



行星际 脉冲转移轨道设计 与优化算法

戴光明 彭雷 罗治情 著

XINGXINGJI
MAICHONG ZHUANYI GUIDAO SHEJI
YU YOUHUA SUANFA



中国地质大学出版社有限责任公司
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE YOUXIAN ZEREN GONGSI

行星际脉冲转移轨道 设计与优化算法

戴光明 彭雷 罗治情 著



中国地质大学出版社有限责任公司
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE YOUXIAN ZEREN GONGSI

图书在版编目(CIP)数据

行星际脉冲转移轨道设计与优化算法/戴光明,彭雷,罗治情著. —武汉:中国地质大学出版社有限责任公司,2012.4

ISBN 978-7-5625-2804-3

I. ①行…

II. ①戴…②彭…③罗…

III. ①行星际轨道-设计②行星际轨道-最优化算法

IV. V412.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 062091 号

行星际脉冲转移轨道设计与优化算法

戴光明 彭雷 罗治情 著

责任编辑:段连秀

策划编辑:段连秀

责任校对:张咏梅

出版发行:中国地质大学出版社有限责任公司(武汉市洪山区鲁磨路 388 号) 邮政编码:430074

电 话:(027)67883511

传 真:67883580

E-mail:cbb@cug.edu.cn

经 销:全国新华书店

<http://www.cugp.cug.edu.cn>

开本:787 毫米×980 毫米 1/16

字数:240 千字 印张:9

版次:2012 年 4 月第 1 版

印次:2012 年 4 月第 1 次印刷

印刷:武汉教文印刷厂

印数:1—1 000 册

ISBN 978-7-5625-2804-3

定价:25.00 元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换



前言

深空探测已成为世界关注的焦点,这类任务的高成本特性,也使得与探测成本密切相关的探测轨道的设计和 optimization 方法的研究成为热点。深空探测的轨道(尤其在涉及借力飞行变轨时)通常有多种转移方案,这使得优化空间呈现急速增长的现象。轨道优化算法经历了由传统的确定性算法到智能优化算法的发展过程。

轨道优化本质上就是求解一类带约束的非线性函数优化问题。早期的求解方法包括离散化的方法、配点法、打靶法、单纯形法,还有根据梯度计算的方法,如序列二次规划方法、共轭梯度法等算法。但是轨道优化的目标函数往往具有类周期特性,且大部分局部最优解附近都有若干伴生解存在,使得这些确定性算法在应用过程中遇到了病态梯度、初始点敏感、局部收敛等问题,难以满足实践的需要,而寻求一种全局优化算法变得越来越重要。

演化算法是一种新兴的优化工具,它是借鉴自然界中进化与遗传机制的一种优化算法,主要用于解决复杂的工程技术问题。具有自适应搜索、渐进式搜索及并行式搜索的特点,并且有很强的鲁棒性,是一种全局的智能搜索方法。在轨道设计领域,越来越多的问题也开始采用演化算法或其衍生方法求解,美国国家航空和宇宙航行局(National Aeronautics and Space Administration, NASA)和欧洲航天局(European Space Agency, ESA)还有专门机构设置相关课题开展此类问题研究,取得了很多创新性的研究成果。

为了总结该领域的研究成果,推动国内在该领域的研究与应用,我们编著本书,以期抛砖引玉。本书将结合我们科研团队的研究成果,从行星际轨道动力学基础、行星际脉冲转移轨道设计、行星际脉冲转移轨道优化模型、优化算法和仿真系统等方面进行较为系统全面的阐述和讨论。

本书共分九章。

第一章讨论了轨道设计的基本概念,结合轨道设计优化问题对最优化算法进行了总结。

第二章对轨道计算的背景和基础知识进行了介绍,包括常用时空系统、航天器动力学原理以及机动和变轨,为描述后续研究工作做了铺垫。

第三章分析了行星际脉冲转移轨道设计模型,详细介绍了基于二体轨道设计的圆锥曲线拼接法具体计算方法。圆锥曲线拼接法将轨道分成日心段和行星质心段进行分段计算,分段计算所涉及到的轨道衔接问题(如不同惯性坐标系之间的转换)是圆锥曲线拼接法需要解决的关键问题之一。在深空机动(Deep Space Maneuver, DSM)的介绍中,利用位置模型 DSM,来参数化非共面 Lambert 问题中的大倾角转移轨道面临的高能量消耗问题。借力飞行轨道在行星际轨道设计中是极有价值的一种轨道设计方案,利用借力星体引力的甩摆效应可以减少对能量的需求。本书引入常用于精确轨道确定中的 B 平面方法进行无机动借力飞行轨道面和航天器接近目标行星的轨道面确定。打靶法是解决多体积分的一种数学方法。当目标点接近目标星体时,为了获得较高的打靶精度,我们提出了一种逐次逼近打靶法。

第四章讨论了如何将轨道设计方案参数化为优化算法评估函数的决策向量,分析了 MPGA(Multiple Powered Gravity Assist)+位置模型 DSM 和 MGA(Multiple Gravity Assist)+速度模型 DSM 两种多借力飞行行星际脉冲轨道优化模型,并分析了这些模型的时间复杂度。如何对转移方案进行参数化,并评价方案的优劣成了轨道优化的首要问题。

第五章给出了使用差分演化(Differential Evolution, DE)算法进行的大量实验,验证了双脉冲轨道优化问题基础上加入 DSM(位置模型或速度模型)可有效降低任务的燃料消耗。

第六章和第七章分别介绍了序列二次规划(Sequential Quadratic Programming, SQP)方法和单纯形算法(Simplex Method)在行星际脉冲转移轨道优化设计中应用。SQP 方法是一种常用的求解单目标非线性带约束规划问题的方法,求解速度快,运算精度高,是求解无约束最优化问题的牛顿法和拟牛顿法对约束优化问题的推广,是一种局部的精确搜索方法。单纯形算法是求解优化问题

的直接搜索寻优方法。针对这两种经典确定性算法的局部搜索特征,将其与演化算法相结合,使其全局搜索能力得到了提高。

第八章给出了 NSGA-II 算法对双脉冲变轨问题进行的多目标优化实验结果。燃料消耗和飞行时长通常是行星际轨道优化算法需要同时考虑的目标。

第九章讨论了我们自主研发的,具有自主知识产权的行星际轨道优化仿真工具软件,主要从软件的结构、数值仿真、可视化仿真、任务管理和任务优化等方面进行了介绍。

本项研究工作得到了“十一五”、“十二五”国防科技工业民用专项科研技术研究项目等的资助,在此深表谢意!

中国国际战略学会战略研究中心陶家渠研究员为本书的研究工作提供了很多的指导和帮助。中国地质大学(武汉)空间任务分析与设计科研团队李晖、王茂才、胡霍真、武云、石再明、王子、李艳、王剑文、陈方杰、周贇、谭毅等做了大量细致的研究工作,专著中饱含有他们的智慧和成果。

由于笔者水平有限,书中不足和错误不可避免,恳请专家和各位读者批评指正。

作者
2011年8月

目 录

第一章 概论	(1)
§ 1.1 概述	(1)
§ 1.2 轨道设计基本概念	(5)
1.2.1 基本问题	(5)
1.2.2 转移轨道属性描述	(6)
§ 1.3 非线性规划的最优化算法	(11)
第二章 行星际轨道动力学基础	(13)
§ 2.1 常用时空系统	(13)
2.1.1 常用时间系统	(13)
2.1.2 常用坐标系	(16)
§ 2.2 航天器动力学原理	(17)
2.2.1 二体问题的解析解和轨道根数	(17)
2.2.2 轨道根数及其几何意义	(19)
2.2.3 开普勒方程	(20)
2.2.4 多体问题的运动方程	(22)
§ 2.3 轨道机动和变轨	(24)
2.3.1 单脉冲变轨	(24)
2.3.2 双脉冲变轨	(24)
2.3.3 借力飞行变轨	(27)
第三章 行星际脉冲转移轨道设计	(29)
§ 3.1 Lambert 问题	(29)
§ 3.2 圆锥曲线拼接法	(32)
3.2.1 引力影响球	(33)
3.2.2 逃逸段	(33)

3.2.3 俘获段	(34)
3.2.4 深空机动(DSM)	(35)
§ 3.3 借力飞行轨道设计	(36)
3.3.1 弹弓效应	(36)
3.3.2 借力飞行过程分析	(38)
3.3.3 借力飞行轨道设计	(40)
§ 3.4 B平面法	(44)
§ 3.5 逐次逼近打靶法求解多体问题下行星际转移轨道	(46)
3.5.1 打靶法	(47)
3.5.2 逐次逼近打靶法	(47)
3.5.3 实验结果	(48)
第四章 行星际轨道优化模型	(50)
§ 4.1 优化模型	(50)
4.1.1 MPGA+位置模型 DSM	(50)
4.1.2 MGA+速度模型 DSM	(51)
§ 4.2 时空复杂度分析	(53)
4.2.1 Lambert 问题时间复杂度分析	(53)
4.2.2 双脉冲轨道优化问题复杂度	(54)
4.2.3 MPGA+DSM 和 MGA+DSM 优化问题复杂度	(55)
第五章 行星际轨道优化的差分演化算法	(56)
§ 5.1 差分演化算法	(56)
5.1.1 遗传算法	(56)
5.1.2 差分演化算法	(58)
§ 5.2 实验结果	(59)
5.2.1 双脉冲+单次位置模型 DSM	(59)
5.2.2 双脉冲+单次速度模型 DSM	(60)
5.2.3 EVVEJS	(62)
第六章 行星际轨道优化设计的 SQP 算法	(67)
§ 6.1 SQP 方法	(67)
6.1.1 关于 SQP 的定理和公式	(67)
6.1.2 Jacobi 迭代法	(69)

6.1.3	二次规划(QP)及其有效集法	(70)
6.1.4	SQP 方法	(78)
§ 6.2	改进的 SQP 算法	(79)
6.2.1	全局-局部结合搜索	(80)
6.2.2	基于 SQP 算子的混合遗传算法	(81)
§ 6.3	实验结果	(82)
6.3.1	遗传算法设计	(82)
6.3.2	实验数据及结果	(83)
6.3.3	算法比较结论	(89)
第七章	行星际轨道优化设计的单纯形算法	(91)
§ 7.1	单纯形算法	(91)
7.1.1	早期单纯形算法	(91)
7.1.2	Nelder - Mead 单纯形算法	(93)
7.1.3	加权形心单纯形法	(95)
7.1.4	算法的性能分析	(95)
§ 7.2	单纯形算法的改进	(96)
7.2.1	振荡现象的实例分析	(96)
7.2.2	算法改进策略	(98)
7.2.3	实验数据分析	(99)
7.2.4	结果分析	(100)
§ 7.3	遗传算法-单纯形两级优化算法	(101)
7.3.1	算法原理	(101)
7.3.2	算法实现	(101)
7.3.3	实验分析	(102)
§ 7.4	遗传算法-单纯形混合优化算法	(104)
7.4.1	算法原理	(104)
7.4.2	算法实现	(105)
7.4.3	实验分析	(105)
第八章	双脉冲变轨问题的多目标优化算法	(110)
§ 8.1	地球到火星双脉冲转移轨道多目标优化模型	(110)
§ 8.2	NSGA - II 算法	(110)

8.2.1	快速的非劣解分类方法	(111)
8.2.2	虚拟适应度的计算	(111)
8.2.3	选择运算	(112)
8.2.4	精英保留策略	(112)
8.2.5	遗传操作	(113)
8.2.6	算法流程	(114)
§ 8.3	数值实验	(115)
8.3.1	参数设置	(115)
8.3.2	数值实验结果及分析	(115)
第九章	轨道设计与优化仿真工具	(118)
§ 9.1	总体结构	(118)
9.1.1	模块组织	(118)
9.1.2	核心类简述	(119)
§ 9.2	数值仿真	(120)
9.2.1	星历计算	(120)
9.2.2	二体任务仿真	(121)
9.2.3	多体任务数值仿真	(122)
§ 9.3	任务管理与可视化	(123)
9.3.1	任务管理器	(123)
9.3.2	任务轨迹仿真	(125)
9.3.3	星空背景仿真	(125)
§ 9.4	任务优化模块	(126)
附录 A	坐标旋转公式	(129)
附录 B	太阳系天体相关数据	(130)
参考文献		(131)

第一章 概论

§ 1.1 概 述

随着科学技术的进步与经济的发展,全球范围的航天活动正在蓬勃发展。根据航天任务的不同,人类航天活动主要分为三大重点发展领域:地球应用卫星、载人航天和深空探测。深空探测通常是为了获得翔实可靠的科学数据,利用深空探测器脱离地球引力场,进入太阳系和宇宙空间,通过接近目标的方式,对地球以外的其他天体(如行星、彗星和小行星等)开展探测活动。其五个重点领域是:月球探测、火星探测、水星与金星探测、巨大行星及其卫星探测和小行星与彗星的探测(马文臻,2006)。

通过深空探测,能帮助人类研究太阳系及宇宙的起源、演变和现状,进一步认识地球环境的形成和演变,认识空间现象和地球自然系统之间的关系,为人类提供保护地球和进入宇宙的可能。从现实和长远来看,对深空的探测和开发具有十分重要的科学和经济意义。深空探测技术作为人类进行空间资源开发与利用、空间科学与技术创新的重要途径,成为一个国家综合国力和科学技术发展水平的重要特征与标志,已引起世界各国的极大关注。

深空探测已经成为当今世界各国科学研究的热点。由于航天技术关系到一个国家的经济发展和国家战略安全,关系到一个国家未来的发展空间,对世界政治、经济、军事及科学技术均具有重大的影响。各国都在调整发展战略,加大投入,加速发展航天技术。尤其是NASA和ESA,为了在空间研究中保持自己的主动地位,不断调整自己的研究目标,展开了空间科学研究领域的竞争。

为了适应国际航天领域发展趋势,推动我国航天技术和航天事业的发展,对和平利用外层空间和人类的文明和进步做出应有的贡献,根据科学研究和提高综合国力的现实需求,我国明确提出了“发展空间科学,开展深空探测”的发展目标,包括建立新型的科学探测与技术实验卫星系列,加强空间微重力、空间材料科学、空间生命科学、空间环境和空间天文研究,以及开展以月球探测为主的深空探测的预先研究。近期月球探测正在实施当中,月球探测将成为我国空间科学和技术发展的第三个里程碑。发射人造地球卫星、载人航天和深空探测是我国航天活动的三部曲,以后将会陆续开展行星际的深空探测和研究。

深空探测任务的首要关键技术之一是航天器轨道设计。飞行轨道可以是直接转移轨

道、持续小推力转移轨道(如太阳光帆和离子推进器等)、通过绕行星进行借力飞行(Swing-by或Gravity Assist,GA)变轨的轨道,或利用引力平衡点进行转移的节能转移轨道(刘林等,2005)。但最终目的都是为了设计出飞行时间尽量短,飞行所需燃料尽量少的飞行轨道。

深空探测任务中,航天器摆脱地球引力,进入日心转移轨道,最后与目标行星相遇,这种轨道过渡顺序称为行星际过渡。行星际探测中,航天器需要经历脱离地球和接近目标行星的过程。这些过程中,受到引力主要来自行星(远大于太阳引力对其的影响),人们通常将行星引力占主导作用的这部分范围称作引力影响球(耿长福,2006)。因此深空探测任务轨道通常也分为三段:逃逸轨道、日心过渡轨道和目标行星俘获段(杨嘉墀等,2005),若涉及借力飞行变轨时,还需要增加一段,即行星绕飞段。

由于深空探测任务的目标星体距离地球很远,如果采用相对目标星的直接转移轨道,那么所要求的发射能量会很大,目前的运载火箭可能无法满足其要求。为了节省发射能量,通常先用较小的速度飞行,然后在飞行过程中借助行星的引力来加速或改变航天器飞行方向,从而最终飞向目标星,这种借助行星引力而实现变轨飞行,被称为借力飞行。这就是说,在行星际中可以利用行星的引力作用改变航天器的运动速度的大小和方向,从而可以在没有任何动力消耗的情况下对航天器加速,从而实现变轨。

“先驱者”、“旅行者”和“伽利略”探测器的轨道已经证明了借力飞行轨道在行星际任务中是极有价值的一种轨道设计方案,借力飞行技术目前已应用于行星际的轨道设计中。

国际上多天体交会借力飞行轨道设计的主要方法通常是:通过绘制发射和到达能量等高线图(Sims, *et al*, 1996)来寻找满足发射要求的发射窗口,通过在借力天体处飞入和飞出能量的匹配将不同的轨道段用圆锥曲线法拼接起来,然后根据飞行时间或发射能量等约束进行优化设计。Brouke曾对借力飞行技术做了详细的描述,Sergeevsky和Yin等人提出了绘制确定直接转移轨道的发射和到达能量的Pork Chop图的方法,后人沿用此法并不断改进(马文臻,2006)。

能量等高线法原理简单直观,并能对发射机会做出一个全局的估计,应用十分广泛。NASA甚至将部分时段向各大行星飞行的能量等高线图绘制成手册供轨道设计者使用。但是能量等高线法本质上是一种穷举的方法,需要耗费大量计算时间,并且无法精确控制计算的精度,若要提高精度就需要将时间节点划分得更密,计算量也会随之成倍增长(石再明等,2006)。因此迫切需要开发一类高效的算法,能够在大的优化空间中快速搜索到全局最优解(任远等,2007)。目前,从轨道设计模型到优化算法,从学术界到工程领域都有许多研究成果,其中大量涉及轨道交会问题的研究。近地航天器的交会与深空探测交会模型有所不同,如较近的航天器使用基于相对运动的CW方程(又称Hill方程)进行求解(向开恒等,1999;朱仁璋等,2005;吴涛等,2001),其中也有基于绝对运动方法的求解模型,朱仁璋等(2006)对航天器交会的不同模型进行了比较性研究。

对新型借力飞行模型和基于该模型的轨道优化设计工作,国内外也有相关研究,如利用行星大气进行气动借力飞行的行星任务设计,哈尔滨工业大学的乔栋等(2005b)、国外的 Povoleril 等(2004)都开展了相关研究。这些新的计算模型能设计出比一般借力飞行变轨模型更好的解,但对优化算法的设计所提出的新的挑战并不多。此外,基于持续小推力变轨的交会和利用引力平衡点附近的“高速通道”进行低能转移的交会模型(龚胜平等,2007;陈方杰,2007),以及基于这些模型的优化算法,国内外也有大量的相关研究,但这些问题本书没有展开讨论。

在多体轨道设计中,传统的求解方法是利用打靶法,将两点边值问题转化为单点初值问题进行求解。但是当目标点离目标天体较近时,打靶法就很难收敛到目标点。本书提出了一种逐次逼近打靶法,通过大量的实验表明,逐次逼近打靶法较传统打靶法有更高的收敛速度和计算精度。

在国内航天器轨道优化算法研究中,既有传统的基于牛顿迭代等确定性的局部寻优算法的研究(乔栋等,2005a),也有基于演化算法等全局优化算法的研究(张洪波等,2006),但这些研究多是针对特定优化模型下的算法应用研究。

演化算法作为一个新型的优化工具,在国内外已经有很多研究机构将演化算法成功地应用到了轨道优化设计中。

2003年,ESA为了增加航天任务的安全性与可靠性,降低任务的风险与成本,增加空间任务成果的回报,其下属机构ACT(Advance Concept Team)开展了空间任务分析与设计的全局优化算法研究,以解决航天器的轨道设计优化问题。研究报告对任务设计问题从问题约束、推力控制类型、航天器模型、飞行动力学模型和模拟精度来进行分类研究(Myatt, *et al.*, 2003)。将任务设计问题依据其复杂性由简到繁划分为:轨道优化设计问题、弱稳定边界问题和优化姿态控制问题;指出了应用全局优化的必要性和如何选择合适的全局优化算法;开发了与任务设计问题相关的全局优化新颖的可视化工具。研究报告认为,差分演化算法是解决任务设计问题最有效的方法。

2006年,ACT的Izzo等(2006)研究了多借力飞行轨道优化问题的空间修剪技术,得到一个具有多项式时间复杂度的优化算法,后被ESA称为“有里程碑意义”的研究成果。

2007年9月,Kalyanmoy(2007)、戴光明等(2009)将多目标优化思想引入深空探测任务航天器轨道优化问题中,采用多目标优化算法NSGA-II对轨道转移时长与转移所消耗能量进行优化。同期,ACT的Tamás Vinkó等(2007)给出了特定轨道计算模型在给定约束条件下一些优化问题的Benchmark,为研究行星际轨道优化算法提供了重要的参考标准。

计算机仿真是通过建立数学模型以程序的方式来模拟真实的事物,可以对研究目标进行快速准确的分析,同时具有节约投资和直观生动的优点,计算机仿真已经广泛应用于各个领域。计算机仿真技术在航天任务轨道设计和优化的研究工作中也得到广泛的应用,为航天事业的发展和技术应用发挥着不可替代的作用。

国外许多航天机构都拥有专门用来求解轨道优化问题的软件包。比较著名的有 NASA 所采用的 POST(Program to Optimize Simulated Trajectories)、美国航天公司研制的一套 GTS(Generalized Trajectory Simulation program)、德国的 BNDSCO(Numerical Solution of Optimal Control Problem)和 DIRCOL(Direct Collocation)、欧空局近年来研制成功的两套大型轨道优化包 ASTOS(Aerospace Trajectory Optimization Software)和 ALTOS。这些软件包优化问题的求解基本上都采用直接法。

加州理工学院的喷气推进实验室提供了用于多天体交会轨道设计的工具 STOUR(Satellite Tour Design Program),它是基于圆锥曲线拼接的原理。STOUR 一般给出初始的设计参数,可用来进行更精确的引力场模型的优化,其缺点就是不能确保找到所有满足发射要求的轨道。为此,Longuski 等人提出了一种自动设计多天体交会借力飞行轨道的方法,即给出初始发射的时间段和目标星体,通过自动寻找 C3(即飞出和飞入借力天体的能量)的匹配,找出所有满足条件的发射机会。这种方法不仅有效地提高了效率,同时给出了更多的轨道设计方案,使 STOUR 升级为 STOURA,即发射机会的自动化搜索软件,它可以完成轨道的初始方案设计。

STOURA 的不足之处是不能确定轨道设计中深空机动的位置,这决定了该软件只能设计出多天体交会的纯借力飞行轨道方案。随后,Longuski 等人又提出了一种自动设计带有深空机动的借力飞行轨道的方法,通过这种方法设计的深空机动点将使得在两个引力体之间飞行段的能量最小,由此他们设计出了用于任务总能量优化分析的 MIDAS 软件。

尽管圆锥曲线拼接法对于深空轨道初始设计与任务验证来说可以提供足够的精度,但是在实际工程中,精确模型下的轨道优化问题是不可缺少的。Sauer 提出了一种基于主矢量原理的纯借力飞行轨道的优化方法,考虑了第二体引力,比圆锥曲线拼接法得到的轨道精确,但是递推比较复杂。针对带有深空机动的多天体交会借力飞行轨道,Amario 和 Byrnes 等人提出了带有飞越高度和飞越方向约束的轨道优化方法,即通过变化借力天体之间深空机动点的位置来寻找总的深空机动的最小值,通过求解 N 体交会问题可以得到连接深空机动点之间的轨道段,运用多次圆锥曲线法和牛顿算法得到优化结果。该方法成功应用于伽利略探测器的轨道优化。

STK(Satellite Tool Kit)作为航天任务仿真软件的代表,具备可视化程度高、软件模块功能完善、模型精确可靠、使用方便等特点,在国内外得到了广泛和成功的应用。STK 是 AGI 公司开发的一个综合性的软件包,除直接操作该软件进行航天任务仿真分析外,STK 还提供了软件二次开发接口,为用户进行系统集成提供了支持。基于 STK 提供的丰富功能进行航天任务可视化仿真,可以利用 STK 经过验证的大量仿真模型快速、有效地构建仿真系统;丰富的三维和二维仿真显示功能则为用户提供了直观、易于理解的表现形式,从而可以更容易地发现航天任务中存在的问题(张占月等,2006)。由于界面友好等特性,STK 在教学中也得到广泛应用。当然 STK 也有其自身的缺陷,STK 主要关注仿真,而在航天任务

轨道优化方面能力不足。

我国对开发航空和航天任务轨道仿真软件进行了大量的研究。如清华大学的小卫星姿态控制系统仿真平台(徐晓云等,2003)注重于三维实时现实技术;西安导航技术研究所的飞行航迹产生软件(马云,2003)可以仿真飞机的多种飞行运动轨迹;国防科技大学的交会对接仿真系统(王华,2002)则注重于航天器的交会和对接的数值仿真;解放军信息工程大学2006年开展的导航载体轨迹仿真系统的研究与开发(郑亚弟,2006)和航天任务实时三维可视化仿真(蓝朝楨,2007)等。这些仿真系统主要专注于地球卫星任务的仿真,不具备深空探测的仿真和航天任务轨道的优化功能。

§ 1.2 轨道设计基本概念

航天任务设计问题可以从问题约束、控制类型、航天器模型、太阳系模型和模拟精度来分类研究。任务设计问题依据问题复杂性由简到繁可以划分为:轨道设计问题、弱稳定边界问题和优化姿态控制(Myatt, *et al*, 2003)。而本节主要讨论的就是轨道设计的基本问题。

1.2.1 基本问题

(1)点到点转移:这是一类最基本的问题,它解决的是从某一个惯性坐标系中的一个固定点到另一点的转移,这种转移通常假定转移轨道是开普勒轨道,实际上也可以不是开普勒轨道。

(2)Lambert(兰伯特)问题:如果在点到点转移问题中增加转移时间的限制条件,即从一点到另一点的时间要求在时间 t 内完成,并且转移的轨道是开普勒轨道,则这样的问题就是 Lambert 问题。这种转移通常至少需要一个单脉冲推力,一般通过数值计算的方法可获得 Lambert 问题的解,即推力的方向、大小以及转移轨道。依据天体动力学模型,Lambert 问题的解是在一个连续的二维或三维的空间中,我们将在 3.1 节中具体地讨论该问题。

(3)最小 Δv Lambert 问题:它同一般的 Lambert 问题不同,最小 Δv Lambert 问题不仅限制了转移的时间,同时要求脉冲推力最优,即 Δv 最小。

(4)轨道到轨道转移:一般是指从一个开普勒轨道转移到另外一个开普勒轨道。

(5)霍曼(Hohmann)变轨:要求双脉冲推力作用,霍曼变轨是共面圆轨道之间的最佳变轨方式,脉冲推力 Δv 也可以直接求得。霍曼变轨也可以扩展到任意椭圆形变轨,问题的解可在一维空间中搜索得到。关于霍曼变轨的详细分析将在 2.3.2 节中给出。

(6)连续推力变轨:在变轨过程中通过连续的推力作用而达到变轨的目的,因为有外力的作用,转移的轨道不是开普勒轨道。另外,最小时间连续推力变轨与连续推力变轨类似,但它是另一类变轨问题。

(7)体到体变轨:一般为行星际的轨道转移,体到体变轨是标准轨道设计问题中最复杂

的一类,最常见的就是地球-火星的转移轨道设计。由于行星的周期性运动,使得这类问题存在着多个局部极小值(全局最小值是孤立的,在 2.3.2 节我们将具体讨论)。本书将对此问题进行分析。

(8)借力飞行变轨,即引力辅助:经常被用来减少 Δv 的需求量和任务持续的时间。通过选择一些被公认的借力行星序列,使用多借力飞行来设计行星际飞行轨道。借力飞行轨道设计问题本身存在着很多局部极小值(全局最小值是伴生的),而借力行星序列的选择引入了一些离散维变量到这类优化问题中。因此不能依靠传统的优化算法,如需要计算梯度的方法来达到全局优化的目的。另外,搜索空间的维数也因为会受到可能的借力次数和航天器的控制模型这两个因素的影响,而且事实上,绕行星借力变轨的次数也是一个优化的参数,因此该问题的搜索空间是变维的(杨嘉墀等,2005)。借力飞行轨道的设计将在 3.3 节中具体地讨论。

1.2.2 转移轨道属性描述

一般来讲,因为对问题复杂性的理论分析是极其困难的,Törn 推荐对问题根据经验的研究来决定它们的难度(Myatt, *et al*, 2003)。对于问题复杂性,有 4 个属性是非常重要的:全局最优吸引盆的大小、可提供的函数评估的次数、全局最小值的伴生或孤立和局部最小值的数量。

1. 全局最优吸引盆的大小

通过在定义域中取样,并使用一个带有无穷小的步长的严格递减的局部最小值找出对应的最小值,可以得到全局最优的吸引盆的大小。这将给出吸引盆填充定义域的近似比例值。尽管这样找出的最小值在实际中是不可能的,但是所有的局部优化算法将给出一些目标函数的近似值,如 SQP 局部优化方法。

全局最小值的吸引盆的相对大小与定义域的大小成反比。因此一个最小的搜索定义域一般要使吸引盆的比例最大,同时使函数的凸性最大。

2. 可提供的函数评估的次数

使用一个随机搜索的方法或者穷举法,任何全局最优能够在无限的时间里得到,但是这肯定不是解决一般优化问题的最好方法。因此,要确定函数评估的次数 N_f ,否则认为优化问题是难以处理的。很明显,这在主观上依赖于意识到的可接受的时间和可提供的计算资源,除在严格的约束条件下, N_f 值很难确定。

然而,如果与优化算法相关的消耗相比于评估目标函数的消耗是可以忽略的,那么可以有效地比较不同的优化算法所需要的函数评估的次数。

3. 伴生的或孤立的全局最小值

Törn 定义全局最小值的伴生是指在搜索空间中局部最小值出现在全局最小值附近,找出一个这样的局部最小值中的一个可以帮助找出全局最优解,这是可行的。因为任何随机

的全局最优搜索算法具有通过许多局部最小值朝着全局最小值改进的可能性。附近有其他的局部最小值的全局最小值认为是伴生的, 否则是孤立的。

在两个不同的问题中全局最小值的伴生性可以用如下方式比较: 首先, 把搜索空间标准化为单位超立方体; 然后, 按照距离全局最优解的欧几里德距离, 作局部最小值密度的柱状图。局部最小值的欧几里德距离以因子 $n^{1/2}$ 进一步标准化, $n^{1/2}$ 是将搜索空间规格化后得到的超立方体的对角线。

4. 局部最小值的数量

尽管全局最小值被局部最优解包围是很有好处的, 然而它们减小了全局最小值的吸引盆。因此如果一个问题的局部最小值越多, 它就越难被全局优化。另外, 最小值很有可能与函数的谷值相遇, 这表示有无穷多个局部最小值。

地球-火星转移轨道是体到体变轨问题中最常见和最基本的轨道设计问题。下面将使用以上讨论的 4 个属性来分析该问题的复杂性。

地球-火星转移轨道是一种双脉冲变轨方式(见 2.3.2 节), 即离开地球时的一次脉冲加力和到达火星时的一次脉冲制动。该问题中的决策变量为发射时间 t_0 和转移时间 t , 对于推力最优而言, 设航天器的位置为 \vec{R} , 则目标函数 f 等于:

$$f = |\vec{R}_i| + |\vec{R}_f| \quad (1-1)$$

式中: \vec{R}_i 为逃离地球时相对于地球的逃逸速度;

\vec{R}_f 为进入火星影响球时相对于火星的速度。

\vec{R}_i 和 \vec{R}_f 可以通过给定的发射时间 t_0 和飞行时间 t , 求解 Lambert 问题得到。

分析地球-火星转移轨道问题时, 需要考虑到行星的会合周期。因此决策变量的选取需要包含有几个会合周期, 发射时间 t_0 和飞行时间 t 的范围选取在: $t_0 \in [800, 3800] \text{MJD}2000$ (以 2000 年 1 月 1 日凌晨零点为起始时刻), $t \in [100, 400] \text{Days}$ 。

图 1-1 显示了在二维空间下的目标函数的分布, 可以看到有多个局部极小值, 并且该函数是一个类似周期性的函数, 其周期取决于会合周期。如果轨道是圆形的, 并且是共面, 所有的局部极小值将是一样的全局最小值。因为在每一个会合周期, 相对于行星的同一位置会重复出现。然而, 对于非共面和非圆的轨道, 存在一个唯一的全局最优值。

为了测试全局最优的吸引盆, 将搜索空间每一维划分成 50 块, 在每一个格网内, 执行 SQP 搜索, 找到对应网格的局部最小值, 使用这种方法, 找到 11 个不同的最小值。图 1-2 中的五角星显示其结果, 并且以不同的颜色绘制出了每个最小值的吸引盆大小。

表 1-1 显示了所有对应于 SQP 算法的最小点的决策变量和目标函数的值, 9 到 11 不是真正的最小点, 仅仅是边界限制在决策变量上的结果, 如果这些边界不是严格的, 那么这些最小点不会出现。