高校经典教材同步辅导丛书

配套高教版·张禾瑞主编

近世代数基础（修订版）

同步辅导及习题全解

主编 苏蕊

- 知识点窍
- 逻辑推理
- 习题全解
- 全真考题
- 名师执笔
- 题型归类

新版

中国水利水电出版社

www.waterpub.com.cn

高校经典教材同步辅导丛书

近世代数基础（修订版）同步辅导及习题全解

主编　苏蕊

中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书是与高等教育出版社，张禾瑞主编的《近世代数基础（修订版）》一书配套的同步辅导及习题全解辅导书。

本书共有五章，分别介绍基本概念、群论、环与域、整环里的因子分解、扩域。本书按教材内容安排全书结构，各章均包括学习指南、知识回顾、典型例题与解题技巧、课后习题全解四部分内容。全书按教材内容，针对各章节习题给出详细解答，思路清晰，逻辑性强，循序渐进地帮助读者分析并解决问题，内容详尽，简明易懂。

本书可作为高等院校学生学习《近世代数基础（修订版）》课程的辅导教材，也可作为考研人员复习备考的辅导教材，同时可供教师备课命题作为参考资料。

图书在版编目（C I P）数据

近世代数基础（修订版）同步辅导及习题全解 / 苏蕊主编. -- 北京 : 中国水利水电出版社, 2013.11
（高校经典教材同步辅导丛书）
ISBN 978-7-5170-1470-6

Ⅰ. ①近… Ⅱ. ①苏… Ⅲ. ①抽象代数－高等学校－教学参考资料 Ⅳ. ①O153

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第288246号

策划编辑：杨庆川　责任编辑：李　炎　加工编辑：田新颖　封面设计：李　佳

书　名	高校经典教材同步辅导丛书 近世代数基础（修订版）同步辅导及习题全解
作　者	主编　苏蕊
出版发行	中国水利水电出版社 （北京市海淀区玉渊潭南路 1 号 D 座　100038） 网址：www.waterpub.com.cn E-mail：mchannel@263.net（万水） sales@waterpub.com.cn 电话：(010）68367658（发行部）、82562819（万水）
经　售	北京科水图书销售中心（零售） 电话：(010）88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排　版	北京万水电子信息有限公司
印　刷	北京正合鼎业印刷技术有限公司
规　格	170mm×227mm　16 开本　8.5 印张　150 千字
版　次	2013 年 11 月第 1 版　2013 年 11 月第 1 次印刷
印　数	0001—6000 册
定　价	13.80 元

前言

张禾瑞主编的《近世代数基础(修订版)》以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出的特点成为这门课程的经典教材,被全国许多院校采用。为了帮助读者更好地学习这门课程,掌握更多的知识,我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《近世代数基础(修订版)同步辅导及习题全解》。本书旨在使广大读者理解基本概念,掌握基本知识,学会基本解题方法与解题技巧,进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材,具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。考虑《近世代数基础(修订版)》这门课程的特点,我们在内容上作了以下安排:

1. **学习指南**:每章前面均对本章重点、难点进行了梳理。

2. **知识点回顾**:每章前面均对本章的知识要点、定义、定理进行了整理。综合众多参考资料,归纳了本章几乎所有的考点,便于读者学习与复习 。

3. **典型例题与解题技巧**:该部分选取了一些具有启发性或综合性较强的经典例题,对所给例题先进行分析,再给出详细解答,意在抛砖引玉。

4. **习题全解**。对教材的课后习题进行了详细地解答。从多个角度帮助学生理解基本概念和基本理论,促其掌握基本解题方法。

由于时间较仓促,编者水平有限,书中难免有疏漏之处,敬请各位同行和读者给予批评、指正。

编者
2013 年 11 月

目 录

contents

第一章

基本概念

学习指南

（其中字体加粗为重点，字体斜体为难点）

1. 熟练掌握集合与映射的概念，**深刻理解映射的一般性定义**；

2. 掌握代数运算的概念，了解集合的代数运算的含义；

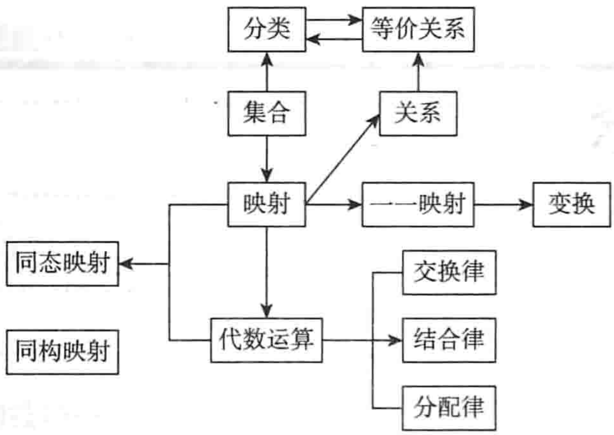
3. 了解集合的代数运算的几个规律：结合律、交换律、分配律，并了解其相关定理，熟练掌握证明某个代数运算适合某个规律的方法；

4. 掌握满射、单射、一一映射的概念，熟练掌握变换，特别是一一**变换的概念**；

5. **理解同态映射与同态满射的概念**，*深刻理解同构映射与自同构的概念*；

6. 了解关系、集合的分类、类的代表的概念，**熟练掌握等价关系的概念**与证明方法，了解集合的元间的等价关系与分类的联系，了解同余关系；

知识回顾



定义

集合、元素:

若干个(有限或无限多个)固定事物的全体叫做一个集合(简称集). 组成一个集合的事物叫做这个集合的元素(有时间称元).

空集合:

一个没有元素的集合叫做空集合.

子集、真子集:

若集合 B 的每一个元都属于集合 A,我们说,B 是 A 的子集,不然的话,我们说,B 不是 A 的子集,B 是 A 的子集,我们说,B 属于 A,或是说,A 包含 B,用符号

$$B \subset A \quad \text{或是} \quad A \supset B$$

来表示. B 不是 A 的子集,我们说,B 不属于 A,或是说,A 不包含 B,用符号

$$B \not\subset A \quad \text{或是} \quad A \not\supset B$$

来表示.

若集合 B 是集合 A 的子集,而且至少有一个 A 的不属于 B,我们就说,B 是 A 的真子集;不然的话,我们说,B 不是 A 的真子集.

共同元:

一个元 a 若同时属于 A 和 B 两个集合,我们说,a 是 A 和 B 共同元.

交集：

集合 A 和集合 B 的所有共同元所组成的集合叫做 A 和 B 的交集，用符号 $A\cap B$ 来表示.

并集：

由至少属于集合 A 和 B 之一的一切元素组成的集合叫做 A 和 B 的并集. 用符号 $A\cup B$ 来表示.

集合的积：

令 $A_1, A_2, \cdots A_n$ 是 n 个集合. 由一切从 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 里顺序取出的元素组 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ $(a_i \in A_i)$ 所做成的集合叫做集合 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 的积，记成

$$A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$$

映射、象、逆象：

假如通过一个法则 ϕ，对于任何一个 $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$ 的元 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ $(a_i \in A_i)$，都能得到一个唯一的 D 的元 d，那么这个法则 ϕ 叫做集合 $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n$ 到集合 D 的一个映射；元 d 叫做元 $(a_1, a_2, \cdots a_n)$ 在映射 ϕ 之下的象；元 $(a_1, a_2, \cdots, a_n)$ 叫做元 d 在 ϕ 下的一个逆象.

一个映射我们常用以下符号来描写，

$$\phi_s: \qquad (a_1, a_2 \cdots, a_n) \longrightarrow d = \phi(a_1, a_2, \cdots, a_n)$$

代数运算：

一个 $A\times B$ 到 D 的映射叫做一个 $A\times B$ 到 D 的代数运算.

运算表：

在 A 和 B 都是限集合的时候，一个 $A\times B$ 到 D 的代数运算，我们常用一个表，叫做运算表来说明，假定 A 有 n 个元 $a_1, \cdots, a_n$，B 有 m 个元 $b_1, \cdots, b_m$，

$$\circ: \qquad (a_i, b_j) \longrightarrow d_{ij}$$

是所给的代数运算，则该代数运算的运算表是

	b_1	b_2	$\cdots$	b_m
a_1	d_{11}	d_{12}	$\cdots$	d_{1m}
a_2	d_{21}	d_{22}	$\cdots$	d_{2m}
$\vdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_n	d_{n1}	d_{n2}	$\cdots$	d_{nm}

二元运算:

假如$\circ$是一个$A\times A$到A的代数运算,我们就说,集合A对于代数运算$\circ$来说是闭的,也说$\circ$是A的代数运算或二元运算.

结合律:

一个集合A的代数运算$\circ$适合结合律,对于A的任何三个元a,b,c来说,都有

$$(a\circ b)\circ c=a\circ(b\circ c)$$

交换律:

我们说,一个$A\times A$到D的代数运算$\circ$适合交换律,对于A的任何两个元a,b来说,都有

$$a\circ b=b\circ a$$

分配率(第一分配律、第二分配律):

我们说,代数运算$\odot$,$\oplus$适合第一个分配律,假如对于B的任何b,A的任何a_1,a_2来说,都有

$$b\odot(a_1\oplus a_2)=(b\odot a_1)\oplus(b\odot a_2)$$

我们说,代数运算$\odot$,$\oplus$适合第二个分配律,假如对于B的任何b,A的任何a_1,a_2来说,都有

$$(a_1\oplus a_2)\odot b=(a_1\odot b)\oplus(a_2\odot b)$$

满射、单射、一一映射

若是一个集合A到集合$\overline{A}$的映射ϕ下.$\overline{A}$的每一个元都是至少是A中某一个元的象,那么ϕ叫做一个A到$\overline{A}$的满射.一个A到$\overline{A}$的映射$\phi_1:a\longrightarrow\overline{a}$叫做一个$A$到$\overline{A}$的单射,假如

$$a\neq b\Rightarrow\overline{a}\neq\overline{b}$$

假如一个集合A到集合$\overline{A}$的映射ϕ既是满射又是单射,那么ϕ叫做一个A与$\overline{A}$间的一一映射

变换:一个A到A的映射叫做A的一个变换.

满射变换:单射变换、一一变换:

一个A到A的满射,单射或A与A间的一一映射叫做A的一个满射变换,单射变换是一一变换.

同态映射:

一个A到$\overline{A}$的映射ϕ,叫做一个对于代数运算$\circ$和$\bar{\circ}$来说的,A到$\overline{A}$的同态映射,

在 ϕ 之下,不管 a 和 b 是 A 的哪两个元,只要

$$a \longrightarrow \bar{a}, b \longrightarrow \bar{b}$$

就有 $$a \circ b \longrightarrow \bar{a} \bar{\circ} \bar{b}$$

同态满射:

假如对于代数运算 $\circ$ 和 $\bar{\circ}$ 来说,有一个 A 到 $\bar{A}$ 的满射的同态映射存在,我们就说,这个映射是一个同态满射,并说,对于代数运算 $\circ$ 和 $\bar{\circ}$ 来说,A 与 $\bar{A}$ 同态.

同构映射(简称同构):

我们说,一个 A 与 $\bar{A}$ 间的一一映射 ϕ 是一个对于代数运算 $\circ$ 与 $\bar{\circ}$ 来说,A 与 $\bar{A}$ 间的同构映射(简称同构),假如在 ϕ 之下,不管 a,b 是 A 哪两个元,只要

$$a \longrightarrow \bar{a}, b \longrightarrow \bar{b}$$

就有 $$a \circ b \longrightarrow \bar{a} \bar{\circ} \bar{b}$$

自同构:

对于 $\circ$ 与 $\circ$ 来说的一个 A 与 A 间的同构映射叫做一个对于 $\circ$ 来说的 A 的自同构.

关系:一个 $A \times A$ 到 D 的映射 R 叫做 A 的元间的一个关系.

等价关系:

集合 A 的元间的一个关系 $\sim$ 叫做一个等价关系,假如 $\sim$ 满足以下规律;

Ⅰ. 反射律:$a \sim a$,不管 a 是 A 的哪一个元

Ⅱ. 对称律:$a \sim b \Rightarrow b \sim a$

Ⅲ. 推移律:$a \sim b, b \sim c \Rightarrow a \sim c$

若 $a \sim b$,我们说,a 与 b 等价.

集合的一个分类:

若把一个集合 A 分成若干个叫做类的子集,使得 A 的每一个元属于而且只属于一个类,那么这些类的全体叫做集合 A 的一个分类.

类的代表、全体代表团:

假定我们有一个集合的一个分类,那么,一个类里的任何一个元叫做这个类的一个代表,刚好由每一类的一个代表作成的集合叫做一个全体代表团.

同余关系、剩余类:

取一个固定的整数 $n > 0$,规定 A 的元间的一个关系 R,

$$aRb, \text{当且只当 } n \mid a-b \text{ 的时候.}$$

这里,符号 $n \mid a-b$ 表示 n 能整除 $a-b$,这显然是一个等价关系,这个等价关系的普通叫做模 n 的同余关系,并且用

$$a = b(n)$$

来表示(读成 a 回余 b 模 n).

这个等价关系决定 A 的一个分类,这样得来的类叫做模 n 的剩余类. 这个等价关系有 n 个不同的剩余类,就是:

$$[\ 0\ ] = \{\cdots,\quad -2n,\quad -n,\quad 0,\quad n,\quad 2n,\quad \cdots\}$$

$$[\ 1\ ] = \{\cdots,\quad -2n+1,\quad -n+1,\quad 1,\quad n+1,\quad 2n+1,\quad \cdots\}$$

……………………………………………………………………

$$[n-1] = \{\cdots,\quad -n-1,\quad -1,\quad n-1,\quad 2n-1,\quad 3n-1,\quad \cdots\}$$

定理

结合律定理:

假如一个集合 A 的代数运算 $\circ$ 适合结合律,那么对于 A 的任意 $n(n \geqslant 2)$ 个元 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 来说,所有的 $\pi(a_1 \circ a_2 \circ \cdots \circ a_n)$ 都相等;因此符号 $a_1 \circ a_2 \circ \cdots \circ a_n$ 也就总有意义.

交换律定理:

假如一个集合 A 的代数运算 $\circ$ 同时适合结合律与交换律,那么在 $a_1 \circ a_2 \circ \cdots \circ a_n$ 里,元的次序可以掉换.

分配律定理 1:

假如 $\oplus$ 适合结合律,而且 $\odot$, $\oplus$ 适合第一分配律,那么对于 B 的任何 b, A 的任何 $a_1, a_2, \cdots, a_o$ 来说,

$$b \odot (a_1 \oplus \cdots \oplus a_2) = (b \odot a_1) \oplus \cdots \oplus (b \odot a_o)$$

分配律定理 2:

假如 $\oplus$ 适合结合律,而且 $\odot$, $\oplus$ 适合第二分配律,那么对于 B 的任何 b, A 的任何 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 来说,

$$(a_1 \oplus \cdots \oplus a_2) \odot b = (a_1 \odot b) \oplus \cdots \oplus (a_2 \odot b)$$

一一映射定理:

一个 A 与 $\overline{A}$ 间的一一映射 ϕ 带来的一个通常用 ϕ^{-1} 表示的 $\overline{A}$ 与 A 间的一一映射.

同态定理 1:

假定,对于代数运算 $\circ$ 和 $\bar{\circ}$ 来说, A 与 $\overline{A}$ 同态,那么,(ⅰ) 若 $\circ$ 适合结合律, $\bar{\circ}$ 也适合结合律;(ⅱ) 若 $\circ$ 适合交换律, $\bar{\circ}$ 也适合交换律,

同态定理 2：

假定，$\odot$，$\oplus$ 都是集合 A 的代数运算，$\overline{\odot}$，$\overline{\oplus}$ 都是集合 $\overline{A}$ 的代数运算，并且存在一个 A 到 $\overline{A}$ 的满射 ϕ，使用 A 与 $\overline{A}$ 对于代数运算 $\odot$，$\overline{\odot}$ 来说同态，对于代数运算 $\oplus$，$\overline{\oplus}$ 来说也同态，那么，（ⅰ）若 $\odot$，$\oplus$ 适合第一分配律，$\overline{\odot}$，$\overline{\oplus}$ 也适合第一分配律（ⅱ）若 $\odot$，$\oplus$ 适合第二分配律，$\overline{\odot}$，$\overline{\oplus}$ 也适合第二分配律.

等价关系定理 1：

集合 A 的一个分类决定 A 的元间的一个等价关系.

等价关系定理 2：

集合 A 的元间的一个等价关系 $\sim$ 决定 A 的一个分类

典型例题与解题技巧

题型 Ⅰ 证明给定的集合的代数运算适合结合律、交换律或分配律

［思路点拨］ 验证结合律、交换律或分配律此类运算规律时，在肯定运算适合某种运算规律时要按定义做出一般证明，具体定义可参照“知识回顾”；验证否定时，举出一个反例即可.

在验证过程时，要对一切可能的元素组合一一进行检验，不要遗漏，特别对于有限集合而言；验证过程中，尽量寻找规律，使几种情况可以一起集中进行检验，减小计算量.

【例 1-1】 设 M 是正整数集，则 M 的代数运算

$$a \circ b = ab + 1$$

不满足结合律.

解题过程 因为

$$(a \circ b) \circ c = abc + c + 1, a \circ (b \circ c) = abc + a + 1,$$

而一般 $abc + c + 1 \neq abc + a + 1$，即 $(a \circ b) \circ c \neq a \circ (b \circ c)$，除非 $a = c$.

例如，取 $a = 1, b = 1, c = 2$，得

$$(a \circ b) \circ c = 5 \neq a \circ (b \circ c) = 4.$$

【例 1-2】 设 $A=B=\mathbb{Z}$.

$\oplus$:普通加法是 A 的代数运算.

$\odot$:$b\odot a=b+1$ 是 $B\times A$ 到 A 的代数运算. 问 $\odot$, $\oplus$ 是否适合第一分配律?

解题过程 $\forall a_1,a_2\in A, b\in B$.

$$b\odot(a_1\oplus a_2)=b+1$$

$$(b\odot a_1)\oplus(b\odot a_2)=(b+1)+(b+1)=2(b+1)$$

当 $b\neq -1$ 时,

$$b+1\neq 2(b+1).$$

所以 $\odot$, $\oplus$ 不适合第一分配律.

【例 1-3】 若集合 A 的代数运算 $\odot$, $\oplus$ 适合第一分配律,则 $\odot$, $\oplus$ 一定适合第二分配律吗?

解题过程 未必,例,取 A 为正实数集 $\mathbb{R}^+$

$$\odot_1\ a\odot b=\frac{b}{a},\ \oplus_1\ a\oplus b=a+b$$

是 $\mathbb{R}^+$ 的两个代数运算. 因

$$b\odot(a_1\oplus a_2)=b\odot(a_1+a_2)=\frac{a_1+a_2}{b}=\frac{a_1}{b}+\frac{a_2}{b}$$

$$=(b\odot a_1)\oplus(b\odot a_2).$$

故 $\odot$, $\oplus$ 适合第一分配律,取 $a_1=1, a_2=1, b=2$.

$$(a_1\oplus a_2)\odot b=(1+1)\odot 2=\frac{2}{2}=1,$$

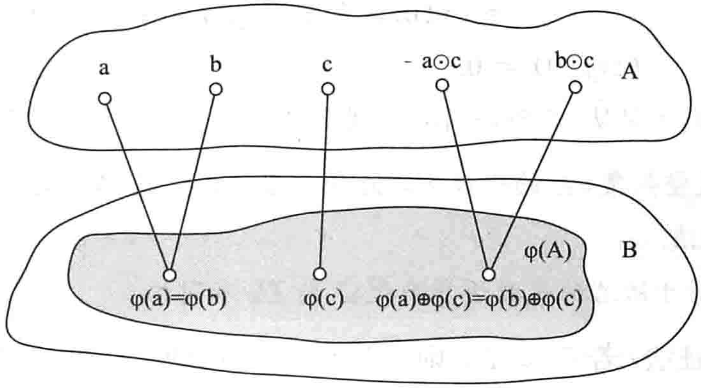
$$(a_1\odot b)\oplus(a_2\odot b)=\frac{2}{1}+\frac{2}{1}=4,$$

从而 $\odot$, $\oplus$ 不适合第二分配律.

题型 Ⅱ 证明给定的集合和代数运算同态或同构

［思路点拨］ 验证某个映射是同态映射或是同构映射时,要按定义做出一般证明,具体定义可参照“知识回顾”;特别,在验证同构映射时,需要先证明映射是一一映射. 对于集合 A 到集合 B 的同态映射 φ,对于是 A 和 B 上的代数

运算 $\odot$ 和 $\oplus$,它们的相互联系如下图所示.



【例 1-4】 对于整数集 I,·是普通乘法运算,集合 $B=\{$正,负,零$\}$,$\odot$ 是定义在 B 上的二元运算,运算表如下,

$\odot$	正	负	零
正	正	负	零
负	负	正	零
零	零	零	零

解题过程　映射 f: I $\to B$ 如下:

$$f(n)=\begin{cases}\text{正} & \text{若 } n>0\\ \text{负} & \text{若 } n<0\\ \text{零} & \text{若 } n=0\end{cases}$$

显然,对于任意的 $a,b\in$ I,有

$$f(a\cdot b)=f(a)\odot f(b)$$

因此,映射 f 是由集合 I 到集合 B 的一个同态映射.

【例 1-5】 N 是自然数集合,+ 是 $\mathbb{N}$ 上的普通加法运算.

设 $\mathrm{N}_k\{0,1,2\cdots,k-1\}$,$+_k$ 是定义在 N 上的模 k 加法运算.

设函数 $f:\mathbb{N}\to\mathbb{N}_k$ 定义为

$$f(x)=x(\bmod k)$$

证明:f 是从 $\mathbb{N}$ 到 $\mathbb{N}_k$ 的一个同态满射.

解题过程　(a) 显然,f 是 $\mathbb{N}$ 到 $\mathbb{N}_k$ 的满射.

(b) 任取 $x,y\in\mathbb{N}$,有

$$f(x+y) = (x+y)(\bmod k) = (x(\bmod k) + y(\bmod k))(\bmod k)$$
$$= (x(\bmod k)) +_k (y(\bmod k)) = f(x) +_k f(y)$$

(c) $f(0) = 0$.

所以,f 是从 $< \mathbb{N}, +, 0 >$ 到 $< \mathbb{N}_k, +_k, 0 >$ 的一个同态满射

【例 1-6】 设 $\mathbb{Z}$ 是整数集,$\mathbb{Z}$ 的代数运算是普通乘法,$\mathbb{Z}_0$ 是偶数集,$\mathbb{Z}_0$ 的代数运算是普通乘法.

证明:对于所给的代数运算来说 $\mathbb{Z}$ 与 $\mathbb{Z}_0$ 不同构.

解题过程 (反证法)若 $\mathbb{Z} \approx \mathbb{Z}_0$,则存在 $\mathbb{Z}$ 与 $\mathbb{Z}_0$ 间的一个同构映射,设为 ϕ. 又设

$$\phi: 1 \to a.$$

由 ϕ 保持运算,有

$$\phi: 1 \cdot 1 \to a \cdot a.$$

由于 $1 = 1 \cdot 1$,ϕ 中映射,有 $a = a \cdot a = a^1 \Rightarrow a^2 - a = 0 \Rightarrow a(a-1) = 0$.

因 $a \in \mathbb{Z}_0$,故 $a \neq 1$. 从面 $a = 0$,即

$$\phi: 1 \to 0.$$

设

$$\phi: 2 \to b.$$

由 ϕ 保持运算,有

$$\phi: 1 \cdot 2 = 2 \to 0 \cdot b = 0.$$

但 ϕ 是单射,0 在 ϕ 下的逆象唯一,即 $1 = 2$,此为不可能,故 $\mathbb{Z} \not\approx \mathbb{Z}_0$.

题型 Ⅲ 证明给定的集合和关系是等价关系

[思路点拨] 验证等价关系时,可以按照如下定义做出一般性证明,设 R 是集合 A 的元间的一个关系,则 R 是 A 的元间的一个等价关系

$\Leftrightarrow$ ① 反射律:$\forall a \in A$,都有 aRb;

② 对称律:$\forall a, b \in A, aRb \Rightarrow bRa$;

③ 推移律:$\forall a, b, c \in A, aRb, bRc \Rightarrow aRc$.

【例 1-7】设 R 是集 A 的元间的一个关系. 证明:

1) R 是 A 的元间的一个等价关系

$\Leftrightarrow$ ① $\forall a \in A, aRa$;

② $\forall a,b,c \in A, aRb, aRc \Rightarrow bRc$.

2) R 是 A 的元间的一个等价关系

$\Leftrightarrow$ ① 反射律: $\forall a \in A, aRa$;

② 循环律: $\forall a,b,c \in A, aRb, bRc \Rightarrow cRa$.

解题过程 1)($\Rightarrow$)① 显然成立, $\forall a,b,c \in A, aRb, aRc$, 由对称律, bRa, 由推移律, aRc, 所以 ② 成立.

($\Leftarrow$) 反射律已成立. $\forall a,b \in A, aRb$, 由 ①, aRa, 由 ②, bRa, 所以对称律成立, $\forall a,b,c \in A, aRb, bRc$, 由对称律, bRa. 由 ②, aRc, 所以推移律成立, 于是 R 是 A 的元间的一个等价关系.

2)($\Rightarrow$)① 已成立, $\forall a,b,c \in A, aRb, bRc$, 由推移律, aRc, 由对称律, cRa, 所以 ② 成立.

($\Leftarrow$) 反射律成立, $\forall a,b \in A, aRb$, 由 ①, bRb, 由 ②, bRa, 所以对称律成立. $\forall a,b,c, \in A, aRb, bRc$, 由 ②, cRa, 由对称律 aRc, 所以推移律成立, 于是 R 是 A 的元间的一个等价关系.

习题全解

1.1 集 合

1. $B \subset A$, 但 B 不是 A 的真子集, 这个情况什么时候才能出现?

解题过程 这种这种情况只有当 $A = B$ 的时候, 才能出现.

按照题给条件和真子集的定义, 可知, A 的所有元素都属于 B, 即 $A \subset B$, 则由

$$B \subset A, A \subset B$$

得 $A = B$, 所以上述情况在 $A = B$ 时才能出现.