

# 应力测试技术及 在再制造工程领域的应用

Stress Measuring Techniques and Applications in Remanufacturing Field

■ 董丽虹 汪勇 郭伟玲 编著  
徐滨士 主审



国防工业出版社

National Defense Industry Press

# 应力测试技术及在 再制造工程领域的应用

董丽虹 汪 勇 郭伟玲 编著  
徐滨士 主审

国防工业出版社

· 北京 ·

## 内 容 简 介

本书在概要总结应力应变的力学相关理论基础上,系统介绍了国内外工程领域成熟应用或具有良好应用前景的残余应力及工作应力测试技术的基本原理、相关理论和技术方法。针对再制造工程的应用背景,介绍了应力测试技术在汽车发动机关键零件、工程机械重要结构件再制造中的应用实例。

本书可供从事机械产品设计、材料加工、制造、再制造等工程领域的研究人员、技术人员参考,也可作为机械工程、材料工程、再制造工程等相关专业的教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

应力测试技术及在再制造工程领域的应用/董丽虹,汪勇,郭伟玲编著. —北京:国防工业出版社,2014.6  
ISBN 978-7-118-09404-6

I. ①应... II. ①董...②汪...③郭... III. ①应力测定—应用—机械制造工艺 IV. ①TH16

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 118524 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

\*

开本 710×960 1/16 印张 11½ 字数 206 千字

2014 年 6 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 68.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010)88540777

发行邮购: (010)88540776

发行传真: (010)88540755

发行业务: (010)88540717



# 前 言

应力状态是表征材料状态的一个重要特征参数,它和材料的性能息息相关。为保证机械装备的服役可靠性,在装备零件从生到死的全寿命周期过程中,开展应力的测试分析都极为重要。设计阶段的应力测试分析,可使结构的尺寸、形状和连接形式合理;制造阶段的应力测试分析,可优化工艺和参数,发挥材料的最大潜能;服役阶段的应力测试分析,可了解设备的真实工作状态,发现潜在危险;失效分析阶段,应力状态的分析更对说明失效原因具有特殊作用。

再制造是制造的延伸,它将退役的零部件通过高新技术进行产业化修复,是发展循环经济、建设生态文明建设的重要举措,已被列为国家战略型新兴产业。再制造的生产对象具有特殊性,它们是具有服役历史、可能产生不同损伤的废旧零部件,如何评估再制造毛坯及产品的寿命是保证再制造产业健康发展的关键。开展应力的测试分析,获取应力状态信息更是实现再制造产品质量控制不可或缺的手段。

本书基于再制造工程的应用背景,针对再制造寿命评估的迫切需求,将应力测试分析技术分为两大类型,即残余应力测试及工作应力测试,既介绍工程领域广泛应用的X射线衍射法、电测法、小孔法等常规测试方法,又引入近年来兴起的纳米压痕、金属磁记忆、轮廓法等应力测试新技术。并基于作者研究团队在再制造领域的最新科研成果,列举了再制造零件开展应力测试分析的实例。

本书的编著和出版工作得到军队“2110工程”重点建设学科、自然科学基金面上项目(50975283)、国家“973计划”(2011CB013401、2011CB013403、2011CB013405)、一汽院士工作站项目、中联重科横向项目的支持,在此表示衷心感谢!特别是研究团队成员王慧鹏、薛楠、魏敏、宋占勇等为本书的编写提供了很大的帮助,一并表达深切的谢意!本书部分内容参考同行著作及国内外文献,在此谨向各位作者致以诚挚的感谢!

由于再制造产业发展迅猛,而编著者水平有限,加之时间仓促,书中必有不妥之处,恳请广大读者和专家批评指正。

作者

# 目 录

|                                           |    |
|-------------------------------------------|----|
| 第1章 绪论 .....                              | 1  |
| 1.1 应力测试分析的重要意义 .....                     | 1  |
| 1.2 应力测试分析的方法 .....                       | 2  |
| 1.2.1 应力分类 .....                          | 2  |
| 1.2.2 应力测试分析方法 .....                      | 2  |
| 1.3 应力测试分析与再制造的关系 .....                   | 3  |
| 参考文献 .....                                | 5  |
| 第2章 应力测试的理论基础 .....                       | 6  |
| 2.1 应力应变的基本概念 .....                       | 6  |
| 2.1.1 应力的概念 .....                         | 6  |
| 2.1.2 应变的概念 .....                         | 8  |
| 2.2 弹性力学应力分析的基础理论 .....                   | 9  |
| 2.2.1 弹性力学基本方程 .....                      | 10 |
| 2.2.2 应力状态分析 .....                        | 19 |
| 2.3 断裂力学应力分析的基础理论 .....                   | 22 |
| 2.3.1 裂纹扩展的三种形式 .....                     | 23 |
| 2.3.2 弹性能释放率 .....                        | 23 |
| 2.3.3 应力强度因子法 .....                       | 25 |
| 2.3.4 应力强度因子 $K_I$ 和裂纹扩展力 $G_I$ 的关系 ..... | 27 |
| 参考文献 .....                                | 28 |
| 第3章 残余应力测试技术 .....                        | 29 |
| 3.1 残余应力的产生及影响 .....                      | 29 |
| 3.1.1 残余应力的基本概念 .....                     | 29 |
| 3.1.2 残余应力产生原因 .....                      | 29 |

|              |                         |            |
|--------------|-------------------------|------------|
| 3.1.3        | 残余应力的稳定性 .....          | 31         |
| 3.1.4        | 残余应力的影响 .....           | 34         |
| 3.2          | 残余应力有损测试技术 .....        | 39         |
| 3.2.1        | 小孔法测量残余应力 .....         | 40         |
| 3.2.2        | 切条法测量残余应力 .....         | 45         |
| 3.2.3        | 轮廓法测量残余应力 .....         | 49         |
| 3.2.4        | 纳米压痕法测量残余应力 .....       | 55         |
| 3.2.5        | 其他机械方法 .....            | 60         |
| 3.3          | 残余应力无损测试技术 .....        | 63         |
| 3.3.1        | 超声检测残余应力 .....          | 63         |
| 3.3.2        | 云纹干涉法测量残余应力 .....       | 68         |
| 3.3.3        | X 射线衍射法测试残余应力 .....     | 77         |
| 3.3.4        | 中子衍射法测试残余应力 .....       | 96         |
|              | 参考文献 .....              | 99         |
| <b>第 4 章</b> | <b>工作应力的测试分析 .....</b>  | <b>103</b> |
| 4.1          | 工作应力与残余应力关系 .....       | 103        |
| 4.2          | 电测应力技术 .....            | 104        |
| 4.2.1        | 电测应力技术简介 .....          | 105        |
| 4.2.2        | 应变计的结构和原理 .....         | 106        |
| 4.2.3        | 电测法的应变测量电路 .....        | 113        |
| 4.2.4        | 应变花测量应力应变 .....         | 117        |
| 4.2.5        | 静态和动态应力应变测量 .....       | 119        |
| 4.3          | 金属磁记忆检测技术 .....         | 121        |
| 4.3.1        | 金属磁记忆技术概述 .....         | 122        |
| 4.3.2        | 磁记忆现象的理论分析 .....        | 124        |
| 4.3.3        | 磁记忆信号与单调工作应力之间的关系 ..... | 129        |
| 4.3.4        | 磁记忆信号与交变工作应力的相关性 .....  | 137        |
|              | 参考文献 .....              | 140        |
| <b>第 5 章</b> | <b>再制造领域的应用实例 .....</b> | <b>142</b> |
| 5.1          | 金属磁记忆技术测试连杆应力的研究 .....  | 142        |
| 5.1.1        | 连杆受力分析 .....            | 142        |
| 5.1.2        | 连杆失效模式 .....            | 143        |

|       |                           |     |
|-------|---------------------------|-----|
| 5.1.3 | 连杆磁记忆及残余应力检测 .....        | 143 |
| 5.1.4 | 连杆疲劳过程中磁记忆信号变化的初步探索 ..... | 150 |
| 5.2   | X 射线衍射检测齿轮残余应力 .....      | 152 |
| 5.2.1 | 齿轮失效形式分析 .....            | 153 |
| 5.2.2 | 齿轮结构受力有限元模拟分析 .....       | 154 |
| 5.2.3 | 齿轮再制造毛坯的残余应力测试分析 .....    | 156 |
| 5.2.4 | 齿轮喷丸再制造强化工艺残余应力测试 .....   | 158 |
| 5.3   | X 射线衍射测试热喷涂层残余应力 .....    | 165 |
| 5.3.1 | 试样制备 .....                | 165 |
| 5.3.2 | 三种涂层性能分析 .....            | 166 |
| 5.3.3 | 残余应力与涂层摩擦磨损性能的相关性研究 ..... | 168 |
| 5.4   | 臂架结构件动态应力测试 .....         | 170 |
| 5.4.1 | 泵车臂架结构件的失效分析 .....        | 171 |
| 5.4.2 | 臂架结构有限元模拟 .....           | 172 |
| 5.4.3 | 臂架动态应力电测试验 .....          | 174 |

# 第1章 绪 论

## 1.1 应力测试分析的重要意义

应力状态和材料的微观组织、结构一样,是材料状态的一个特征参数。在材料力学性能的测试研究中,强度、硬度、塑性、韧性等力学指标的测试分析方法为人们所熟知,是评定材料的基本指标。其中的强度指标即采用应力来表征。由于应力和材料强度密切相关,在某种意义上可以说应力状态决定了材料的性能。

种类繁多、工况相异的机械装备在能源、交通、冶金等国民经济的各个领域发挥着重要作用。机械装备的结构、零件、部件的服役状态及寿命直接涉及生产安全与经济效益,保证机械装备可靠服役极为重要。尤其是随着现代科学技术的进步,国家战略性新兴产业的崛起,对满足极端工况、具有超常尺寸和超常性能的大型复杂机械装备的需求越来越强烈。这些重大装备往往耗资巨大,在国民经济中占有举足轻重的地位,一旦发生事故将会造成巨大的经济损失和严重的社会影响,对其服役可靠性要求甚高。

无论是普通装备还是重大装备,为保证其服役可靠性,对组成装备的任一尺度的结构,无论是数十米甚至数百米级的海洋平台、大直径管线、复杂焊接结构等,还是微米量级的微机械电子装置、纳米量级的膜结构,在其全生命周期的任何阶段,了解零部件的应力状态,开展应力的测试分析都极为重要。

在设计过程中进行应力测试分析,可以根据需求的应力大小、性质及分布来设计结构的合理尺寸、形状和连接形式;在制造阶段进行应力测试分析,可以选择适宜的制造工艺,优化加工参数,获得需要的应力特征,以提升材料性能;在服役阶段进行应力测试分析,可以了解工况条件下设备的真实工作状态,根据设备工作过程中所加载荷的大小和方向,确定最大应力位置及数值,发现潜在的危险位置,评估设备的服役安全性;在进行构件失效分析时,应力状态分析对说明失效原因更具有特殊作用。分析设计、制造、服役、检查、维修各环节的应力状态变化规律,能够提供失效区域的重要信息,帮助确定失效模式,提出改进预防措施,应力分析更是必不可少的重要手段。

## 1.2 应力测试分析的方法

### 1.2.1 应力分类

应力按照存在方式的不同,可分为工作应力和残余应力。工作应力是工作载荷作用在构件上,使得构件的形状尺寸发生变化,在构件内部受载截面上引起的应力。工作应力的性质、幅值和分布与工作载荷的施加方式、作用位置以及结构的几何形状尺寸等因素有关。施加着工作载荷,工作应力即存在。工作载荷增大,工作应力也将逐渐增大,构件的变形也相应增加。在弹性变形阶段内,由于变形可恢复,卸除工作载荷,工作应力也随之消失,没有内力残留。而当发生塑性变形时,塑性变形不可恢复,工作载荷卸除后,不均匀的塑性变形依然保留,构件为了恢复原始形状,内部将产生与之平衡的内力,即残余应力。残余应力是工作载荷去除后残留在构件内部的应力。

残余应力的产生不仅与工作应力有关,还可由热作用、化学作用等引起的不均匀塑性变形产生。几乎所有的机械加工或表面处理工艺都会引入残余应力,残余应力是构件在生产加工过程中必然伴随出现的现象,特别是重要的结构零件都存在着大量残余应力,对材料性能产生重要影响。为了保证构件的服役安全,对残余应力的测试分析历来受到高度重视。在许多企业,评估残余应力状态是实现质量控制的必要手段。工程界普遍认可残余拉应力会诱发裂纹扩展,损害材料性能;而残余压应力能够促进裂纹闭合,将提高材料的疲劳抗力。工程技术人员根据这一原则,选择不同的处理技术,消除或者产生所需性质及幅值的残余应力。

残余应力与材料性能之间的相互关系非常复杂,在特定工况条件下,可能产生有益的影响,也可能产生不利的危害。尽管人们在残余应力研究领域付出了巨大的努力,但已积累的残余应力知识仍然不够充分,缺乏很多数据,残余应力和材料强度响应之间的关系并未澄清,仍有进一步探索新的残余应力测试技术的强烈需求。

### 1.2.2 应力测试分析方法

在工程领域应力分析测试方法是提高设计水平、检验设计质量、防止事故隐患、提出改进措施的重要手段。应力测试分析方法可以分为两大类:理论计算分析方法和实验测试分析方法。这两类方法提供了解决工程问题的两种不同途径。应力理论计算分析是根据弹性力学、塑性力学、断裂力学等力学的基础理论

和基本方程,计算载荷或等效载荷作用下结构的应力特征分布。实验应力测试分析是用实验方法分析研究工程结构在受力条件下的应力、变形状态的方法。实验应力测试分析方法包括了小孔法、压痕法、电测法、云纹法、脆性涂层法、声学法、磁性法等测试技术。

理论计算分析方法和实验测试分析方法二者相辅相成,互为支撑。理论方法以实验方法为基础,尤其新的理论计算方法必须以实验获得的结果为前提,其计算的结果要经过实验验证;同样实验必须以理论为指导,在制定实验计划和分析实验数据时必须采用理论分析方法。

应力分析的理论方法虽然给出了应力分析的基本方程式,但是在解决实际问题时,采用解析的方法常常遇到数学和计算方面的困难,只能对一些简单问题给出精确解,几何形状复杂或受载复杂的构件往往需要进行假设及理想化,所得结果为近似值,有时甚至得不到结果,必须采用实验方法来验证。采用有限元数值模拟方法,使应力分析工作得到很大发展,几乎对所有问题均可给出解答,但该方法必须正确建立数学模型,才能给出可靠结果。对于一些载荷和边界条件未知的问题,用数值方法求解时,必须结合实验方法,采用实验结果来提供必要的参数。

工作应力的分析一般需要在施加工作载荷的加载状态下进行,常称为加载动态应力测试;残余应力分析在卸除载荷的条件下进行,常称为离线卸载的静态应力测试。由于动态应力测试操作工艺复杂,尤其对大型复杂结构实施时耗费巨大,只在重要产品上采用。而静态应力测试相对简单,是目前工程实践中采用最多的方法。

### 1.3 应力测试分析与再制造的关系

我国的再制造工程建立在维修工程和表面工程基础上,是对废旧机电产品进行高技术修复与改造的产业化。它突破了零部件“等寿命”的设计理念,根据维修实践中发现的规律“失效往往取决于最薄弱零件部位的失效”,通过采用高新表面工程技术,在薄弱零件的失效表面形成强化涂层,来恢复废旧零件尺寸并提升其性能,形成性能不低于新品的再制造产品。

产品的传统寿命周期是“设计—制造—使用—维修—报废”,废品作为固体垃圾被淘汰。再制造延伸了传统的全寿命周期理论,将报废的固体垃圾进行再制造,使之能够重新服役,并且性能不低于新品。机械产品再制造的工艺流程如图1-1所示。

再制造以回收的废旧产品为毛坯进行生产,再制造毛坯有服役历史,在服役

过程中可能产生多种隐性或显性损伤。经拆解清洗后,首先需要对这些毛坯进行再制造性评价,只有具有较高再制造价值的毛坯才能进入再制造生产流程;采用再制造技术形成再制造产品后,还要进行服役寿命预测,能够承担下一轮服役周期的合格件才能够装配使用。

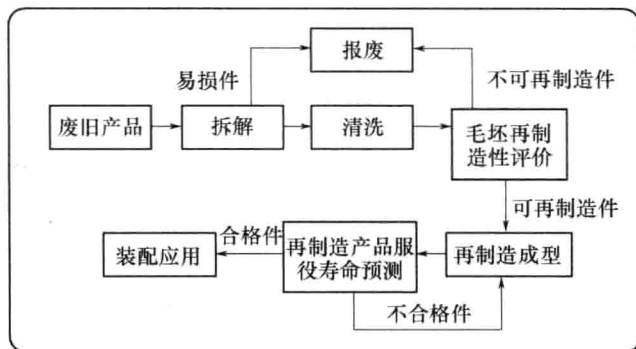


图 1-1 机械产品的再制造生产流程

为了保证再制造产品的质量,毛坯的剩余寿命评估和再制造产品服役寿命预测是再制造生产流程中的两个关键环节。毛坯的剩余寿命评估将作出能否再制造的评价,需要对毛坯基体的损伤程度进行评估,预测其剩余寿命,根据再制造阈值判断再制造价值大小。没有再制造价值的毛坯不能承担新一轮服役载荷的要求。

对机械零部件而言,只有主承力结构的再制造毛坯件才需要开展剩余寿命评估研究。这些毛坯有服役历史,工况环境、操作使用、服役载荷及失效原因不尽相同,其损伤存在随机性、复杂性和个体差异性。评估剩余寿命必然涉及机械结构的剩余强度研究,这又与应力测试分析密不可分。对回收来的再制造毛坯件,尤其需要研究毛坯件表面的残余应力的性质、幅值及分布特征,这是评估再制造毛坯剩余寿命的必需信息。

剩余寿命充足的再制造毛坯将采用高新表面工程技术对其表面磨损、腐蚀及局部缺损进行再制造修复,形成强化涂覆层,再经加工装配后形成再制造产品。对再制造产品进行服役寿命预测,仍以机械零部件为例,依然离不开基础的力学分析。研究的重点需要考虑涂覆层表面及界面的应力状态,涂覆层多采用高能量密度、高热输入方法来形成,如激光熔覆、等离子熔覆、电子束焊接、等离子喷涂等形成的涂覆层。对再制造产品的应力测试分析不仅包括对再制造成型制备的涂覆层表面和界面的残余应力测试分析,还要包括涂覆层表面、界面与基体之间承受的工作应力叠加残余应力的重新分布和调整的研究,根据这些信息

才能够建立再制造产品的服役寿命预测模型。

综上所述,应力测试分析不仅是新品设计、制造、服役过程必不可少的技术手段,对实现再制造产品的质量控制更是至关重要。再制造毛坯的剩余寿命评估和再制造产品的服役寿命预测是保证再制造产品质量性能不低于新品的重要环节,在这两个环节中应力的测试分析都必不可少,其要求较新品制造阶段更为严格。可以说应力的测试分析是进行再制造产品质量控制的必要手段。

## 参 考 文 献

- [1] 徐滨士. 再制造与循环经济[M]. 北京:科学出版社,2007.
- [2] 徐滨士. 装备再制造工程的理论与技术[M]. 北京:国防工业出版社,2007.
- [3] 徐滨士. 绿色再制造工程的发展现状和未来展望[J],中国工程科学,2011,13(1):4-10.
- [4] 徐滨士,刘世参,史佩京. 再制造工程的发展及推进产业化中的前沿问题[J]. 中国表面工程,2008,21(1):1-6.
- [5] 徐滨士. 中国再制造工程及其进展[J]. 中国表面工程,2010,23(2):1-6.
- [6] 徐滨士. 中国再制造产业及再制造技术新进展[J]. 热喷涂技术,2010,2(3):1-6.
- [7] Dong Li-Hong, Xu Bin-Shi, Xue Nan, et al. Development of remaining life prediction of crankshaft remanufacturing core[J], Adv. Manuf., 2013, (1):91-96.
- [8] Totten G, Howes M, Inoue T. Handbook of Residual Stress and Deformation of Steel[M]. Ohio: ASM International, 2002.
- [9] Law M, Kirstein O, Luzin V. Effect of residual stress on the integrity of a branch connection[J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2012, (96-97): 24-29.
- [10] 董丽虹,徐滨士,董世运,等. 金属磁记忆技术用于再制造毛坯寿命评估初探[J]. 中国表面工程, 2010,23(2):106-111.
- [11] Penmetsa Rama Murty Raju, Siriyala, Beela Satyanarayana, Koonam Ramji. Evaluation of stress life of Aluminum alloy using reliability based approach [J]. International journal of precision engineering and manufacturing. 2012, 13(3): 395-400.
- [12] Chen H F, Cen Z Z, Xu B Y, et al. A numerical method for reference stress in the evaluation of structure integrity[J]. Int. J. Pres. Ves. & Piping, 1997, 71:47-53.
- [13] 孙祝岭. 正态应力和正态强度结构可靠性的经典精确限[J]. 兵工学报, 2011, 32(3):355-358.
- [14] 孙成智,曹广军. 基于等效结构应力的电阻点焊疲劳寿命预测[J]. 焊接学报, 2011, 32(1): 105-108.
- [15] 张忠平,姚志峰,李春旺,等. 一种利用向量机描述应力-寿命关系的新方法[J]. 空军工程大学学报, 2012, 13(2):90-94.
- [16] 陈科,王峰. 结构有限寿命设计方法—名义应力法[J]. 中国重型装备, 2010, (2):1-3.
- [17] 姚卫星. 结构疲劳寿命分析[M]. 北京:国防工业出版社, 2002.
- [18] 航空工业部科学技术委员会. 应变疲劳分析手册[M]. 北京:科学出版社, 1987.
- [19] 李友国,康国政,汪长安,等. 残余应力对接触疲劳裂纹萌生寿命的影响[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2005, 45(12):1664-1667.

## 第2章 应力测试的理论基础

### 2.1 应力应变的基本概念

#### 2.1.1 应力的概念

以机械结构件为研究对象时,外界物体对构件施加的作用力称为外力。按作用区域的不同,外力又分为体积力和表面力。体积力,简称体力,分布在物体的体积内,作用在物体内的所有质点上,例如重力、惯性力、电磁力等。物体内部各质点受到的体力,一般来说是不同的,体力是空间点位的函数,通常用体力矢量来表示。表面力是作用在物体表面上的外力,简称面力。例如,液体或气体的压力,固体间的接触力等,通常用面力矢量来表示。当面力的作用面积很小时,一般简化为集中力。

构件受到外力作用后将发生变形,其内部必然会因变形而产生内力。内力是构件各部分之间发生相互作用,物体内的一部分对另一部分的相互作用力。内力和假想的截面相对应,脱离开假想的截面将无从谈及内力。

为了研究内力,假想由一个过 $P$ 点的截面将构件分为A、B两部分,假设B对A的作用力为 $P_A$ ,A对B的作用力为 $P_B$ 。由力的反作用定律可知,它们应该大小相等、方向相反。 $P_A$ 和 $P_B$ 即为所要研究的内力(图2-1)。

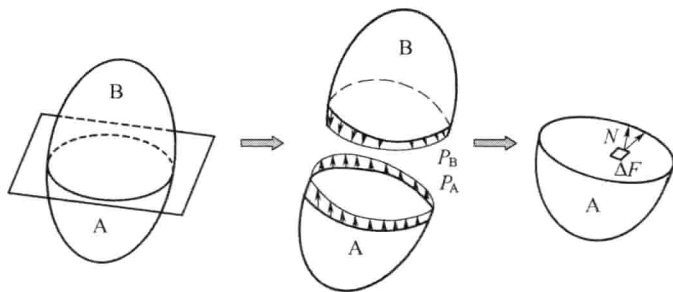


图2-1 应力作用示意图

一般来说,内力沿整个截面不是均匀分布的,在实际运用时,仅仅知道截面

上内力的总和是不够的,还必须知道内力在截面上各点的分布情况。设包含点  $P$  的面元  $\Delta S$  上的内力合力为  $\Delta F$ ,则两者之比表示该面元上的平均应力

$$P = \frac{\Delta F}{\Delta S} \quad (2-1)$$

将式(2-1)取极限,得

$$P = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} \quad (2-2)$$

由式(2-2)定义的矢量  $P$  称为该无穷小有向面元上的应力,亦称为该点的应力。

根据上述的应力概念可知,应力的数值反映了截面上某点处内力的强烈程度,是该点处内力分布的集度。在同一截面上,不同的点具有不同的应力,即使是同一点,如果通过该点截面的方位不同,应力也不同。应力不仅与所考虑的点的位置有关系,还与所取截面的方位有关。

在实际使用中,为了方便起见,在研究应力状态时,常将应力分解为垂直于作用面的分量,通常称为正应力;以及作用在作用面内的切向分量,通常称为剪应力<sup>①</sup>。研究某一点处的应力状态,可以在该点处沿坐标轴  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向取一个微小的正六面体,如图 2-2 所示。

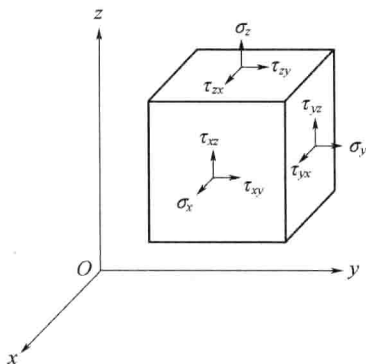


图 2-2 应力分量示意图

图 2-2 中正六面体的 6 个面的外法线方向分别与 3 个坐标轴的正、负方向重合,各个面上的应力可进一步分解为 1 个正应力和 2 个剪应力。6 个面上的应力分量共有 9 个,即  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$ 。其中,  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  是正应

<sup>①</sup> GB 3102.3 中称为切应力。

力分量,  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$  是剪应力分量。这里所用的应力分量的符号和弹性力学书中的符号是相同的, 其正、负号的规定也是相同的。

把这 9 个应力分量按一定规则排列: 使其中每一行代表研究点在一个面上的 3 个应力分量, 即

$$\begin{array}{ccc} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{array}$$

以上 9 个应力分量定义了一个新的量  $\Sigma$ , 它描绘了研究点的应力状态。 $\Sigma$  是对坐标系  $Oxyz$  而言的, 当坐标系变换时, 它们按照一定的变换式变换成另一坐标系  $O'x'y'z'$  中的 9 个分量, 即

$$\begin{array}{ccc} \sigma_{x'} & \tau_{x'y'} & \tau_{x'z'} \\ \tau_{y'x'} & \sigma_{y'} & \tau_{y'z'} \\ \tau_{z'x'} & \tau_{z'y'} & \sigma_{z'} \end{array}$$

这 9 个分量描绘出同一点的物理现象, 所以它们定义的仍为  $\Sigma$ 。 $\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{zx}, \tau_{zy}$  9 个量称为  $\Sigma$  的元素。数学上, 对坐标变换时服从一定坐标变换式的 9 个数所定义的量叫二阶张量。根据这一定义,  $\Sigma$  是一个二阶张量, 称为应力张量。应力张量也是一对称的二阶张量, 通常表示为

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (i, j = x, y, z) \quad (2-3)$$

当  $i, j$  任取  $x, y, z$  值时, 便得到相应的分量。

物体各点的应力状态, 一般来说是呈非均匀分布的。应力张量  $\sigma_{ij}$  与给定的空间位置有关, 各点的应力分量应为  $x, y, z$  函数。通常谈的应力张量总是针对物体中某一确定点而言的。应力张量  $\sigma_{ij}$  能够完全确定某一点处的应力状态。

## 2.1.2 应变的概念

应力分析测试技术通常由测量应变来获得。为此需要了解应变的基本概念。

应力是由于构件变形而产生。进行应力状态分析, 需要了解构件的变形情况。变形是物体形状的改变, 设想将构件分割成无数微小的正六面体, 在外力作用下, 这些微小的正六面体的边长将发生变形。如图 2-3(a) 表示从受力构件的某一点  $O$  周围取出的微小正六面体, 其  $x$  轴平行的棱边  $ab$  的原长为  $\Delta x$ , 受正应力作用后  $ab$  的边长变为  $(\Delta x + \Delta \mu)$ ,  $\Delta \mu$  成为线段  $ab$  的变形量。

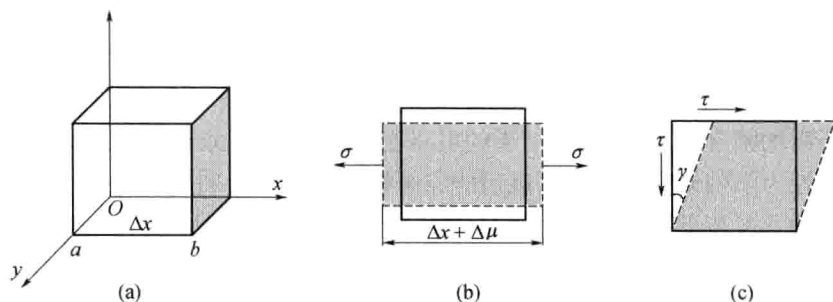


图 2-3 单元体的受力与变形分析  
(a) 微小单元体; (b) 正应变; (c) 剪应变。

$\Delta\mu$  与线段原长  $\Delta x$  有关, 比值

$$\varepsilon = \frac{\Delta\mu}{\Delta x} \quad (2-4)$$

表示线段  $ab$  内的平均线应变。将式(2-4)取极限

$$\varepsilon = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\mu}{\Delta x} = \frac{d\mu}{dx} \quad (2-5)$$

即为  $O$  点处沿  $x$  轴方向的线应变。线应变表明某一点处沿某一方向的相对伸长或压缩量。上述的微小的正六面体, 当其各边缩小为无穷小时, 称为单元体。单元体每一棱边上的各点处的线应变认为是均匀的。线应变由正应力引起。沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向线元的正应变分别用  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$  和  $\varepsilon_z$  表示, 即

$$\varepsilon_x = \frac{dx' - dx}{dx}, \varepsilon_y = \frac{dy' - dy}{dy}, \varepsilon_z = \frac{dz' - dz}{dz} \quad (2-6)$$

构件任一点的变形除由线应变表示外, 还可以通过过该点的两线元的夹角变化来表示。正交线元直角的变化称为剪应变<sup>①</sup>, 如图 2-3(c) 所示, 沿  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向 3 个正交线元  $dx$ 、 $dy$ 、 $dz$  直角的变化分别用  $\gamma_{xy}$ 、 $\gamma_{yz}$  和  $\gamma_{zx}$  表示, 即

$$\gamma_{xy} = \frac{\pi}{2} - \alpha, \gamma_{yz} = \frac{\pi}{2} - \beta, \gamma_{zx} = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad (2-7)$$

## 2.2 弹性力学应力分析的基础理论

弹性力学是在解决工程实际问题的过程中不断发展起来的一门学科, 它研

<sup>①</sup> GB 3102.3 中称为切应变。

究物体(弹性体)受到外载荷作用而发生的应力、应变和位移的变化规律。弹性力学已经成为工程结构强度设计的重要理论依据。在工程实践中,利用弹性力学理论分析研究机械构件和工程结构在弹性阶段内的应力和位移,校核其是否具有所需的强度和刚度,评估结果的可靠度和精确度,寻求设计或改进的方法。

弹性力学的研究对象为卸载后能完全恢复初始形状和尺寸的弹性体。在弹性力学的学科范围内进行应力状态分析,通常采用分离体方法,在物体内部取无数个平行六面体,在物体表面取无数个四面体,考虑这些分离体的平衡,列出一组平衡微分方程。由于未知应力数总是超出微分方程数,所以弹性力学的问题是超静定的。只有静力平衡方程无法解出应力。为此需要增加变形条件。弹性力学假设研究对象具有连续性,结构变形后仍然具有连续性,应变就必须协调,由此可得到一组表示应变协调的微分方程,再由广义胡克定律表示应力应变之间的关系。此外,还需知道边界条件和初始条件,才能获得方程唯一确定的解。

综上所述,按照弹性力学理论进行应力状态分析,需要了解弹性力学的基本方程。

## 2.2.1 弹性力学基本方程

### 2.2.1.1 平衡微分方程

假设构件在载荷作用下处于平衡状态,则处于平衡状态的构件内的每一个微元体都需满足平衡条件。在构件内一点  $P$  的附近,用 3 组坐标面的平行平面截出一个微小的平行六面体单元,3 条棱边的长度分别为  $dx$ 、 $dy$ 、 $dz$ ,六面体单元各平面的应力状态如图 2-4 所示。

其次,考虑作用在微元体的力,它包括两部分:一是相邻部分对微元体的作用力,作用在微元体各个表面上;二是作用在微元体各质点上的体力。由于单元体足够小,可以认为,作用在各微面元上的应力是均匀分布的;体力在单元体内也是均匀分布的。一般地,应力分量是位置坐标  $x$ 、 $y$ 、 $z$  的函数,因此,作用于前、后微分面或左、右微分面或上、下微分面的应力分量不完全相同,具有微小差异。例如,设作用于后微分面上的应力为  $\sigma_x$ 、 $\tau_{xy}$  和  $\tau_{xz}$ ,前微分面由于位置变化了  $dx$ ,则作用于其上的应力,按泰勒(Taylor)级数展开,并精确到一阶微量,有

$$\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx, \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx, \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dx$$

按同样的理由,可以标出其他 4 个微分面上的应力分量,见图 2-4。作用在微元体上的体力的 3 个分量仍用  $F_x$ 、 $F_y$  和  $F_z$  表示。

微元体平衡需要满足 6 个平衡方程,即