

飞机气动弹性 力学手册

管 德 主 编



航空工业出版社

飞机气动弹性力学手册

管 德 主编

航空工业出版社

1994

(京)新登字 161 号

内 容 提 要

《飞机气动弹性力学手册》是我国从事飞机气动弹性力学工作者 30 多年工作经验的总结。全书共分十六章和一个附录。从第一章到第九章介绍计算方法,第十章到第十六章介绍试验方法,附录中给出地面试验、风洞试验和飞行试验中采用的动态信号处理及模态参数识别方法。

书中给出的计算方法和试验方法均是经过实践验证、符合我国国情的行之有效的方法,因此它是气动弹性力学工作者的重要工具书,并对从事弹性力学科研、教学及工程技术的人员亦有重要参考价值。

《飞机气动弹性力学手册》

管 德 主 编

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里 14 号 100029)

陕西省富平印刷厂印刷

内部发行

1994 年 11 月第 1 版

1994 年 11 月第 1 次印刷

开本:787×1092 1/16

印张:19 字数:474 千字

印数:1—1000

定价:34.00 元

前 言

我国国家军用标准和民用航空适航条例中,分别对军用飞机和民用飞机提出了气动弹性方面的要求。为了满足这些要求,必须进行一系列的气动弹性计算和试验。本手册的任务是推荐这些计算和试验方法。

本手册的适用范围是固定翼飞机。对于其它飞行器,只是对于相类似的情况可供参考。

本手册是推荐性或建议性文件,不是指令性文件。各个设计部门可以选用他们认为更合适的计算或试验方法。

本手册主要是介绍各种计算或试验方法如何具体实施和根据经验应该注意的问题,而不是教科书。所以,本手册中没有包括对各种计算或试验方法的原理介绍或推导。

本手册介绍的计算或试验方法,是经过比较多的应用,比较成熟,比较符合我国当前的计算和试验条件的,而不一定是最先进的,也不象文献汇编那样汇集了各种各样的计算和试验方法。

本手册共有十六章和一个附录。

第一章到第九章介绍的是计算方法。第十章到第十六章介绍的是试验方法。附录中则介绍地面试验、风洞试验和飞行试验中都会用到的动态信号处理和模态参数识别方法。

本手册设有专门的章节介绍抖振和嗡鸣的处理方法。

在抖振方面,气动弹性专业的工作主要是分析抖振的原因和寻求减轻抖振的途径,主要手段是进行试验,测量抖振响应。关于抖振模型的要求,已列入第十四章。抖振方面更重要的是抖振边界的测定。但这不属于气动弹性专业范围。我们请 2902 所陈忠实同志专门撰写了稿件,做为中国航空科技报告出版。

关于嗡鸣,主要是通过试验确定嗡鸣 Ma 数范围。对于嗡鸣的模型要求,也已列入第十四章。

符号的处理,是本手册编写中遇到的一个困难。本手册采取了以下原则:尽量不要改动各专业的常用符号,尽量避免符号的重复。但是,由于气动弹性专业涉及的专业较多,结果并不令人满意。只能请使用者注意本章、本节对所用符号的定义,以免造成误解。

本手册肯定有许多不完善的地方,错误也难完全避免,请在使用中多加注意,并欢迎提出,以便改正。

编 者

1993 年 10 月

编辑委员会

主任 管 德
委员 卢奇正 卢叔全 李军杰 全贵燮 沙长安 邹丛青 吴兴世 何麟祥 罗时伟
杨洵之 张令弥 张淑端 张熙华 倪景连 赵德玉 程坤仪 傅 博 潘一心

审校委员会

主任 赵令诚
委员 刘千刚 刘秋爽 李凤蔚 陈世豪 陈桂彬 杨永年 樊玉辰

主编 管 德 主审 赵令诚

章号	编写	提供资料或参加部分工作	审稿
1	罗时伟	姚一龙 李 实 曹奇凯 张守兰 周达泉 齐丕騫 陈奎林 朱承基	赵令诚
2	吴兴世		赵令诚
3	程坤仪	张建柏 张天肖 张锡华 姚一龙	刘千刚
4	潘一心	何麟祥	李凤蔚
5	张熙华	张锡华	刘千刚
6	吴兴世 倪景连	程坤仪 张淑端	赵令诚 李凤蔚
7	杨洵之		杨永年
8	卢叔全	孙宪学 孙侠生	杨永年
9	邹丛青	陈桂彬	李凤蔚
10	潘一心	杨钜生 何麟祥	赵令诚
11	傅 博		赵令诚
12	全贵燮	章俊杰	李凤蔚
13	卢奇正	胡成行	李凤蔚
14	何麟祥 赵德玉	张守兰 宋明德 姚一龙 陈奎林 潘一心	陈世豪
15	卢奇正	潘一心 赵德玉 朱照容	陈世豪
16	沙长安	管佩芳 屈见忠	管 德
附录	张令弥		赵令诚

目 录

第一章 结构模型化	(1)
1.1 引言	(1)
1.2 有限元模型的建立	(1)
1.2.1 结构离散化	(1)
1.2.2 坐标系	(2)
1.2.3 结点	(2)
1.2.4 元素刚度矩阵和质量矩阵	(3)
1.2.5 总刚度矩阵和总质量矩阵	(3)
1.2.6 消去非独立自由度	(3)
1.3 元素	(4)
1.3.1 杆元	(4)
1.3.2 梁元	(4)
1.3.3 板元	(4)
1.3.4 体元	(4)
1.3.5 弹簧元	(4)
1.3.6 广义元	(4)
1.3.7 刚性元	(4)
1.4 约束	(5)
1.4.1 单点约束	(5)
1.4.2 多点约束	(6)
1.5 飞机结构模型化	(6)
1.5.1 小展弦比翼面	(6)
1.5.2 大展弦比翼面	(7)
1.5.3 机身	(9)
1.5.4 机身与翼面的连接	(9)
1.5.5 操纵面及其与主翼面的连接	(11)
1.5.6 外挂物及其与翼面的连接	(14)
1.5.7 全机有限元模型	(15)
第二章 结构固有动力特性计算	(18)
2.1 引言	(18)
2.2 柔度影响系数方法	(19)
2.2.1 描述飞机结构固有振动的积分方程	(19)
2.2.2 集聚质量—柔度影响系数方法	(19)
2.2.3 计算悬臂直梁弯曲—扭转耦合固有振动的站函数法	(20)

2.3	假设模态方法	(22)
2.3.1	用假设模态方法计算结构固有动力特性的步骤	(22)
2.3.2	简化为欧拉梁的结构	(23)
2.3.3	简化为铁木辛柯梁的结构	(25)
2.3.4	简化为二维弹性体的结构	(29)
2.3.5	通过柔性挂架吊装发动机短舱的机翼	(31)
2.3.6	带有副翼—弹簧调整片的机翼	(32)
2.4	有限元法	(35)
2.5	动态子结构方法	(37)
2.5.1	动态子结构方法的实施步骤与遵循的原则	(37)
2.5.2	自由界面双协调动态子结构方法	(38)
2.5.3	固定界面动态子结构方法	(39)
2.5.4	惯性耦合分支模态方法	(41)
2.5.5	动态子结构假设模态综合方法	(42)
2.6	矩阵特征值问题和齐次线性代数方程组的数值解	(44)
2.6.1	概述	(44)
2.6.2	求解矩阵特征值问题的向量迭代法	(45)
2.6.3	求解矩阵特征值问题的变换方法	(47)
2.6.4	半正定或病态实对称矩阵广义特征值问题的数值解	(49)
2.6.5	求解齐次线性代数方程组的主元消去法	(51)
第三章	非定常空气动力计算	(54)
3.1	引言	(54)
3.2	坐标系	(54)
3.3	亚音速偶极子网格法	(54)
3.3.1	计算模型	(54)
3.3.2	基本方程	(56)
3.3.3	翼和干扰区下洗影响系数	(56)
3.3.4	下洗影响系数非定常部分 D_{lij}, D_{2ij} 的计算	(57)
3.3.5	下洗影响系数定常部分 D_{0ij} 的计算	(61)
3.3.6	翼和干扰区下洗 W_{ww} 和 W_{wi} 的计算	(62)
3.3.7	体的压力系数差 $\Delta \bar{c}_{\rho B}$ 的计算	(62)
3.3.8	体对翼和干扰区的下洗影响系数 D_{wB} 和 D_{lB} 的计算	(63)
3.3.9	对称性处理	(63)
3.4	超音速偶极子网格法	(63)
3.4.1	计算模型	(63)
3.4.2	基本方程	(64)
3.4.3	下洗影响系数 D_{ij} 的计算	(65)
3.4.4	关于积分区域	(66)
3.4.5	对称性处理	(66)

3.5	跨音速有限差分法	(67)
3.5.1	基本方程	(67)
3.5.2	坐标变换	(69)
3.5.3	坐标变换后的速度势方程、边界条件和压力系数表达式	(72)
3.5.4	差分表达式	(72)
3.5.5	边界条件的嵌入	(74)
3.5.6	初始条件	(75)
3.5.7	定常空气动力的消去	(75)
3.6	格林函数法	(75)
3.7	非定常空气动力计算的近似方法	(78)
3.7.1	修正片条理论	(78)
3.7.2	活塞理论	(79)
3.8	广义空气动力的近似表达式	(79)
3.8.1	问题的提法	(79)
3.8.2	罗杰尔近似方法	(79)
第四章	模态和柔度矩阵的插值	(82)
4.1	引言	(82)
4.2	插值矩阵	(83)
4.3	线样条函数的插值矩阵	(84)
4.3.1	样条影响系数公式	(84)
4.3.2	模态插值	(85)
4.3.3	影响系数插值	(87)
4.4	面样条函数的插值矩阵	(87)
4.4.1	面样条函数公式	(87)
4.4.2	模态插值	(88)
4.4.3	影响系数插值	(90)
4.5	坐标变换	(91)
4.6	改善插值精度的措施	(91)
第五章	静气动弹性计算	(93)
5.1	引言	(93)
5.2	准静弹性飞机的运动方程	(93)
5.2.1	准静弹性假设	(93)
5.2.2	体轴系和结构轴系	(94)
5.2.3	准静弹性飞机运动方程的柔度影响系数表达式	(96)
5.2.4	准静弹性飞机运动方程的模态表达式	(97)
5.3	静气动弹性方程的求解	(99)
5.3.1	静气动弹性方程的应用	(99)
5.3.2	静气动弹性方程响应问题求解的一般步骤	(99)

5.3.3	空气动力导数的弹性修正	(104)
5.3.4	弹性载荷分布	(105)
5.3.5	发散速度	(105)
5.3.6	确定型架外形	(106)
5.4	亚超音速空气动力矩阵的计算	(106)
5.4.1	计算模型	(106)
5.4.2	翼的下洗影响系数矩阵	(109)
5.4.3	体的扰动速度矩阵	(113)
5.4.4	利用对称性降低空气动力矩阵阶数	(115)
5.5	跨音速空气动力计算	(116)
5.5.1	网格生成	(116)
5.5.2	全速势方程和边界条件	(118)
5.5.3	变换后的全速势方程和边界条件	(119)
5.5.4	差分格式	(121)
5.5.5	求解过程	(123)
5.6	空气动力矩阵的实验修正	(124)
第六章	颤振计算	(126)
6.1	颤振方程的形式	(126)
6.2	颤振方程的数值解	(126)
6.2.1	$V-g$ 法	(126)
6.2.2	ω 法	(131)
6.2.3	$p-k$ 法	(132)
6.3	颤振计算中的若干问题	(134)
6.3.1	一般考虑	(134)
6.3.2	无外挂物机翼	(135)
6.3.3	操纵面	(135)
6.3.4	调整片	(136)
6.3.5	外挂物	(137)
6.3.6	尾翼	(138)
6.3.7	结构非线性	(139)
第七章	突风响应计算	(143)
7.1	引言	(143)
7.2	弹性飞机突风响应的频率域方程	(144)
7.3	弹性飞机对连续大气紊流的响应	(144)
7.3.1	突风下洗	(144)
7.3.2	非定常空气动力	(145)
7.3.3	频率响应函数	(145)
7.3.4	响应功率谱	(146)
7.3.5	计算步骤	(146)

7.4	弹性飞机对离散突风的响应	(147)
7.5	弹性飞机突风响应计算实例	(149)
7.5.1	弹性飞机机身侧向加速度均方根值响应	(149)
7.5.2	离散突风激励下重心处侧向加速度响应	(149)
7.5.3	弹性飞机垂直尾翼弯矩和扭矩的均方根值响应	(149)
7.5.4	弹性飞机机翼弯矩和扭矩响应的功率谱密度曲线	(149)
7.5.5	弹性飞机机翼弯矩的离散突风响应	(150)
第八章	翼面结构的气动弹性优化设计	(151)
8.1	引言	(151)
8.1.1	优化设计	(151)
8.1.2	目标函数	(151)
8.1.3	约束条件	(151)
8.1.4	设计变量	(152)
8.1.5	优化方法	(152)
8.2	灵敏度分析	(152)
8.2.1	差分法	(152)
8.2.2	解析法	(153)
8.2.3	差分法和解析法的比较	(157)
8.3	优化准则法	(157)
8.3.1	单约束问题	(157)
8.3.2	多约束问题	(158)
8.4	非线性规划法	(159)
8.5	气动弹性剪裁	(161)
第九章	气动伺服弹性计算	(163)
9.1	引言	(163)
9.2	运动方程	(163)
9.2.1	运动方程的频率域表达式	(163)
9.2.2	运动方程的拉氏域表达式	(167)
9.3	稳定性计算	(168)
9.3.1	乃式图法	(168)
9.3.2	根轨迹法	(170)
9.3.3	$p-k$ 法	(171)
9.4	突风响应计算	(171)
9.5	需要注意的问题	(171)
第十章	刚度试验	(174)
10.1	引言	(174)
10.2	刚度试验的内容	(174)
10.2.1	柔度影响系数	(174)
10.2.2	操纵系统柔度	(175)

10.2.3	试件指定点的变形	(176)
10.2.4	切面刚度和刚心位置	(176)
10.2.5	使用载荷下的变形	(176)
10.3	刚度试验的一般要求	(176)
10.3.1	加载和测量点的选择	(176)
10.3.2	对测试仪器的一般要求	(176)
10.3.3	加载和测量仪器量程的选择	(176)
10.3.4	试件的非线性	(176)
10.3.5	对试验结果的检查	(177)
10.4	试件	(177)
10.5	支持系统	(177)
10.5.1	支持系统的形式	(178)
10.5.2	支持系统的变形	(178)
10.5.3	支持系统的非线性	(178)
10.6	加载系统	(178)
10.6.1	力发生器	(178)
10.6.2	传力装置	(178)
10.6.3	测力装置	(178)
10.6.4	协调加载	(179)
10.7	测位移系统	(179)
10.7.1	线位移测量	(179)
10.7.2	角位移测量	(179)
10.8	数据的采集和处理	(180)
第十一章	飞机地面振动试验	(182)
11.1	概述	(182)
11.2	试验的内容	(182)
11.3	试验系统的组成	(182)
11.4	对被试飞机的要求	(183)
11.5	支持系统	(183)
11.6	激励系统	(184)
11.6.1	一般要求	(184)
11.6.2	激振器布置的原则	(184)
11.6.3	激振器同被试飞机的联接	(184)
11.6.4	激振力的标定和测量	(185)
11.7	响应测量系统	(185)
11.7.1	一般要求	(185)
11.7.2	响应传感器的布置原则	(185)
11.7.3	响应传感器的选择	(186)
11.7.4	响应传感器的标定	(186)

11.8	基于相位共振原理的多点正弦式调力方法	(186)
11.8.1	试验原理	(186)
11.8.2	初步确定固有频率分布	(187)
11.8.3	模态分离	(187)
11.8.4	固有模态的测量	(188)
11.8.5	广义质量和阻尼系数的测量	(189)
11.8.6	全机模态的判别	(191)
11.8.7	与模态参数识别技术的联合使用	(193)
11.9	基于模态参数识别技术的多点随机激励方法	(193)
11.10	试验的实施步骤	(193)
第十二章	飞行控制系统特性的地面试验	(195)
12.1	引言	(195)
12.2	助力系统动特性试验	(195)
12.2.1	试验内容的确定	(195)
12.2.2	试验方法	(199)
12.3	地面稳定性试验	(201)
12.3.1	地面开环频率响应试验	(201)
12.3.2	脉冲响应试验	(205)
第十三章	非定常压力分布测量	(207)
13.1	引言	(207)
13.2	试验要求	(207)
13.3	模型	(207)
13.4	传感器	(208)
13.4.1	对传感的要求	(208)
13.4.2	传感器的安装	(208)
13.4.3	传感器的标定	(208)
13.5	脉动压力的测量	(210)
13.6	谐振压力测量	(211)
第十四章	气动弹性风洞试验模型	(215)
14.1	引言	(215)
14.2	气动弹性风洞试验的相似要求	(215)
14.2.1	颤振试验	(215)
14.2.2	嗡鸣试验	(217)
14.2.3	突风响应试验	(217)
14.2.4	抖振试验	(217)
14.2.5	静气动弹性试验	(218)
14.3	模型相似比例的选择	(218)
14.3.1	高速风洞颤振试验	(218)
14.3.2	低速风洞颤振试验	(222)

14.3.3	嗡鸣试验	(223)
14.3.4	突风响应试验	(223)
14.3.5	抖振试验	(223)
14.3.6	静气动弹性试验	(223)
14.4	对颤振模型的一般要求	(223)
14.5	低速颤振模型	(223)
14.5.1	可以忽略弦向变形的翼面	(224)
14.5.2	不可忽略弦向变形的翼面	(228)
14.5.3	全动尾翼和操纵面颤振模型	(230)
14.5.4	外挂系统	(232)
14.5.5	机身	(235)
14.5.6	组合部件和全机	(235)
14.5.7	燃油和动力装置	(236)
14.6	高速颤振模型	(236)
14.7	其它气动弹性模型	(237)
14.7.1	操纵面嗡鸣模型	(237)
14.7.2	静气动弹性模型	(237)
14.8	地面校核试验	(238)
14.8.1	惯性试验	(238)
14.8.2	刚度试验	(239)
14.8.3	共振试验	(239)
第十五章	颤振模型的风洞试验	(240)
15.1	对风洞试验的要求	(240)
15.2	风洞运转方式和气流参数的测量	(240)
15.3	模型的支持形式	(241)
15.3.1	低速模型	(241)
15.3.2	高速模型	(244)
15.4	风洞和模型的防护	(244)
15.4.1	风洞的防护	(244)
15.4.2	低速模型的防护	(244)
15.4.3	跨音速模型的防护	(245)
15.4.4	超音速模型的防护	(245)
15.5	零风速校核试验	(245)
15.6	颤振临界条件的判断和测定	(246)
15.7	亚临界响应的测量与分析	(247)
15.7.1	测量与分析框图	(247)
15.7.2	随机衰减分析与频谱分析	(247)
15.7.3	指数函数拟合	(249)
15.8	试验结果应用的一些问题	(251)

第十六章	飞行颤振试验	(254)
16.1	引言	(254)
16.2	试验原理	(254)
16.2.1	脉冲激励力	(254)
16.2.2	简谐激励	(255)
16.2.3	扫描激励	(255)
16.2.4	随机激励	(255)
16.3	飞机的激励	(256)
16.3.1	固体小火箭激励	(256)
16.3.2	脉冲驾驶杆	(258)
16.3.3	紊流激励	(258)
16.3.4	激励方法的选择和激励点的布置	(259)
16.4	参数的测量	(259)
16.4.1	飞行参数的测量	(259)
16.4.2	结构响应的测量	(260)
16.4.3	试验数据的记录和传输	(261)
16.5	数据处理	(262)
16.6	颤振余量的估计	(265)
16.7	飞行颤振试验的准备	(265)
16.7.1	明确试验依据	(265)
16.7.2	确定试验方案	(265)
16.7.3	编制试飞大纲	(266)
16.7.4	地面试验	(267)
16.7.5	试飞员的准备	(267)
16.7.6	制定安全措施	(267)
附录 A	动态信号处理和模态参数识别	(268)
A.1	引言	(268)
A.2	动态信号数据采集	(268)
A.2.1	采样、频率混叠与抗混滤波	(268)
A.2.2	量化、量化误差与程控放大	(270)
A.3	动态信号谱分析	(270)
A.3.1	频谱和功率谱	(270)
A.3.2	泄漏误差	(271)
A.3.3	统计误差与平均处理	(273)
A.3.4	动态信号分析系统	(273)
A.4	频率响应函数估计	(275)
A.4.1	动态系统的输入—输出关系	(275)
A.4.2	稳态正弦激励 <i>FRF</i> 测量	(276)
A.4.3	宽频带激励 <i>FRF</i> 测量	(276)

A. 4. 4	相干性检验	(277)
A. 4. 5	频率响应函数估计	(279)
A. 5	频率域模态参数识别	(281)
A. 5. 1	单模态情况	(281)
A. 5. 2	多模态情况	(283)
A. 5. 3	多输入—多输出情况频率域多参考点法	(285)
A. 6	时间域模态参数识别	(286)
A. 6. 1	最小二乘复指数识别方法(LSCE)	(286)
A. 6. 2	ITD 方法	(287)
A. 6. 3	多输入—多输出情况,多参考点复指数法(PRCE)	(288)

第一章 结构模型化

1.1 引言

飞机结构具有无限个自由度,由力学特性很不相同的各种构件组成,而且还有许多不连续的区域。要对结构进行计算分析,必须首先将真实结构简化成有限自由度的计算模型。这种简化过程通常称为结构模型化。

结构模型化有各种方法。目前使用最多的是有限元素法,就是将结构离散化为有限个结点和连接这些结点的有限个元素。这是一个相当复杂的过程。结构模型化合理与否,直接影响分析工作量和结果的精度,甚至影响分析的成败。结构模型化的原则是,在满足精度要求的前提下,尽量使模型简化,以减小分析工作量。

结构模型化必须抓住主要矛盾。分清主要因素和次要因素,区别对待,确定必须进行详细分析和可以从简的部件(或部位)。例如,分析机翼的振动特性时,机翼结构就应该进行详细的模拟,而机身、垂直尾翼和水平尾翼的结构就可以进行较大的简化。

结构模型化的方法与分析目的有关。用于静力分析的结构有限元模型(简称静力模型)和用于气动弹性分析的结构有限元模型(简称气动弹性模型)主要有以下差异:

(1) 静力分析的严重情况是大载荷情况,对于受压部件,必须考虑失稳问题。气动弹性分析的临界情况一般是非高载情况下的微幅振动,因而可以不考虑受压部件的失稳问题。

(2) 气动弹性分析着眼于飞机的总体特性,而不是结构的细节特性。因而气动弹性模型可以在静力模型的基础上进行简化。但随着计算能力的提高,有时会认为,新建立一个气动弹性模型还不如直接用静力模型节省人力,所以有时并不进行大的简化。一般来说,对于小展弦比翼面,气动弹性模型和静力模型比较接近;而对于大展弦比翼面,气动弹性分析往往采用单梁模型,它和静力模型迥然不同。

在气动弹性分析中,静气动弹性分析和动气动弹性分析所用的结构模型一般是大体相同的。静气动弹性分析模型可以略为简化。动气动弹性分析中要考虑惯性特性,包括燃油的惯性特性以及随频率变化的环节,如伺服系统。本章的讨论主要针对动气动弹性分析模型。

1.2 有限元模型的建立

1.2.1 结构离散化

结构离散化有两种方法:第一种是直接根据结构根据其特点分解成杆元、梁元、钣元、弹簧元以及刚性元等。这些元素的参数可以直接根据结构图纸计算,但所生成的模型,自由度往往较高。当然这种离散化模型也可以有相当大的差别,可以详细到每个结构件都对应一个元素,也可以简化,把几个纵向构件(如桁条)或横向构件(如肋)合并为一个元素。第二种方法是先将结构简化为一维或二维弹性体,如梁、梁架、钣等,再分别分解成若干梁元、杆元、钣元等。这样生成的模型自由度较前者为低。但元素参数需根据真实结构的特性进行细致的当量化处理。为了验证简化的合理性,最好将模型的若干结点处的柔度影响系数或刚度影响系数与原结构进行比较,对模型及其元素的参数进行必要的调整。

1.2.2 坐标系

为了方便,通常使用以下三种直角坐标系:

- (1) 元素坐标系(o_e, x_e, y_e, z_e),如图 1-1(a) 所示;
- (2) 部件坐标系(o_c, x_c, y_c, z_c),如图 1-1(b) 所示;
- (3) 全机坐标系(o_a, x_a, y_a, z_a),如图 1-1(c) 所示。

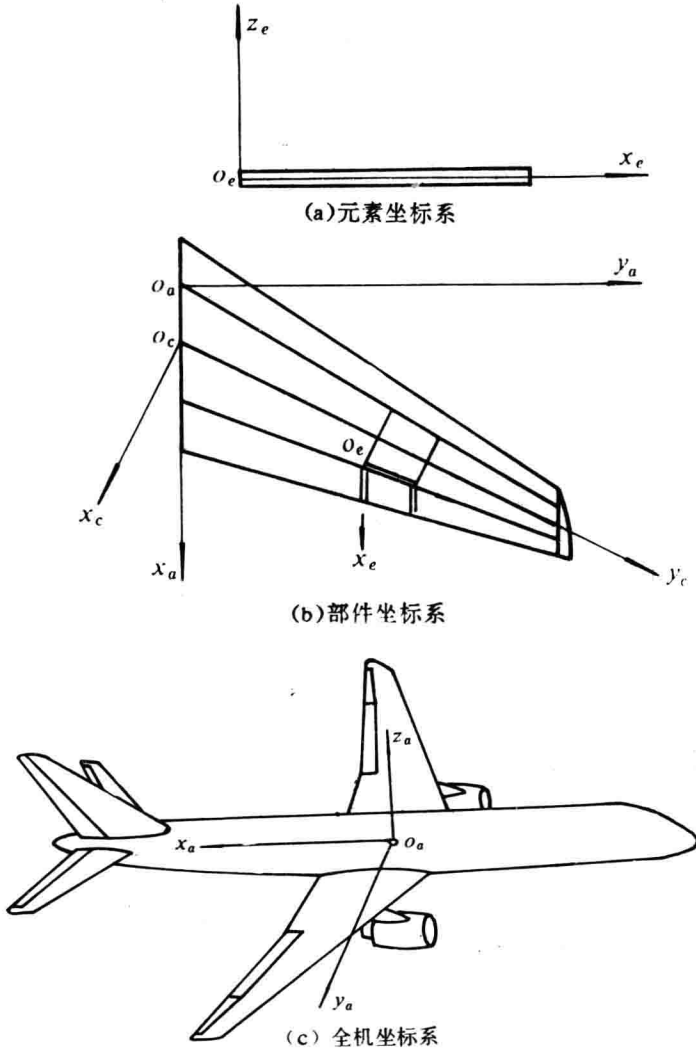


图 1-1 坐标系

1.2.3 结点

有限元模型的结点,一般位于实际结构构件的交点处。结点数目决定着模型的规模,应该在保证精度的前提下尽量少取。但是必须保证,每个元素的最低一阶固有频率必须不低于实际结构该元素的最低固有频率。而且结点的位置和数量要便于结点位移或模态的处理。对于不能忽略弦向变形的翼面,每个弦向截面上应至少要有三个结点。

结点位移包括三个坐标轴方向的线位移和绕三个坐标轴的角位移,分别用 $u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6$ 表示,每一种线位移或角位移称为一个自由度上的位移。相应的结点载荷是三个坐标轴