

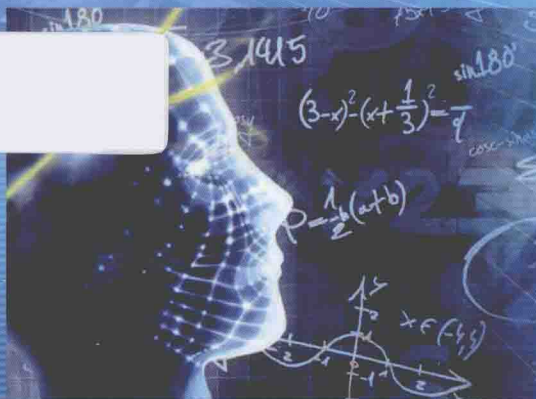
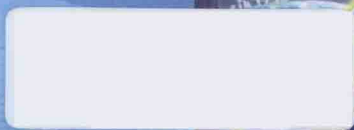


中等职业教育改革发展示范学校建设项目成果教材

机电应用数学

JIDIAN YINGYONG SHUXUE

■ 陈威 张薇 主编



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

中等职业教育改革发展示范学校建设项目成果教材

机电应用数学

主 编	陈 威	张 薇		
参 编	孙 颖	宫立霞	刘银平	杨春娇
	张震霞	许志华	李树新	高 岩
主 审	杨 克			



机械工业出版社

本书是依据《中等职业学校数学教学大纲》的要求,从机电类专业学生的具体实际出发编写而成的,内容包括数的认识、三角函数、空间几何体、解析几何四个单元。在内容的选取上注重知识的实用性,让学生感受到数学知识无处不在,与日常的生活息息相关;同时注重与专业知识的密切衔接,让学生感受到数学知识对专业课学习的重要性。尽管教材内容与传统教材相比有增有减,但不失数学知识体系的连续性和完整性。考虑到中职生数学基础薄弱的特点,本书内容介绍由浅入深,以便学生掌握。

本书可作为中等职业学校机电类专业学生的数学教材,也可作为其他工科专业教学用书。

图书在版编目(CIP)数据

机电应用数学/陈威,张薇主编. —北京:机械工业出版社,2013.11

中等职业教育改革发展示范学校建设项目成果教材
ISBN 978-7-111-45466-3

I. ①机… II. ①陈…②张… III. ①机电工程—应用
数学—中等专业学校—教材 IV. ①TH-05②O29

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第010943号

机械工业出版社(北京市百万庄大街22号 邮政编码100037)

策划编辑:宋华 责任编辑:宋华 陈崇昱

责任校对:张薇 封面设计:路恩中 责任印制:乔宇

北京铭成印刷有限公司印刷

2014年4月第1版第1次印刷

184mm×260mm·9.25印张·222千字

0001—2000册

标准书号:ISBN 978-7-111-45466-3

定价:25.00元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心:(010)88361066 教材网:<http://www.cmpedu.com>

销售一部:(010)68326294 机工官网:<http://www.cmpbook.com>

销售二部:(010)88379649 机工官博:<http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线:(010)88379203 封面无防伪标均为盗版

前 言

为进一步贯彻落实教育部关于中等职业教育教学改革的要求,体现中等职业学校数学教学应为专业课服务的教学理念,结合学生数学学习现状以及机电类专业学生的数学学习需求,经过广泛调研,多次讨论,悉心听取专业课教师的建议,最终我们编写了此书.

本教材有如下编写特点:

1. 从中职生数学学习特点出发,注重知识的基础性和连续性.

由于中职生数学基础薄弱,大部分学生对过去知识的学习并未达标,直接导致他们很难接受中职教材中的知识.我们将知识点从最初的认识开始,逐步提升,循序渐进,利于学生对相关知识的掌握.

教材内容与机电相关专业知识紧密结合,以典型案例为切入点,将专业课中的实例引入到数学教材中,围绕实例展开教学,针对性强.同时,为学生学习专业课知识以及日后走向工作岗位打下良好的知识基础,具有实效性.

2. 发挥中职生的能力优势,偏重学生动手操作能力及计算器使用能力的培养.

中职生动手能力相对较强,教材中大量引入计算、作图、操作等题目,使学生能够在动脑思考、动手操作中学到知识、得到锻炼.

本书由陈威、张薇任主编,杨克任主审.参加编写的还有孙颖、官立霞、刘银平、杨春娇、张震霞、许志华、李树新、高岩.具体编写分工为:孙颖、官立霞编写第一单元;刘银平、杨春娇编写第二单元;陈威、张薇编写第三单元;张震霞、许志华编写第四单元;李树新、高岩编写相关实例并提供专业指导.

希望学生通过此教材能够了解到数学课与专业课的密切联系,改变他们学习数学无用的思想,从而增加他们的学习动力和兴趣.由于编写时间短,编者水平有限,书中难免出现一些不足之处,敬请广大读者批评指正,以便我们能够及时加以改进.

编 者

目 录

前言

第一单元 数的认识	1
1.1 数的认识	2
1.2 实数运算	4
1.3 二进制	12
1.4 复数	16
1.5 一元一次方程及二元一次方程组	23
1.6 三元一次方程组	26
1.7 一元二次方程	29
复习题一	33
第二单元 三角函数	35
2.1 函数概念	36
2.2 锐角三角函数	42
2.3 角的概念的推广	47
2.4 任意角的三角函数	51
2.5 弧度制	54
2.6 正弦函数的图像和性质	57
2.7 正弦型函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$	62
2.8 利用计算器求三角函数值	66
复习题二	67
第三单元 空间几何体	70
3.1 尺规作图	71
3.2 空间几何体的结构特征	83
3.3 投影与直观图	92
3.4 三视图	97
3.5 空间几何体的表面积和体积	104
复习题三	109
第四单元 解析几何	111
4.1 空间直角坐标系	112
4.2 两点间距离公式及中点坐标公式	115
4.3 直线方程	117
4.4 圆的方程	121
4.5 椭圆的定义及其标准方程	128



4.6 双曲线的定义及其标准方程	132
4.7 抛物线的定义及其标准方程	135
复习题四	137

第一单元 数的认识

对于数、数的运算以及方程，在初中阶段我们就已经有了一定的认识。从自然数、整数、有理数直至扩展到实数，从一元一次方程上升到多元二次方程组，而在职高阶段，尤其是数控、机制、机电等二产专业，数的运算、解方程组都将会被更广泛的应用。在本单元，我们将在初中所学知识的基础上，针对专业课的要求作大量讲解与练习，同时还根据需要增加了二进制、复数及复数的运算等相关知识。



1.1 数的认识

回顾与思考

初中学过的数，它们的关系可以归纳如下：



议一议 有理数和无理数有什么区别？

数的集合简称数集，全体非负整数的集合，通常简称非负整数集（或自然数集），记作 $\mathbf{N}$ ，非负整数集内排除 0 的集合，也称正整数，记作 $\mathbf{N}_+$ ；全体有理数的集合，简称有理数集，用 $\mathbf{Q}$ 表示；全体实数的集合，简称实数集，用 $\mathbf{R}$ 表示。为了方便，还用 $\mathbf{Q}_+$ 表示正有理数集， $\mathbf{Q}_-$ 表示负有理数集； $\mathbf{R}_+$ 表示正实数集， $\mathbf{R}_-$ 表示负实数集。

我们通常用大写拉丁字母 $A, B, C, \dots$ 表示集合，用小写拉丁字母 $a, b, c, \dots$ 表示集合中的元素。

如果 a 是集合 A 的元素就说 a 属于集合 A ，记作 $a \in A$ ，如果 a 不是集合 A 中的元素，就说 a 不属于集合 A ，记作 $a \notin A$ 。

例 1 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空。

- (1) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$; (2) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}_+$; (3) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$; (4) $\sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$;
 (5) $5 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$; (6) $\frac{1}{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (7) $\sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (8) $-\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$.

解：(1) $\in$; (2) $\notin$; (3) $\in$; (4) $\notin$; (5) $\in$; (6) $\in$; (7) $\notin$; (8) $\in$ 。

例 2 在数轴上表示下列各数，并求出它们的相反数和绝对值。

$$-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, 0, 3, 4.5$$

解：以上各数在数轴上的表示如图 1-1 所示。

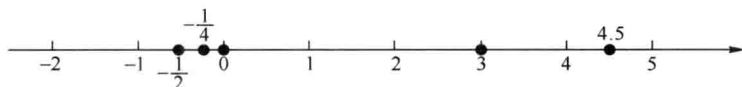


图 1-1

相反数分别为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 0, -3, -4.5;



绝对值分别为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, 0, 3, 4.5.

练 习

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

(1) $-1 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$; (2) $3.14 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (3) $\frac{1}{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$;

(4) $\sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$; (5) $-\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$; (6) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$.

2. 下表记录了某日我国几个城市的平均气温:

北京	西安	哈尔滨	上海	广州
-7.6°C	-1.2°C	-20.8°C	0.5°C	12.7°C

(1) 将各城市的平均气温从高到低进行排列;

(2) 在地图上找到这几个城市的位置, 并将它们从北到南进行排列.

习 题 一

1. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

(1) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$; (2) $1.2 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$; (3) $\sqrt{5} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$;

(4) $-\frac{1}{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (5) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$; (6) $0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$.

2. 判断下列各题所表示的关系是否正确.

(1) $1 \in \mathbf{Z}$; (2) $-\frac{3}{2} \in \mathbf{Q}$; (3) $-\frac{3}{2} \in \mathbf{Q}$;

(4) $\sqrt{2} \in \mathbf{R}$; (5) $-3 \in \mathbf{Z}$; (6) $0 \in \mathbf{R}_+$.



1.2 实数运算

1. 加减乘除

引例

(1) “一只闹钟，一昼夜误差不超过 20s”这句话是什么含义？

(2) 某日傍晚，黄山风景区的气温由中午时的零上 2°C 下降了 7°C ，则这天傍晚黄山风景区的气温是多少？

回顾与思考

有理数加法法则：

同号两数相加，取相同的符号，并把绝对值相加.

异号两数相加，绝对值相等时和为 0；绝对值不等时，取绝对值较大的数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值.

一个数同 0 相加，仍得这个数.

有理数减法法则：

减去一个数，等于加上这个数的相反数.

有理数乘法法则：

两数相乘，同号得正，异号得负，绝对值相乘；任何数与 0 相乘，乘积仍为 0.

那么，在专业课学习中会遇到什么样的加减乘除运算呢？

例 1 有一批零件，标准质量为每件 10g，现抽取 10 件样品进行检测，结果如下表.

零件号	1	2	3	4	5
质量/g	10.010	10.008	9.999	9.989	10.021
零件号	6	7	8	9	10
质量/g	9.899	9.909	10.003	9.889	10.005

这 10 个零件的总质量是多少？

解法一：这 10 个零件的总质量为

$$10.010 + 10.008 + 9.999 + 9.989 + 10.021 + 9.899 + 9.909 + 10.003 + 9.889 + 10.005 \\ = 99.732(\text{g})$$

解法二：把超过标准质量的克数用正数表示，不足的用负数表示，列出 10 个零件与标准质量的差值表：

零件号	1	2	3	4	5
与标准质量的差值/g	0.010	0.008	-0.001	-0.011	0.021
零件号	6	7	8	9	10
与标准质量的差值/g	-0.101	-0.091	0.003	-0.111	0.005



这 10 个零件与标准质量差值的和为

$$0.010 + 0.008 + (-0.001) + (-0.011) + 0.021 + (-0.101) + (-0.091) + 0.003 + (-0.111) + 0.005 = -0.268(\text{g}).$$

因此, 这 10 个零件的总质量为

$$10 \times 10 - (-0.268) = 99.732(\text{g}).$$

例 2 在并联电路(见图 1-2)

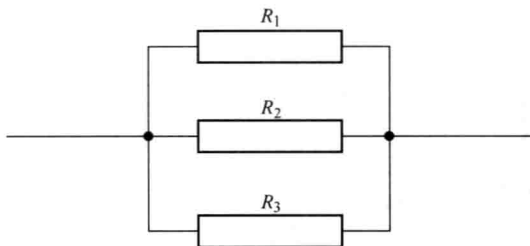


图 1-2

中求总电阻 R , 已知 $R_1 = 220\Omega$, $R_2 = 310\Omega$, $R_3 = 250\Omega$ (精确到 0.01).

解: 因为在并联电路中有 $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ 即,

$$\begin{aligned}\frac{1}{R} &= \frac{1}{220} + \frac{1}{310} + \frac{1}{250} \\ &= \frac{31 \times 25 + 22 \times 25 + 22 \times 31}{220 \times 31 \times 25} \\ &= \frac{2007}{170500} \\ R &\approx 0.01\Omega\end{aligned}$$

例 3 (1) $(-4) \times 5 \times (-0.25)$;

$$(2) \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \times (-2).$$

解: (1) $(-4) \times 5 \times (-0.25)$

$$(2) \left(-\frac{3}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \times (-2)$$

$$= [- (4 \times 5)] \times (-0.25)$$

$$= \left[+ \left(\frac{3}{5} \times \frac{5}{6} \right) \right] \times (-2)$$

$$= (-20) \times (-0.25)$$

$$= \frac{1}{2} \times (-2)$$

$$= 5;$$

$$= -1.$$

练一练

1. $0.20 + 0.81 - 0.35 + 0.03 + 0.28 - 0.36$

2. $\frac{3}{5} - \frac{3}{2} + \left(-\frac{11}{4}\right) + \frac{13}{4}$

3. $(-8) \times \frac{21}{4}$

4. $\frac{4}{5} \times \left(-\frac{25}{6}\right) \times \left(-\frac{7}{10}\right)$



练习

1. $7 + (-2) - 3.4$

2. $-21.6 + 3 - 7.4 + \left(-\frac{2}{5}\right)$

3. $31 + \left(-\frac{5}{4}\right) + 0.25$

4. $7 - \left(-\frac{1}{2}\right) + 1.5$

5. $49 - (-20.6) - \frac{3}{5}$

6. $\left(-\frac{6}{5}\right) - 7 - (-3.2) + (-1)$

7. $\frac{2}{3} \times \left(-\frac{5}{4}\right)$

8. $\left(-\frac{24}{13}\right) \times \left(-\frac{16}{7}\right) \times 0 \times \frac{4}{3}$

9. $\frac{5}{4} \times (-1.2) \times \left(-\frac{1}{9}\right)$

10. $\left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(-\frac{8}{15}\right)$

11. $33.1 - (-22.9) + (-10.5)$

12. $-\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{2}$

13. 在专业课“机械基础”中,某配合中孔的尺寸为 $\phi 30_{+0.033}^{+0.033}$ mm, 轴的尺寸为 $\phi 30_{-0.041}^{-0.020}$ mm, 试分别计算其极限尺寸、公差、极限间隙, 并画出其尺寸公差带图, 说明配合类别.

解: 由题意可知,

相配合孔、轴的公称尺寸

$$D = d = 30 \text{ mm}$$

孔的上、下极限偏差

$$ES = 0.033 \text{ mm} = 33 \mu\text{m}$$

$$EI = 0 \mu\text{m}$$

轴的上、下极限偏差

$$es = -0.020 \text{ mm} = -20 \mu\text{m}$$

$$ei = -0.041 \text{ mm} = -41 \mu\text{m}$$

孔的极限尺寸

$$D_{\max} = D + ES = (30 + 0.033) \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$D_{\min} = D + EI = (30 + 0) \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$

孔的公差

$$T_D = |D_{\max} - D_{\min}| = |30.033 - 30| \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$

或

$$T_D = |ES - EI| = |0.033 - 0| \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$



轴的极限尺寸

$$d_{\max} = d + es = [30 + (-0.020)] \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$d_{\min} = d + ei = [30 + (-0.041)] \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$

轴的公差

$$T_d = |d_{\max} - d_{\min}| = |29.980 - 29.959| \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$

或

$$T_d = |es - ei| = |(-0.020) - (-0.041)| \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$

极限间隙

$$X_{\max} = D_{\max} - d_{\min} = (30.033 - 29.959) \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}}$$

或

$$X_{\max} = ES - ei = [33 - (-41)] \mu\text{m} = \underline{\hspace{2cm}}$$

2. 幂的运算

在初中我们学习了正整数指数，我们知道

$$a^2 = a \cdot a$$

$$a^3 = a \cdot a \cdot a$$

$$a^n = a \cdot a \cdot \cdots \cdot a \quad (n \text{ 个 } a \text{ 相乘})$$

我们把 a^n 叫做 a 的 n 次幂， a 叫做幂的底数， n 叫做幂的指数。

正整数指数幂的运算法则有：

$$(1) a^m \cdot a^n = a^{m+n};$$

$$(2) (a^m)^n = a^{m \cdot n};$$

$$(3) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$(4) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} (a \neq 0, m, n \in \mathbf{N}_+, m > n).$$

练一练

计算： 5^3 ， $(-3)^4$ ， $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ ， $10^2 \cdot 10^3$ ， 10^4 ， $(-0.1)^2$ ， $(-0.1)^3$ ， $(-0.1)^4$ ， $(-6x^2)^2$ ， $(3x)^2$ ， $(-2x)^3$ 。

如果取消这种限制，则可以将正整数指数幂推广到整数指数幂，例如，当 $a \neq 0$ 时，

$$\frac{a^3}{a^3} = a^{3-3} = a, \quad \frac{a^3}{a^5} = a^{3-5} = a^{-2}.$$

这些结果不能用正整数指数幂的定义来解释，但我们知道，

$$\frac{a^3}{a^3} = 1, \quad \frac{a^3}{a^5} = \frac{1}{a^2}.$$

这就启示我们，如果规定：

$$a^0 = 1, \quad a^{-2} = \frac{1}{a^2}.$$

则上述运算就合理了，于是我们定义

$$a^0 = 1 \quad (a \neq 0)$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \in \mathbf{N}_+)$$



由此看出,一个非零实数的负整数指数幂的实质是这个实数相应的正整数指数幂的倒数.

在上述定义下,我们把正整数指数幂推广到整数指数幂,例如,

$$2^0 = 1,$$

$$(\sqrt{3})^0 = 1,$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8},$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0.0001,$$

$$(3a)^{-2} = \frac{1}{(3a)^2} = \frac{1}{9a^2} (a \neq 0).$$

例4 光的速度约为 $3 \times 10^5 \text{ km/s}$, 太阳光照射到地球上大约需要 $5 \times 10^2 \text{ s}$, 地球距离太阳大约有多远?

$$\text{解: } 3 \times 10^5 \times 5 \times 10^2$$

$$= 15 \times 10^7$$

$$= 1.5 \times 10^8 (\text{km})$$

地球距离太阳大约有 $1.5 \times 10^8 (\text{km})$.

例5 计算: 8^0 , $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}$, 0.01^{-3} , $(3a^2)^{-3}$ ($a \neq 0$).

$$\text{解: } 8^0 = 1,$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9},$$

$$0.01^{-3} = \left(\frac{1}{100}\right)^{-3} = 100^3 = 10^6 = 1000000,$$

$$(3a^2)^{-3} = \frac{1}{(3a^2)^3} = \frac{1}{27a^6}.$$

练 习

1. 计算: 0.5^0 , $\left(-\frac{5}{3}\right)^0$, $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$, $(0.01)^{-2}$.

2. 计算: $(-3a^2)^{-2}$, $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^{-3}$ ($a > 0$).

3. 计算: $1.4 \times 2 \times 0.9 \times 10^{-4}$.

4. 计算: $\frac{5 \times 10^{-4}}{10 \times 10^{-6}}$.

5. 在专业课“机械基础”中,一只小型电源变压器重绕线圈,已知电源频率为 50 Hz , 一次电压为 220 V , 二次电压为 15 V , 测量铁心叠片厚为 2 cm , 铁心宽度为 1.4 cm , 经弯折硅钢片试验确定是冷轧硅钢片. 求: (1) 一次绕组匝数 N_1 ; (2) 二次绕组匝数 N_2 .

已知: $U_1 = 220 \text{ V}$, $U_2 = 15 \text{ V}$, $B = 1.2 \sim 1.4 \text{ T}$ (取 1.2 T), $f = 50 \text{ Hz}$.

计算



$$S = 1.4 \times 2 \times 0.9 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}}$$

得

$$N = 1/4.44 \text{ fBS} = 1/4.44 \times 50 \times 1.2 \times 2.52 \times 10^{-4} \text{ 匝/V} = \underline{\hspace{2cm}}$$

一次绕组匝数

$$N_1 = 220 \times 14.9 \text{ 匝} = \underline{\hspace{2cm}}$$

二次绕组匝数

$$N_2 = 15 \times 14.9 \times 1.05 \text{ 匝} = \underline{\hspace{2cm}}$$

3. n 次根式

知识回顾

如果一个数的平方等于 a ，那么这个数叫做 a 的平方根。一个正数有两个平方根；0 只有一个平方根，它是 0 本身；负数没有平方根。

例 6 用电器的电阻为 R ，功率 P 与它两端的电压 U 之间有关系： $P = \frac{U^2}{R}$ ，有两个外观完全相同的用电器，甲的电阻为 15Ω ，乙的电阻为 30Ω ，现测得某用电器的功率为 1500W ，两端电压在 200V 至 250V 之间，该用电器到底是甲还是乙？

解：根据已知条件 $P = 1500\text{W}$ ， $R_{\text{甲}} = 15\Omega$ ， $R_{\text{乙}} = 30\Omega$ ，代入公式 $P = \frac{U^2}{R}$

得

$$1500 = \frac{U_{\text{甲}}^2}{15}$$

$$U_{\text{甲}}^2 = 1500 \times 15 = 22500$$

$$U_{\text{甲}} = 150\text{V}$$

$$1500 = \frac{U_{\text{乙}}^2}{30}$$

$$U_{\text{乙}}^2 = 1500 \times 30 = 45000$$

$$U_{\text{乙}} = 150\sqrt{2}\text{V} \approx 212.1\text{V}$$

所以该用电器应该是乙。

练一练

1. 求出下列各数的平方根：(1) 64；(2) $\frac{49}{121}$ ；(3) 0.0004；(4) $(-25)^2$ ；(5) 11.

例 7 化简：(1) $\sqrt{12} \times \sqrt{3} - 5$ ；

$$(2) \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}};$$

$$(3) (\sqrt{5} + 1)^2;$$

$$(4) (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1).$$

解：

$$(1) \sqrt{12} \times \sqrt{3} - 5 = \sqrt{12 \times 3} - 5 = \sqrt{36} - 5 = 6 - 5 = 1;$$

$$(2) \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6 \times 3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{18}{2}} = \sqrt{9} = 3;$$



$$(3) (\sqrt{5}+1)^2 = (\sqrt{5})^2 + 2\sqrt{5} + 1 = 6 + 2\sqrt{5};$$

$$(4) (\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2})^2 - 1^2 = 2 - 1 = 1.$$

例 8 化简: (1) $\sqrt{50}$; (2) $\sqrt{48}-\sqrt{3}$; (3) $\sqrt{5}-\sqrt{\frac{1}{5}}$.

解:

$$(1) \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2};$$

$$(2) \sqrt{48}-3 = \sqrt{16 \times 3}-3 = \sqrt{16} \times \sqrt{3}-\sqrt{3} = 4\sqrt{3}-\sqrt{3} = 3\sqrt{3};$$

$$(3) \sqrt{5}-\sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{5}-\sqrt{\frac{5}{25}} = \sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{4}{5}\sqrt{5}.$$

一般地, 若 $x^n = a (n > 1, \text{且} \in \mathbf{N}_+)$, 我们把 x 叫做 a 的 n 次方根.

当 n 是奇数时, 任何一个数的 n 次方根都唯一存在, 且正数的 n 次方根是一个正数, 负数的 n 次方根是一个负数. 这时, a 的 n 次方根用符号 $\sqrt[n]{a}$ 表示.

例如, 因为 $2^3 = 8$, 所以 $\sqrt[3]{8} = 2$; 因为 $(-2)^5 = -32$, 所以 $\sqrt[5]{-32} = -2$.

当 n 是偶数时, 正数的 n 次方根有两个, 它们互为相反数, 分别表示为 $\sqrt[n]{a}$ 和 $-\sqrt[n]{a}$, 也可以合并写为 $\pm \sqrt[n]{a} (a > 0)$.

例如, 因为 $2^4 = 16$, $(-2)^4 = 16$, 所以 16 的四次方根有两个, 即 2 或 -2, 可表示为 $\pm \sqrt[4]{16} = \pm 2$.

零的任何次方根都是零, 记作 $\sqrt[n]{0} = 0$.

正数 a 的正的 n 次方根叫做 a 的 n 次算术根.

例如, 2 叫做 16 的 4 次算术根.

例 9 求值:

(1) $\sqrt[4]{81}$; (2) 81 的 4 次方根.

解: (1) $\sqrt[4]{81} = 3$;

(2) 81 的 4 次方根有两个, 即 3 或 -3.

当 $\sqrt[n]{a}$ 有意义时, 式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做 n 次根式, 其中 n 叫做根指数, a 叫做被开方数.

练 习

1. 填空题.

(1) $\sqrt[3]{0} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $\sqrt[3]{-64} = \underline{\hspace{2cm}}$; (3) $(\sqrt[4]{7})^4 = \underline{\hspace{2cm}}$;

(4) $\sqrt[4]{16} = \underline{\hspace{2cm}}$; (5) $\sqrt[6]{(-3)^6} = \underline{\hspace{2cm}}$; (6) $(\sqrt[4]{-6})^5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 求值:

(1) $\frac{1}{4}$ 的平方根; (2) 243 的 5 次方根; (3) 256 的 4 次方根.

3. 自由下落物体下落的距离 $s(\text{m})$ 与下落时间 $t(\text{s})$ 的关系为 $s = 4.9t^2$, 有一铁球从 19.6m 高的建筑物上自由下落, 到达地面需要多长时间?



习 题 二

1. 计算题.

(1) $(-8) - (-1)$;

(2) $-1.5 - (-11.5)$;

(3) $-40 - 28 - (-19) + (-24)$;

(4) $\left(-\frac{6}{13}\right) + \left(-\frac{7}{13}\right) - (-2)$;

(5) $(-2)^3 - 3^2$;

(6) $(0.1) \div \frac{1}{2} \times (-100)$.

2. 填空题.

$10000 = 10^{()}, \quad 16 = 2^{()}, \quad 1000 = 10^{()}, \quad 8 = 2^{()},$

$100 = 10^{()}, \quad 4 = 2^{()}, \quad 10 = 10^{()}, \quad 2 = 2^{()},$

$1 = 10^{()}, \quad 1 = 2^{()}, \quad 0.1 = 10^{()}, \quad \frac{1}{2} = 2^{()},$

$0.01 = 10^{()}, \quad \frac{1}{4} = 2^{()}, \quad 0.001 = 10^{()}, \quad \frac{1}{8} = 2^{()}.$