

能力学习52 初中数学能力训练

巧学数学

全程能力训练

新鲜生活题材

体味学习情趣

验证自测结果

吴沈泉主编



上海遠東出版社

能力学习 52

G63

G634.6 初中数学能力训练

43

巧学数学

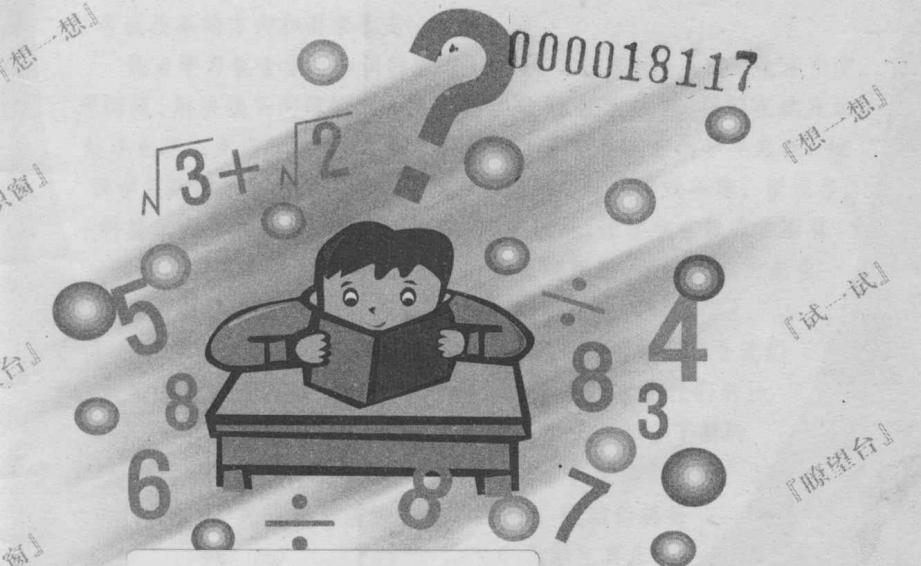
全程能力训练

新鲜生活题材

体味学习情趣

验证自测结果

吴沈泉主编



贵阳学院图书馆



GYXY560799

上海远东出版社

G634.603

图书在版编目(CIP)数据

巧学数学：初中数学能力训练 / 吴沈泉主编. —上海：
上海远东出版社, 2002

(能力学习 52)

ISBN 7-80661-657-8

I. 巧... II. 吴... III. 数学课—初中—教学参考
资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 096234 号

出版缘起

学习，是枯燥乏味的苦差使吗？如果只是死记硬背书本知识，它很可能是。但如果结合生活实际和自然情趣进行，那就大不一样了，它能让你领略发现的惊喜，体验成功的愉悦。

学生的学习不一定非要搞得沉重不堪。能力学习是让学生兴趣盎然而又享受成功喜悦的有效途径。更何况，为了提高全社会创新意识和国家创新能力，我们迫切需要培养能够创造性地解决各类实际问题的能力型人才，这远比培养学富五车而五谷不分的书生来得重要。

于是，我们决定编辑出版这套**能力学习 52**，目的是为了让学生在课余时间不再过多地注重知识的重复记忆和练习，引导他们更多地关注自然，关注现实生活，培养和提高解决现实问题的能力。我们相信，这和今后考试改革的方向和要求也是一致的。

能力学习包含学习知识的能力（技巧、方法等）和从现实生活中发现问题、解决现实问题的能力。**能力学习 52** 注重后者，希望在这方面给学生多一点启示。当然，对于需要参加中考和高考的学生来说，知识学习的方法和技巧也不能忽视，本书的每周一篇或一题，围绕各科要点和考点而设置。希望通过一年的训练，让学生在能力方面有切实的提高。**能力学习 52** 在这方面提纲挈领、举一反三的点化作用也是相当明显的。

让学生在轻松的心境中趣味盎然地进行学习，令他们通过手脑结合的训练享受学习的乐趣，这是我们的追求。因此，**能力学习 52** 从内容到形式上都作了新的探索。衷心希望广大学生、家长和老师们给予充分的关注和热烈的反馈。我们仍将努力，让**能力学习 52** 成为学生真正喜爱的图书。

前　　言

本书以新教材为依据,配合数学教学改革,按课文内容分代数和几何两大部分,进行学习辅导。

每章内容包括(一)知识要点 列出全章重点和关键,并对难点加以辅导;(二)例题选讲 精选例题详细剖析,使学生能举一反三、触类旁通,且每一章节都有应用举例,使所学知识得以应用;(三)巩固练习 巩固从例题选讲中所学知识,增强解题能力。

本书熔知识归纳、方法指导、考前训练于一炉,是帮助初中学生系统学习、切实提高解题能力的好帮手。

参加本书编写的吴沈泉、还桂珠、洪伟康、韩俊、彭静烨、黄靖,最后由还桂珠、吴沈泉统稿。

编　　者

能力学习 52

巧学数学 初中数学能力训练

主 编/ 吴沈泉

特邀编辑/ 王 刚 甘金梅

责任编辑/ 章 怡

装帧设计/ 张晶灵

版式设计/ 李如琬

责任制作/ 晏恒全

责任校对/ 周国信

出 版/ 上海遠東出版社

(200336) 中国上海市仙霞路 357 号

网 址/ <http://www.ydbook.com>

发 行/ 上海遠東出版社 上海发行所

上 海遠東出版社

制 版/ 南京展望照排印刷有限公司

印 刷/ 上海市印刷七厂

装 订/ 上海虎林装订厂

版 次/ 2003 年 4 月第 1 版

印 次/ 2003 年 4 月第 1 次印刷

开 本/ 850×1168 1/32

字 数/ 341 千字

印 张/ 13.125

印 数/ 1—5 100

ISBN 7-80661-657-8

G·337 定价：19.80 元

目 录

MULU

一、代数部分 1

1	关于数的问题	3
2	整式运算	8
3	多项式的因式分解.....	13
4	分式运算.....	18
5	数的开方.....	24
6	二次根式.....	28
7	方程的解,解方程,求代数式值.....	33
8	<u>一元二次方程的解法</u>	38
9	一元二次方程的根的判别式.....	43
10	一元一次不等式(组)	49
11	二元二次方程组	57
12	分式方程	64
13	无理方程	70



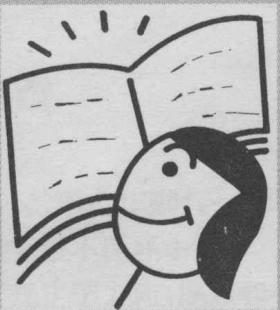
14	列方程(组)解应用题	75
15	列一元一次不等式(组)解应用题	84
16	含有字母系数的方程和一元一次不等式	91
17	函数	96
18	正比例函数、反比例函数	103
19	<u>一次函数</u>	110
20	二次函数(一)	117
21	二次函数(二)	127
22	平面直角坐标内多边形面积计算	139
23	统计中数据的处理	147
24	如何从频数(频率)分布直方图中提取信息	157
	二、几何部分	165
25	平行线、垂线	167
26	图形的对称与旋转	174
27	三角形	180
28	四边形(平行四边形、矩形、菱形、正方形)	188
29	梯形	196
30	比例线段	205
31	相似三角形	215
32	三角形全等	225
33	线段与角的相等、和差、倍分等问题	231
34	锐角三角比	239
35	解直角三角形和一般三角形	245
36	应用锐角三角比解决实际问题	253
37	圆	260
38	点和圆, 直线和圆, 圆与圆	268
39	圆的切线及切线定理	275



40 圆和正多边形	286
三、综合题	293
41 求二次方程与二次函数中的参数	295
42 应用待定系数法求函数解析式	305
43 由几何条件求函数的解析式	315
44 直角坐标系中点的坐标	327
45 解直角三角形	337
46 圆中的两解问题	345
47 有关圆的证明与计算	349
48 如何进行分类讨论	359
49 数学模型的应用	365
50 阅读理解题	372
51 探索发现题	382
52 解开放发散题	392
答案	398

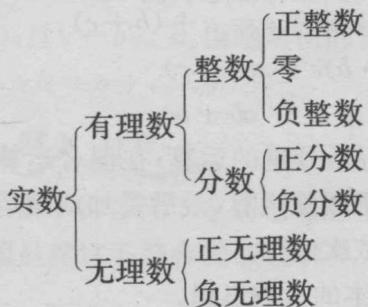


—
代数部分



关于数的问题

关于初中阶段数的分类可由下列系统表示：



知识要点

- (1) 有理数以小数形式出现时，一定是有限小数或者是循环小数。
- (2) 无理数是无限不循环小数。
- (3) 数轴——规定了方向、原点和单位长度的直线叫做数轴。数轴上的点与实数是一一对应的。
- (4) 相反数——若 a 和 b 互为相反数，则 $a+b=0$ 。零的相反数是零。
- (5) 倒数——若 a 和 b 互为倒数，则 $a \cdot b = 1$ 。零没有倒数。



$$(6) \text{ 绝对值} — |a| = \begin{cases} a, & (a > 0) \\ 0, & (a = 0) \\ -a. & (a < 0) \end{cases}$$

(7) 实数比较大小：把实数表示在数轴上，则数轴上的点，在右边的点所表示的实数大于左边的点所表示的实数。两个负数中，绝对值大的负数反而小。

(8) 运算法则：加法、减法、乘法、除法、乘方。

(9) 运算定律：交换律： $a + b = b + a$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$\text{结合律: } (a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b)c = a(b \cdot c)$$

$$\text{分配律: } a(b + c) = ab + ac$$

(10) 运算顺序：首先要进行括号里的运算；在混合运算中，先进行乘方或开方运算，其次是乘或除运算，最后是加或减运算；在同一级运算中，应该从左到右依次进行。

(11) 用字母表示数，是最基本的代数思想。

(12) 实数的运算包括精确计算和近似计算。前者是大家熟知的，现实生活中很多数的演算过程，其实质就是实数的精确计算；而实数的近似计算在现实生活中有很大的实用意义，尤其是计算工具的现代化给各种运算以新的生命和更大的生命力，因此在这方面的探究是非常有意义的。



例题选讲

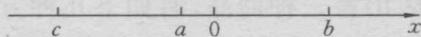
例 1 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是否是有理数？



分析 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 不是有理数, $\sqrt{2}$ 是无理数, 无理数除以有理数还是

无理数。注: $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 只是“分数的一个形式”并不是分数。(解略)

例 2 已知实数 a 、 b 、 c 在数轴上的位置如下图所示。试化简 $|a+b| - |c-b|$ 。



分析 根据知识要点中的实数比较大小的方法, 可知 $c < a < 0 < b$, 又 b 离开原点的距离大于 a 离开原点的距离, 所以 $a+b > 0$, 且 $c-b < 0$ 。由绝对值的定义知 $|a+b| - |c-b| = a+b + c-b = a+c$ 。(解略)

例 3 计算: $-24 \div 5 \times \frac{1}{5}$

解 许多同学拿到题可能会这样想原式 $= -24 \div 1 = -24$, 但很显然这不符合同级运算从左到右的原则。此题的正确答案应是: 原式 $= -24 \times \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = -\frac{24}{25}$ 。

例 4 若 a 、 b 、 c 为有理数, 且 $ab < 0$, $ac > 0$, 计算 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{abc}{|abc|}$ 。

分析 $ab < 0$, $ac > 0$ 表示 a 、 b 异号, a 、 c 同号。

假设 $a > 0$, 则 $b < 0$, $c > 0$, $abc < 0$, 则原式为 0。若假设 $a < 0$, 则 $b > 0$, $c < 0$, $abc > 0$, 则原式亦为 0, 综上所述原式为 0。(解略)

例 5 实数 a 是由 b 经四舍五入得到的近似值, 试研究 a 与 b 的大小关系。

分析 题目的条件中没有明确指出 a 保留几个有效数字, 但不管怎样, a 与 b 的差别, 只在于 a 的最右边一位数字与 b 的相应

数位上的数字的差别，而在这一位数字左边的各位数字是相同的。

解 设 a 有 k 个有效数字。(1) 如果 b 有 k 个有效数字，那么 $a = b$ 。(2) 如果 b 有多于 k 个有效数字，那么，当 b 的第 $k+1$ 个有效数字大于或等于 5 时， $a > b$ ；当 b 的第 $k+1$ 个有效数字小于或等于 4 时， $a \leq b$ 。

例 6 某商店出售一种商品，有如下几种方案：(1) 先提价 10%，再降价 10%；(2) 先降价 10%，再提价 10%；(3) 先提价 20%，再降价 20%。问：用这三种方案调价的结果是否一样？最后是不是都恢复为原价？

分析 提价、降价问题有现成公式：设原价为 a ，若涨幅为 $x\%$ ，则提价后的价格为 $a(1+x\%)$ ，若降幅为 $y\%$ ，则降价后的价格为 $a(1-y\%)$ 。

解 设出售的商品原价为 a ，则

方案(1)的最后价格为 $a \times 110\% \times 90\% = 0.99a$

方案(2)的最后价格为 $a \times 90\% \times 110\% = 0.99a$

方案(3)的最后价格为 $a \times 120\% \times 80\% = 0.96a$

因此，据计算可知。方案(1)、(2)最后的结果是一样的，方案(3)打的折扣最大，但三种方案都没有使出售价格恢复到原价。



练习题

- (1) 已知下列各数 $-\sqrt{2}$, $\operatorname{tg}30^\circ$, 3, $-2\sqrt{2}\cos 45^\circ$, π , 0.3, $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$, 0.1010010001, ..., $\sqrt{3}-2$, 0.64343, ...

是整数，_____



是分数，_____是无理数。

(2) 实数 a 有 $|a| + a = 0$, 则 a _____。

(3) 我国国土面积为 9.60×10^6 平方千米, 由四舍五入得到的近似数 9.60×10^6 是 _____ 个有效数字, 精确到 _____ 位。

(4) 设 $1 < x < 2$, 那么 $\left|x + \frac{1}{2}\right| + |x - 2| =$ _____。

(5) 比较 $\frac{8}{27} \diamond \frac{7}{36} \diamond \frac{7}{38}$ 的大小。

(6) 已知两数 a, b , 如果 a 比 b 大, 比较 $|a|$ 与 $|b|$ 的大小。

(7) 设 $a = \sqrt{2} - 1$, 试不计算 a^3 与 a^5 的值, 比较 a^3 与 a^5 的大小。

$$\begin{aligned} (\sqrt{2}-1)^3 &= (\sqrt{2}-1)^2(\sqrt{2}-1) = (3-2\sqrt{2})(\sqrt{2}-1) = \underline{\underline{5\sqrt{2}-7}} \\ &\quad + \cancel{(\sqrt{2}-1)^2} \cancel{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &\quad \cancel{\cancel{+}} \end{aligned}$$

$\sqrt{30}$

$$\begin{array}{r} 3-\cancel{2\sqrt{2}} \\ \hline \sqrt{2+\sqrt{2}}-1 \end{array}$$

$$a^3 < a^5$$



整式运算



知识要点

(1) 代数式：用加、减、乘、除、乘方、开方六种运算符号把数或表示数的字母连结而成的式子叫做代数式。用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果叫做代数式的值。

(2) 整式：如果代数式中都是数与字母的积，这样的代数式叫做单项式；几个单项式的代数和叫做多项式；单项式和多项式统称整式。

(3) 多项式的排列：把一个多项式的各项按照某一字母的指数从大到小(或从小到大)的顺序进行排列，这样排列的多项式，叫做按这个字母的降幂排列或升幂排列。

(4) 运算法则：

① 加减法：整式的加减运算，实际上就是合并同类项。在运算时，如果遇到括号，就根据去括号的法则，先去括号，再合并同类项。

② 乘法：单项式相乘。系数相乘，同底数幂的指数相加。

多项式乘以单项式：如 $(a+b+c) \cdot m = a \cdot m + b \cdot m + c \cdot m$

