和形心	(29)	5.4.1 剪力方程和弯矩方程	(56)
		5.4.2 剪力图和弯矩图	(57)

5.5 载荷集度、剪力和弯矩间的关系··· (62)	8.1.2 应力状态分类····· (101)
5.5.1 载荷集度、剪力和弯矩间的 微分关系····· (62)	8.2 二向应力状态分析——解析法····· (101)
5.5.2 利用微分关系作剪力图和弯 矩图····· (63)	8.2.1 应力状态实例····· (101)
练习题····· (65)	8.2.2 二向应力状态分析的解 析法····· (104)
第6章 弯曲应力 ····· (69)	8.3 二向应力状态分析——图解法····· (108)
6.1 纯弯曲时的正应力····· (69)	8.3.1 应力圆方程····· (108)
6.1.1 纯弯曲的概念····· (69)	8.3.2 应力圆的画法与用途····· (108)
6.1.2 梁的纯弯曲试验····· (69)	8.4 三向应力状态····· (111)
6.1.3 纯弯曲时的正应力公式推导··· (70)	8.4.1 三向应力状态应力圆绘制··· (111)
6.2 横力弯曲时的正应力及弯曲正应力 强度条件····· (72)	8.4.2 三向应力状态分析····· (113)
6.2.1 横力弯曲的正应力····· (72)	8.5 广义胡克定律····· (114)
6.2.2 弯曲正应力强度条件····· (73)	8.5.1 三向一般应力状态单元体的 广义胡克定律····· (114)
6.3 弯曲切应力····· (76)	8.5.2 其他应力状态单元体的广义 胡克定律····· (115)
6.3.1 矩形截面梁横截面上的切 应力····· (76)	8.6 强度理论····· (117)
6.3.2 工字形截面梁····· (78)	8.6.1 强度理论概念····· (117)
6.3.3 圆形截面梁····· (79)	8.6.2 四种强度理论····· (119)
6.4 提高弯曲强度的措施····· (80)	练习题····· (123)
6.4.1 合理安排梁的受力情况····· (81)	第9章 组合变形 ····· (127)
6.4.2 合理选择梁的截面形状····· (81)	9.1 组合变形和叠加原理····· (127)
练习题····· (83)	9.1.1 组合变形的概念····· (127)
第7章 弯曲变形 ····· (86)	9.1.2 叠加法和叠加原理····· (127)
7.1 弯曲变形简介····· (86)	9.2 弯曲与拉伸(或压缩)的组合····· (128)
7.1.1 弯曲变形实例····· (86)	9.2.1 横向力与轴向力共同作用下 的弯曲与拉伸(压缩) 组合变形····· (128)
7.1.2 弯曲变形的概念····· (87)	9.2.2 偏心拉伸与偏心压缩····· (130)
7.2 用积分法求弯曲变形····· (87)	9.3 弯曲与扭转的组合····· (132)
7.2.1 挠曲线的微分方程····· (87)	9.4 斜弯曲与截面核心····· (135)
7.2.2 用积分法求梁的弯曲变形··· (88)	9.4.1 斜弯曲····· (135)
7.3 用叠加法求弯曲变形····· (92)	9.4.2 截面核心····· (138)
7.3.1 简单载荷作用下的梁的变形 列表····· (92)	练习题····· (140)
7.3.2 叠加法的应用····· (94)	第10章 能量法 ····· (143)
7.4 简单超静定梁····· (95)	10.1 杆件的应变能····· (143)
7.4.1 静不定梁的概念····· (95)	10.1.1 功能原理····· (143)
7.4.2 静不定梁的求解步骤····· (95)	10.1.2 基本变形杆件的应变能··· (143)
练习题····· (97)	10.1.3 组合变形杆件的应变能··· (145)
第8章 应力应变分析及强度理论 ····· (100)	10.2 互等定理····· (148)
8.1 应力状态概述····· (100)	10.3 卡氏定理····· (149)
8.1.1 应力状态的概念····· (100)	10.4 单位载荷法(莫尔积分)····· (153)

10.5 计算莫尔积分的图乘法.....	(157)	12.2 细长压杆的临界压力.....	(180)
练习题.....	(160)	12.2.1 两端铰支细长压杆的临界 压力.....	(180)
第 11 章 动载荷.....	(164)	12.2.2 其他约束条件下细长压杆 的临界压力.....	(180)
11.1 概念.....	(164)	12.3 临界应力与柔度.....	(182)
11.1.1 静载荷.....	(164)	12.3.1 临界应力.....	(182)
11.1.2 动载荷.....	(164)	12.3.2 柔度.....	(183)
11.2 构件有加速度时的应力与变形.....	(165)	12.3.3 临界应力总图.....	(184)
11.2.1 理论基础.....	(165)	12.4 压杆的稳定校核.....	(186)
11.2.2 构件匀加速度直线运动时 的应力与变形.....	(165)	12.5 提高压杆稳定性的措施.....	(189)
11.2.3 构件匀速转动时的应力与 变形.....	(167)	12.5.1 设计合理的截面形状.....	(189)
11.3 构件受冲击时的应力和变形.....	(169)	12.5.2 减小压杆计算长度.....	(190)
11.3.1 理论基础.....	(169)	12.5.3 增大杆端支撑刚度.....	(190)
11.3.2 竖向冲击.....	(170)	12.5.4 合理选择压杆材料.....	(190)
11.3.3 水平冲击.....	(171)	12.5.5 改善结构布局.....	(190)
练习题.....	(174)	练习题.....	(191)
第 12 章 压杆稳定.....	(177)	附录 A 常用材料的力学性能.....	(194)
12.1 压杆稳定的概念.....	(177)	附录 B 型钢表.....	(195)
12.1.1 压杆.....	(177)	附录 C 部分习题参考答案.....	(204)
12.1.2 稳定性.....	(179)	参考文献.....	(211)
12.1.3 压杆稳定性.....	(179)		

第 1 章 绪 论

材料力学是固体力学的一个基础分支,是研究杆件内力、应力、变形及材料宏观力学性能的一门科学,是以数学、理论力学为基础的一门技术基础课,是结构力学、弹性力学、机械设计等后续课程的基础。

1.1 材料力学的基本任务

1.1.1 基本术语

1. 构件

组成机械或工程结构的零部件统称为构件。图 1-1 所示为桥式起重机的主梁、吊钩、钢丝绳;图 1-2 所示悬臂吊车架的横梁 AB 、斜杆 CD 都是构件。

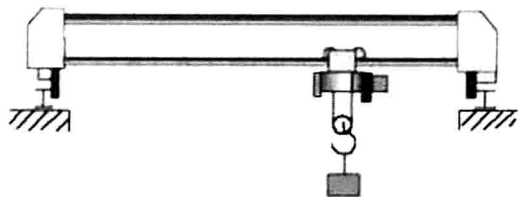


图 1-1 桥式起重机

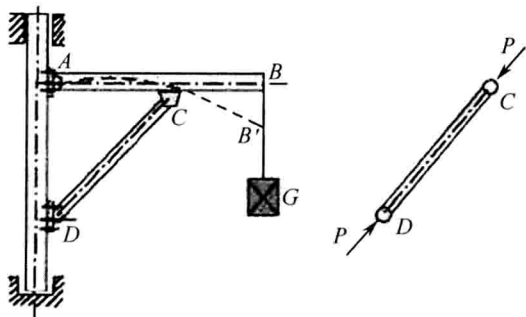


图 1-2 悬臂吊车架

实际构件有各种不同的形状,根据形状的不同将构件分为杆件、板壳及块体。

(1) 杆件。长度远大于横截面尺寸的构件称为杆件,或简称为杆。杆件各横截面形心的连线称为杆件的轴线。工程上常见的很多构件都可以简化为杆件,如连杆、传动轴、立柱、丝杆、吊钩等。某些构件,如齿轮的轮齿、曲轴的轴颈等并不是典型的杆件,但在近似计算或定性分析中也简化为杆件。

按杆件横截面和轴线两个几何因素可将杆件分为等截面直杆(见图 1-3 (a))、变截面直杆(见图 1-3 (c))、曲杆(见图 1-3 (b))和薄壁直杆(见图 1-3 (d))。

(2) 板壳。一个方向的尺寸(厚度)远小于其他两个方向尺寸的构件称为板或壳,如图 1-4 (a) 和图 1-4 (b) 所示。

(3) 块体。三个方向(长、宽、高)的尺寸相差不多的构件称为块体,如图 1-5 所示。

材料力学的主要研究对象是杆件。

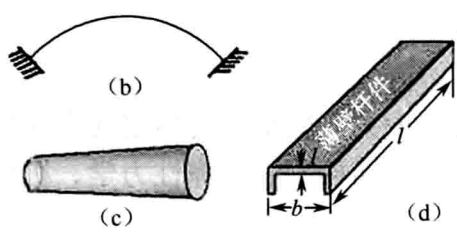
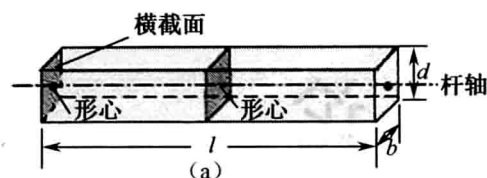


图 1-3 杆件类型

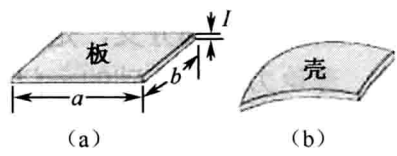


图 1-4 板和壳

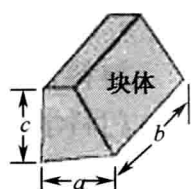


图 1-5 块体

2. 载荷

载荷为构件和结构承受的负载或荷重。按施加载荷的对象分类，载荷分为外载荷和内载荷；按施加载荷的范围分类，载荷分为集中载荷和分布载荷。

3. 变形

在载荷的作用下，构件的形状及尺寸发生的变化称为变形。

1.1.2 杆件变形的形式

由于杆件受力情况各异，所以相应的变形也有各种形式，杆件变形的形式有以下 4 种。

1. 拉伸或压缩

图 1-6 所示为一简易吊车，在载荷 F 的作用下， AC 杆被拉伸（见图 1-6 (b)），而 BC 杆被压缩（见图 1-6 (c)）。这类变形形式是由大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的一对力引起的，表现为杆件长度的伸长或缩短。起吊重物的钢索、液压油缸的活塞杆等的变形都属于拉伸或压缩变形。

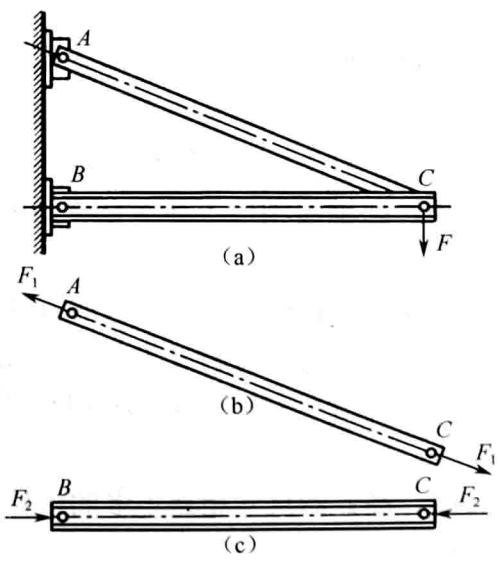


图 1-6 简易吊车

2. 剪切

图 1-7 (a) 所示为一铆钉连接, 在一对力 F 的作用下, 铆钉受到剪切。剪切变形时, 作用于杆件的是一对垂直于杆件轴线的横向力, 它们的大小相等, 方向相反, 作用线相互平行且靠得很近, 变形表现为受剪杆件的两部分沿外力作用方向发生相对错动 (见图 1-7 (b))。机械中常用的连接件, 如键、销钉、螺栓等在工作状态下都会产生剪切变形。

3. 扭转

图 1-8 (a) 所示的汽车转向轴 AB 在工作时发生扭转变形。这类变形形式是由大小相等、转向相反、作用面垂直于杆轴线的两个力偶引起的 (见图 1-8 (b)), 表现为杆件的任意两个横截面发生绕轴线的相对转动。汽车的传动轴、电动机和水轮机的主轴等都产生扭转变形。

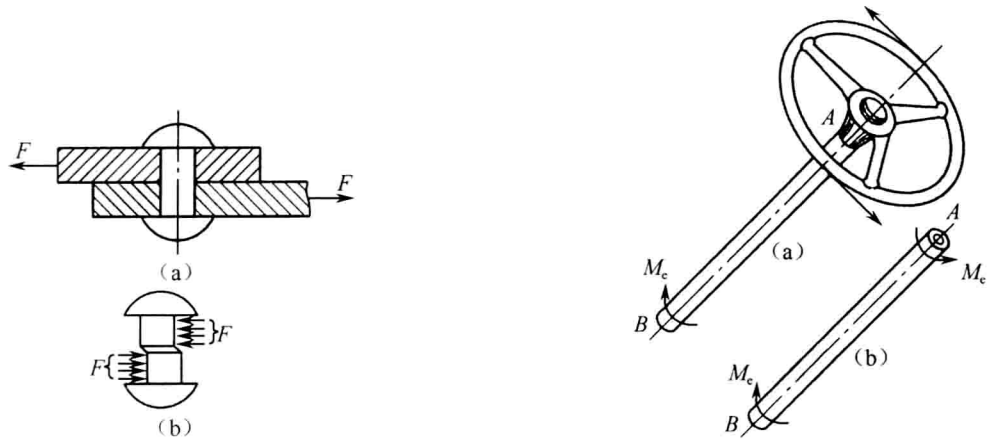


图 1-7 铆钉连接

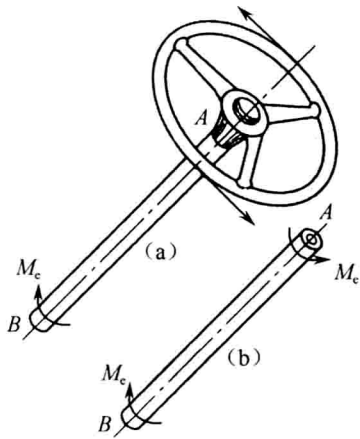


图 1-8 汽车转向轴

4. 弯曲

图 1-9 (a) 所示为火车轮轴的变形, 即弯曲变形。这类变形形式是在包含杆件轴线的纵向平面内, 作用垂直于杆件轴线的横向力, 或作用一对大小相等、转向相反的力偶引起的, 表现为杆件轴线由直线变为曲线 (见图 1-9 (b))。在工程中, 受弯杆件是最常见的构件之一。桥式起重机的大梁、各种芯轴及车刀等都产生弯曲变形。

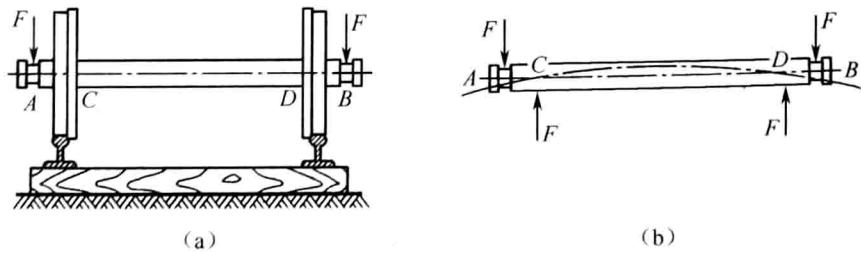


图 1-9 火车轮轴

还有一些杆件同时发生几种基本变形, 如车床主轴工作时发生弯曲、扭转和压缩三种基本变形, 钻床立柱同时发生拉伸和弯曲两种基本变形。这种变形形式称为组合变形。

1.1.3 材料力学的基本任务

为保证工程结构或机械的正常工作，构件应有足够承受规定载荷的能力。具体来说，应当满足以下要求。

(1) 强度要求。构件在外载作用下，应有足够的抵抗破坏的能力。例如，冲床曲轴不可折断，储气罐不应爆裂。强度就是指构件抵抗破坏的能力。

(2) 刚度要求。构件在外载作用下，应有足够的抵抗变形的能力。例如，若齿轮轴变形过大，将造成齿轮和轴承的不均匀磨损，引起噪声；若机床主轴变形过大，将影响加工精度。刚度就是指构件抵抗变形的能力。

(3) 稳定性要求。细长杆件受压力作用时，应有足够的保持原有平衡形态的能力。例如，千斤顶的螺杆、内燃机的挺杆等应始终维持原有的直线平衡形态，保证不被压弯。稳定性就是指构件保持原有平衡形态的能力。

一般来说，在工程问题中，构件都应有足够的强度、刚度和稳定性，但对具体构件来说又有所侧重。构件的强度、刚度和稳定性不仅与构件的形状有关，而且与所用材料的力学性能有关。

材料力学的任务就是研究材料在外力作用下的变形和破坏规律，为合理设计构件提供强度、刚度和稳定性等方面的基本理论和计算方法。

1.2 变形固体的基本假设

在外力作用下，一切固体都将发生变形，故称为变形固体，而构件一般均由固体材料制成，所以构件一般都是变形固体。由于变形固体种类繁多，工程材料中有金属、合金、工业陶瓷、聚合物等，性质是多方面的，且很复杂，因此在材料力学中省略一些次要因素，对其做下列假设。

(1) 连续性假设。这类假设认为组成固体的物质不留空隙地充满固体的体积。实际上，组成固体的粒子之间有空隙，并不连续，但这种空隙的大小与构件的尺寸相比极其微小，可忽略不计，于是就认为固体在其整个体积内是连续的。当把某些力学量看做固体的点的坐标的函数时，对这些量就可以进行坐标增量为无限小的极限分析。

(2) 均匀性假设。这类假设认为在固体内到处有相同的力学性能。就常用金属来说，组成金属的各晶粒的力学性能并不完全相同，但因构件或构件的任一部分中都包含为数极多的晶粒，且各晶粒无规则地排列，固体的力学性能是各晶粒力学性能的统计平均值，所以可以认为各部分的力学性能是均匀的，如果从固体中取出一部分，不论大小，也不论从何处取出，力学性能总是相同的。

材料力学研究构件受力后的强度、刚度和稳定性，把它抽象为均匀、连续的模型，可以得出满足工程要求的理论，但对发生于晶粒那样大小范围内的现象就不宜再用均匀、连续的假设。

(3) 各向同性假设。这类假设认为固体沿任何方向的力学性能都是相同的。就金属的单一晶粒而言，沿不同方向，力学性能并不一样，但金属构件包含数量极多的晶粒，且各晶粒无规则地排列，因而沿各个方向的力学性能就接近相同了。具有这种属性的材料称为各向同性材料，如钢、铜、玻璃、高分子材料等。

沿不同方向力学性能不同的材料称为各向异性材料，如木材、胶合板和某些人工合成材料等。

(4) 小变形假设。材料力学研究的是变形量远小于构件原始尺寸的小变形问题，研究构件的平衡与运动可忽略构件的小变形，按变形前的原始尺寸分析计算。

当外力不超过某一限度时，解除外力后变形可完全恢复，这种变形称为弹性变形。若弹性变形与外力呈线性关系，则称之为线弹性变形。当外力超过某一限度时，解除外力后变形不能完全恢复而有部分残留，这种变形称为塑性变形。材料力学研究的是构件在线弹性范围内的内力、应力和变形问题。

第2章 拉伸、压缩与剪切

2.1 轴向拉伸与压缩的受力与变形特征

工程结构与机械中有很多承受拉伸或压缩的构件，例如，在图 2-1 (a) 所示的连接结构中，螺栓为受拉状态；图 2-1 (b) 所示的简易起重设备中，在载荷 F 的作用下， AC 杆处于受拉状态， AB 杆处于受压状态。

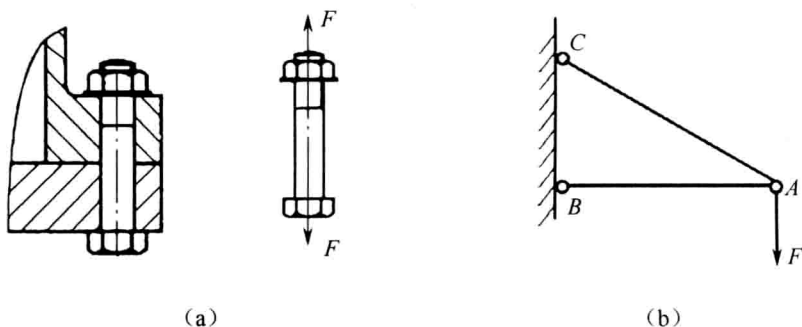


图 2-1 拉压杆件实例

上述构件都承受沿杆件轴线方向的载荷，这种载荷简称为轴向载荷。承受轴向载荷的构件将产生拉伸或压缩变形。虽然这些受拉或受压的杆件外形各异，加力方式也并不相同，但其共同的特点如下。

(1) 受力特点。构件上外力合力的作用线与杆件轴线重合。

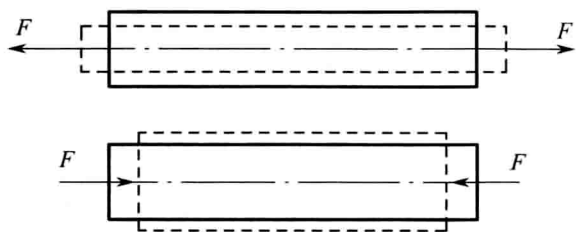


图 2-2 拉压杆件变形示意图

(2) 变形特点。杆件沿轴线方向伸长或缩短，但轴线仍为直线（如图 2-2 所示）。

受压杆件中，如撑杆、活塞杆等有可能被压弯，这种情况属于稳定性问题，将在第 12 章介绍。本章主要讨论受压杆件没有被压弯情况下的内力、应力及变形分析与计算。此外，本章还将研究杆件在受拉或受压时横截面和斜截面上的内力和应力，材料在拉伸与压缩时的力学性能，拉压杆的强度计算等问题。

2.2 轴向拉伸与压缩时横截面上的内力

2.2.1 内力与截面法

为了分析拉压杆的强度与刚度，需要先研究拉压杆的内力。所谓内力，就是指构件内部各

部分之间相互的作用力因外力而产生的附加值。内力随着外力的增大而增大，当达到某一限度时构件就会破坏，因此内力与构件的强度是密切相关的。

截面法是材料力学中分析、确定杆件内力的基本方法。如图 2-3 所示，杆件在外力系 F_i 作用下保持平衡，为了分析横截面 $m-m$ 上的内力，假想沿该截面将杆件切为两部分，任取一部分进行研究。左半部分作用的外力有 F_1 、 F_2 ，若保持该段平衡，则在切开的横截面上必存在右段对左段的作用力，即内力。根据材料的连续性假设，横截面上每一点都应有内力，所以内力必定是作用于整个截面上的分布力，如图 2-3 (b) 所示。根据作用与反作用定理，右半段的截面上一定存在与之大小相等，方向相反的分布力，如图 2-3 (b) 所示。该分布力的合力即是截面 $m-m$ 上的内力。横截面上的内力会因外力的不同而不同，具体情况在后续章节逐一讲解。

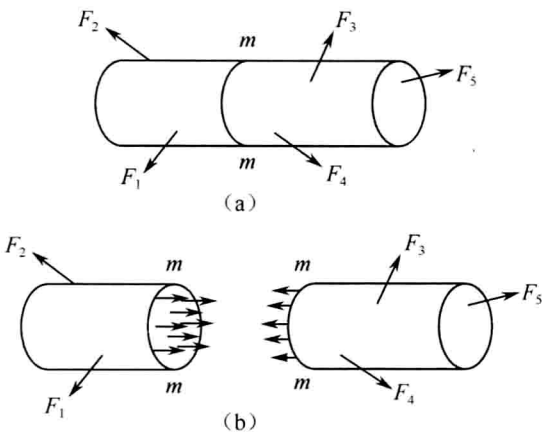


图 2-3 截面法与内力示意图

以图 2-3 为例，欲求横截面 $m-m$ 上的内力，可任取一部分研究，作用其上的外力与内力必平衡，根据平衡方程即可求得横截面上的内力。

综上所述，截面法求内力可分为以下四个步骤。

- (1) 切。以一个假想的平面在欲求内力的横截面处将杆件切开。
- (2) 取。选取切开后的左（或右）半段为研究对象。
- (3) 代。在横截面上以内力代替另一半对该段的作用。
- (4) 平。对所研究对象建立静力平衡方程，求出所切开截面上的内力。

如图 2-4 所示的等截面直杆，沿杆件轴线的作用力为 F ，求 $m-m$ 截面上的内力。以假想平面沿 $m-m$ 将杆件切开，取任一段研究，设杆件左、右两段在截面 $m-m$ 上相互作用的内力为 F_N ，列平衡方程为

$$\sum F_x = 0, \quad F_N - F = 0$$

经解，求得 $m-m$ 截面上的内力为 $F_N = F$

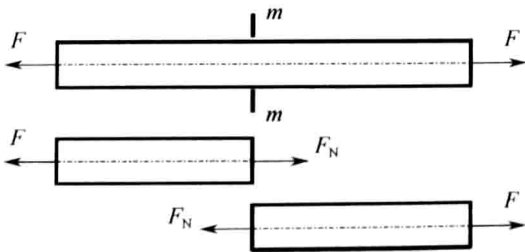


图 2-4 截面法求内力

2.2.2 轴力与轴力图

在图 2-4 中, 杆件在两个外力 F 的作用下平衡, 由于外力 F 的作用线与轴线重合, 从而横截面上内力的作用线也必然与杆件轴线重合, 故将拉压杆件上的内力称为轴力, 用 F_N 表示。

在工程中, 当沿杆件轴线方向作用的外力多于两个时, 在杆件不同部分的横截面上的轴力是不同的。要了解杆件每个截面上轴力的情况, 需逐段求出相应的轴力, 并规定当轴力方向背离截面时为正, 反之为负。

为能更清晰地表达轴力沿轴线的变化情况及各段的变形是拉伸还是压缩, 通常以平行于杆件轴线的横坐标 x 表示横截面的位置, 以纵坐标表示截面上的轴力, 这样绘制出来的图线称为轴力图。下面通过例题来说明轴力图的画法。

例 2.1 图 2-5 (a) 所示为一等直杆, 已知杆上作用有 $F_1=10\text{kN}$, $F_2=20\text{kN}$, $F_3=35\text{kN}$, $F_4=25\text{kN}$ 。试求 1-1、2-2、3-3 横截面上的轴力, 并画出直杆的轴力图。

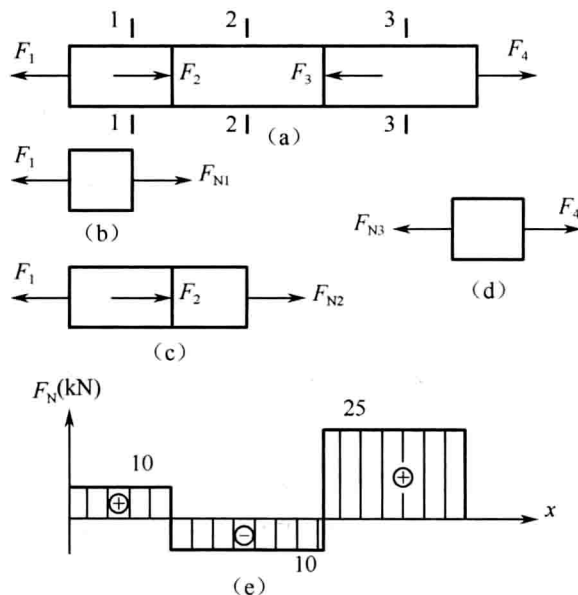


图 2-5 例 2.1 图

解: 由图 2-5 (a) 可知, 由于杆件上外力的作用被分为 AB 、 BC 、 CD 三段, 现分别计算各段的轴力。

AB 段:

假想沿 1-1 截面将杆件切开, 取左段为研究对象, 设截面上的轴力为 F_{N1} , 受力情况如图 2-5 (b) 所示, 对此段列平衡方程为

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N1} - F_1 = 0$$

解得

$$F_{N1} = F_1 = 10\text{kN}$$

F_{N1} 结果为正值, 表明实际轴力方向与假设相同, 为拉力, AB 段为拉伸变形。

BC 段:

假想沿截面 2-2 将杆件切开, 取左段为研究对象, 受力情况如图 2-4 (c) 所示, 对此段列平衡方程为

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N2} + F_2 - F_1 = 0$$

解得

$$F_{N2} = F_1 - F_2 = 10 - 20 = -10\text{kN}$$

F_{N2} 结果为负值，表明实际轴力方向与假设相反，为压力，BC 段为压缩变形。

CD 段：

假想沿截面 3-3 将杆件切开，为计算简便，取右段为研究对象，受力情况如图 2-4 (d) 所示，由平衡方程求解得

$$F_{N3} = F_4 = 25\text{kN}$$

F_{N3} 方向与假设相同，CD 段为拉伸变形。

根据以上计算结果，建立坐标系 F_N-x ，以平行轴线的 x 轴表示截面位置，以 F_N 轴表示轴力的大小和正负，拉力画在 x 轴的上方，压力画在 x 轴的下方，得轴力图如图 2-4 (e) 所示。轴力图表明了杆件内轴力的大小和方向随截面位置而改变的情况，由此可找到最大轴力所在的截面。

2.3 轴向拉伸与压缩时的应力

2.3.1 应力的概念

如前所述，用截面法求出的轴力实际上是横截面上分布力的合力或简化力，它不能反映材料承受外力的能力。实践证明，材料相同、粗细不同的杆件，其承受外力的能力是不同的。这表明杆件的强度不仅与内力有关，还与内力在横截面上分布的密集程度有关。为此引入应力的概念。

应力是指杆件截面上分布内力的集度。如图 2-3 (a) 所示的受力圆杆，在其 $m-m$ 截面切开取左段，如图 2-6 (a) 所示，在截面上围绕 C 点取微小面积 dA ， dA 上分布内力的合力为 ΔF ，则

$$p_m = \frac{\Delta F}{dA}$$

p_m 代表了 ΔA 上分布内力的平均集度，称为平均应力。当 dA 趋近于零时平均应力 p_m 的极限

$$p = \lim_{dA \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{dA}$$

则变为分布内力在点 C 的集度，通常将 p 称为 C 点的应力。它反映内力系在 C 点的强弱程度。 p 是一个矢量，一般既不与截面垂直，也不与截面平行。通常将应力 p 沿截面法线方向和切线方向分解，如图 2-6 (b) 所示，其中法向分量称为正应力，记做 σ ；切向分量称为切应力，记做 τ 。

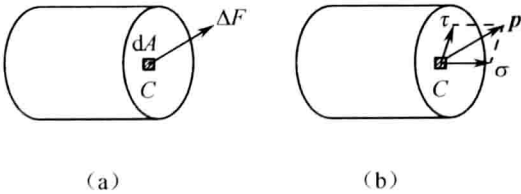


图 2-6 应力的概念

在国际单位制中，应力的单位为 Pa（帕斯卡）， $1\text{Pa}=1\text{N/m}^2$ 。由于 Pa 这个单位太小，使用不便，故常用 MPa（兆帕）来作为应力的单位， $1\text{MPa}=10^6\text{Pa}$ 。