



面向 21 世纪 课 程 教 材
Textbook Series for 21st Century

大 学 数 学

微积分及其在
生命科学、经济管理中应用

第四版

主编 谢季坚 邓小炎

高等 教育 出 版 社

014057948

面向 21 世纪 课 程 教 材

Textbook Series for 21st Century

013
199-4

大 学 数 学

D A X U E S H U X U E

微积分及其在 生命科学、经济管理中应用

第四版



主 编 谢季坚 邓小炎

副主编 殷建肃 刘承平 陈华锋

王建平 张安玲

013
199-4



北航 C1742722

高等 教育 出 版 社 · 北京

内容简介

本书第一版是面向 21 世纪课程教材，曾荣获 2002 年全国普通高等学校优秀教材二等奖。第二版是普通高等教育“十五”国家级规划教材，曾荣获 2005 年国家级教学成果二等奖。第三版是普通高等教育“十一五”国家级规划教材，并列入“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。

本书主要内容有：微商、微分法、微商的应用、积分及其应用、微分方程与差分方程、多元函数微分学、二重积分、无穷级数，以及它们在生命科学、经济管理、社会科学中的应用。附录包括：MATLAB 基础知识简介、数学实验、常用几何曲线、积分表。书后附有部分习题答案和名词术语索引。

本书可作为较少学时微积分课程教材，特别适合作为生命科学（含农学类）、经济管理、社会科学专业的教材，也可作为具有高中以上文化程度读者的自学用书。

图书在版编目(CIP)数据

大学数学：微积分及其在生命科学、经济管理中应用 / 谢季坚, 邓小炎主编. --4 版. --北京 : 高等教育出版社, 2014. 8

ISBN 978-7-04-040204-9

I. ①大… II. ①谢… ②邓 III. ①微积分 - 高等学校 - 教材 IV. ①O172

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 125844 号

策划编辑 杨帆

责任编辑 杨帆

特约编辑 董达英

封面设计 张楠

版式设计 范晓红

插图绘制 尹文军

责任校对 杨凤玲

责任印制 朱学忠

出版发行 高等教育出版社
社址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印刷 北京鑫海金澳胶印有限公司
开本 787mm×960mm 1/16
印张 32.75
字数 610 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.landraco.com>
<http://www.landraco.com.cn>
版 次 1999 年 9 月第 1 版
2014 年 8 月第 4 版
印 次 2014 年 8 月第 1 次印刷
定 价 43.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物料号 40204-00

第四版前言

本书自 1999 年出版以来已经 15 年了。第三版在 2012 年被列入“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材。为了适应新的教学需求，我们决定再次修订本书。

为了做好第四版的修订工作，我们广泛征求了使用本书的各校老师的意见，根据教育部对农学类、经济管理学类专业微积分课程提出的教学基本要求，结合近年在大学数学教学内容和课程体系方面不断进行深入探索和实践的心得，对第三版进行了认真修改，更新了部分例题、习题和数学实验，优化配置了教材内容。为了照顾不同读者的需求，在部分章节上标有 * 号，供读者选择（书中有 * 号的章节，农学类专业可以作为选修内容）。

本书第四版由谢季坚、邓小炎主编。华中农业大学殷建肃、刘承平、陈华锋，河南农业大学王建平，长治学院张安玲任副主编。

值本书第四版出版之际，要特别感谢前任主编华中农业大学的李启文先生为前三版的编写、修订和出版所作的重要贡献；感谢华中农业大学教务处、理学院给予的支持和帮助；感谢高等教育出版社给予的支持和帮助。

尽管我们进行了认真的修订，但仍会有错误和不妥之处，敬请读者批评指正。

编 者

2014 年 2 月于武汉

第三版前言

本书第一版(1999年)是教育部审定的“面向21世纪课程教材”,曾荣获2002年全国普通高等学校优秀教材二等奖。第二版(2004年)是普通高等教育“十五”国家级规划教材,作为系列课程教材之一,曾荣获2005年国家级教学成果二等奖。这次修订出版的第三版是2007年教育部审定的普通高等教育“十一五”国家级规划教材。

为了做好本书的修订工作,我们听取了本校和兄弟院校任课老师的意见,根据编者自身多年的教学体验与实践,结合教育部对农学门类、经济管理类微积分课程提出的教学基本要求,并参考国外同类教材,对第二版进行了认真的修订。这次修订除了改正个别印刷错误和不妥之处外,在内容上增加了:无界函数的反常积分、向量及其运算,并更新了部分习题,优化了习题配置。考虑到不同读者的需求,在部分章节上标有*号供读者选择(书中带有*号的章节,农学门类专业可以不讲授)。

为了让读者能从图形和数值上进一步体验微积分,培养读者的实践能力,这次修订还增加了:MATLAB基础知识简介、数学实验。

本书自1999年出版以来,先后出版了第一版、第二版。我们本着与时俱进的理念一直在关注大学数学的教学改革,关注每年一度的大学数学课程报告论坛,从中吸取营养,使教材不断完善。

本书第三版由谢季坚、李启文任主编,他们还具体负责修订一元微积分部分,即第一~四章,并担任全书的组织协调、整合与统稿工作;华中农业大学殷建肃(修订第八章)、华中农业大学刘承平(修订第七章并编写了附录一、附录二)、山东农业大学王希超(修订第五章)、河南农业大学王建平(修订第六章)任副主编。

为了配合好本书的教学工作,由刘承平、文凤春、李淑华、李燕、张四兰编写了与本书配套的PPT电子教案,欢迎大家使用。联系方式(E-mail):liucp@mail.hzau.edu.cn。

值本书第三版出版之际,我们衷心感谢教育部高等教育司和高等教育出版社给予的指导与支持;感谢华中农业大学教务处、理学院给予的支持与帮助;感谢高等教育出版社为使本书顺利出版所做的出色工作。

尽管我们进行了认真修订,但仍会有错误和不妥之处,请使用本书的教师和读者不吝赐教。

编 者

2008 年 11 月于武汉

第二版前言

第二版前言

本书第一版是教育部审定的“面向 21 世纪课程教材”，1999 年出版至今已经 5 年了，先后重印多次，使用学校较多，受到教师和学生的好评。第一版曾荣获 2002 年全国普通高等学校优秀教材二等奖。这次修订出版的第二版是 2002 年教育部审定的普通高等教育“十五”国家级规划教材，也是全国教育科学“十五”国家规划课题之子课题“21 世纪中国高等学校农林类专业数理化基础课程的创新与实践”和高等教育出版社高等教育百门精品课程教材建设计划立项研究项目的研究成果。根据各校 5 年来使用的情况，在广泛听取教师和读者意见的基础上，结合编者 40 年的教学实践与体验，进行了认真的修订，在教学内容和课程体系方面继续深入地进行探索与实践，使教材日臻完善。

在总结第一版 5 年教学实践的基础上，教材逐步形成了自己的特色：

- 教材的教学内容、课程体系较新，知识面较广。不仅讲授必要的传统微积分，还介绍了现代数学（如分形几何）的知识；既注意数学自身的交叉与渗透，如最小二乘法与数学建模，二元线性函数的极值与线性规划等，又注意了数学与生命科学、经济管理等学科的交叉与渗透。
- 教材改革了从定义、定理出发，理论到理论的模式。一方面引进新的概念时总是从实际问题出发，符合认知规律。注重概念与定理的直观描述与实际背景的介绍，逻辑推理做到适可而止，使教材易教易学。另一方面，教材中所蕴含的教法与学法又十分注意培养学生的数学素质和数学思想，如线性化思想、最优化思想、离散化思想、数学建模思想等。
- 教材注重增强学生“用”数学的意识，培养学生“用”数学的能力。特别是微积分在生命科学、经济管理领域中的应用。如 logistic 增长模型、捕食-被捕食模型、分期还贷模型、库存-成本模型等。使学生对数学模型有一个初步了解。教材中有联系实际的例题与习题共 230 个左右，使学生感受到数学是有用的，数学就在我们身边。
- 每章后面的总练习题收集了一些富有启迪性的综合性习题和近几年的考研试题，这是为满足学有余力的学生和准备考研的学生的不同需要而编写的，有利于因材施教。

本书第一版是由华中农业大学谢季坚、李启文编著的。为了让更多学校分

享教学改革的成果,这次修订工作邀请了几所兄弟学校参加,更广泛地听取了意见。

本书的修订工作由谢季坚、李启文任主编,修订一元微积分部分,即第1~4章,并负责全书的协调、整合与统稿;华中农业大学殷建肃(修订第8章)、河南农业大学孙书安(修订第6章)、山东农业大学毕耜秀(修订第5章)、贵州大学李健(修订第7章)任副主编。

在本书再版的时候,要感谢教育部高等教育司和高等教育出版社,是他们一贯给予了指导和支持;感谢华中农业大学特别是该校教务处、理学院以及兄弟学校给予的支持与帮助;感谢高等教育出版社理工分社的策划编辑李蕊小姐,正是她的认真负责的工作精神,使本书顺利出版。

尽管这次再版进行了认真修订,但仍会有错误和不妥之处,请使用本书的教师和读者不吝赐教。

编 者
2003年10月于武昌

第一版前言

1995 年国家教委适时推出了《高等农林教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划》。从 1995 年开始,我们经历了申报、立项、制订改革方案和试验等过程。在教委高教司的指导下,华中农业大学于 1997 年和 1998 年按照新的改革方案进行了两轮试验。在谢季坚主编《高等数学》教材的基础上,又编写了旨在培养学生用数学能力的《大学数学》补充讲义《微积分及其在生命科学、经济管理中的应用》,在试用两轮之后,又征求多方面意见,反复修改、仔细推敲而成为现在呈现在读者面前的这本“面向 21 世纪课程教材”。之所以起名为《大学数学》是考虑到这是一门所有上大学的学生(不分文、理科)都必学的课程,副题则表明了它的主体部分以及强调应用的特点。

作为基础课的数学,在学生心目中它是比较难学的,又觉得没有什么用,认为只是一堆枯燥无味的公式。能不能把数学变得容易学一些呢?国际数学家联盟主席 David Mumford 说过:“如果你的邻居偶尔问你在教什么,而你教的恰好是微积分,你如何隔着篱笆向他解释微商呢?”因此,在编写时,我们注重概念与定理的直观描述与实际背景,逻辑推理做到适可而止,没有追求天衣无缝的严格证明。

作为非数学专业的大学生,学习数学,掌握数学知识,除了提高自身素质、为终身学习打下一定的基础外,一个重要的目的就是为了用数学。为了用好数学,一方面,注意拓宽知识面,这不仅涉及数学本身(如概率密度函数、最小二乘法、线性规划等),而且还涉及生命科学、经济管理、社会科学等领域;另一方面,在这些领域特别注重增强学生用数学的意识,培养学生用数学的能力,使学生知道数学有用以及如何去用,让学生对数学模型有一个初步的了解。为了便于读者进行阶段复习,每章后面都编有本章重要概念与公式及练习题。

本书由谢季坚主编。谢季坚教授负责编写 1、2、3、4、8 章;李启文副教授负责编写 5、6、7 章;刘承平副教授负责计算机绘图。

本书由武汉大学数学科学学院齐民友教授审稿。

在本书出版的时候,我们要感谢教育部,是教育部富有远见地推出了《高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划》,为我们提供了一个参与的机遇。还要感谢教育部高教司、《面向 21 世纪高等农林教育教学内容和课程体系改革计划》工作协调指导小组、04-6 项目组、华中农业大学及教务处、基础部、数

学教研室所给予的支持与帮助。

武汉大学原校长、湖北省及武汉市数学会理事长、博士生导师齐民友教授在百忙之中为本书审稿，并提出许多前瞻性与指导性意见，为本书增色不少。邓泽清副教授、刘承平副教授、汪晓银老师、李淑华老师认真校阅，提出了许多中肯的意见与建议，使本书避免了不少错误。谢朝晖先生提供了许多翻译资料，丰富了本书的素材。对于他们的支持与帮助，我们表示衷心的感谢。

最后，对高等教育出版社为本书的顺利出版所付出的辛勤劳动和大力支持，我们表示衷心的感谢！

由于编者水平所限，对书中的不妥之处，恳请读者和使用本书的教师不吝赐教。

编者
1999年2月于武昌

目 录

第一章 微商	1
1.1 微积分研究什么	1
1.1.1 微积分与初等数学研究对象的比较	1
1.1.2 微积分研究的两类典型问题	2
1.2 预备知识	3
1.2.1 逻辑符号	3
1.2.2 邻域	3
1.2.3 不等式	3
1.2.4 数列极限	5
习题 1-2	12
1.3 函数	13
1.3.1 函数的概念	13
1.3.2 函数的运算	15
1.3.3 函数的改变量与差商	17
1.3.4 复合运算·复合函数	18
1.3.5 函数的几种特性	20
1.3.6 函数模型	22
习题 1-3	26
1.4 函数的极限	29
1.4.1 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限	29
1.4.2 函数极限的运算与性质	33
1.4.3 第一个重要极限	36
习题 1-4	37
1.5 函数的连续性	39
1.5.1 连续与间断的直观描述	39
1.5.2 连续与间断的定义	40
1.5.3 初等函数的连续性	45
1.5.4 闭区间上连续函数的性质	47
习题 1-5	48
1.6 函数在无穷远处的极限	49
1.6.1 $x \rightarrow \infty$ 时函数 $f(x)$ 的极限	49

1.6.2 第二个重要极限	53
习题 1-6	56
1.7 无穷小量及其比较	57
1.7.1 无穷小量	57
1.7.2 无穷小量的比较	59
习题 1-7	62
1.8 微商	63
1.8.1 微积分的典型问题之一——切线问题	63
1.8.2 微商概念	64
1.8.3 可微性与连续性	71
1.8.4 数学怪物——科赫(Koch)雪花曲线·分形几何学简介	73
习题 1-8	74
第一章的重要概念与公式	76
总练习题一	77
第二章 微分法	81
2.1 微商的运算法则	81
2.1.1 基本微商公式	81
2.1.2 函数和、差、积、商的微商法则	81
2.1.3 反函数微商法则	85
2.1.4 复合函数微商法则	87
2.1.5 隐微分法	89
习题 2-1	91
2.2 高阶微商	93
2.2.1 高阶微商	93
2.2.2 关于函数乘积微商的莱布尼茨(Leibniz)公式	96
习题 2-2	97
2.3 微分及其应用	99
2.3.1 微分及其运算	99
2.3.2 微分的应用	103
习题 2-3	110
第二章的重要概念与公式	112
总练习题二	113
第三章 微商的应用	116
3.1 微分中值定理	116
3.1.1 函数的极值与费马(Fermat)引理	116
3.1.2 微分中值定理	117
3.1.3 微分中值定理的证明	121

习题 3-1	122
3.2 用微商研究函数	123
3.2.1 函数单调性的判别法	123
3.2.2 函数极值的检验法	126
3.2.3 曲线的凸性与拐点	129
3.2.4 函数作图	131
习题 3-2	134
3.3 最优化问题	136
3.3.1 最大值、最小值	136
3.3.2 最优化问题	137
习题 3-3	142
3.4 相对变化率与相关变化率	143
3.4.1 边际与边际分析	143
3.4.2 弹性与弹性分析	146
3.4.3 相关变化率	150
习题 3-4	151
3.5 洛必达 (L'Hospital) 法则	153
3.5.1 洛必达法则	153
3.5.2 洛必达法则的证明	157
3.5.3 其他类型不定式的极限	158
习题 3-5	161
第三章的重要概念与公式	162
总练习题三	163
第四章 积分及其应用	167
4.1 定积分	167
4.1.1 微积分的典型问题之二——面积问题	167
4.1.2 定积分概念	168
4.1.3 可积的充分条件	170
习题 4-1	171
4.2 定积分与原函数的关系	171
4.2.1 直观背景	171
4.2.2 原函数与不定积分	173
4.2.3 微积分基本定理	177
习题 4-2	180
4.3 定积分的性质	182
习题 4-3	187
4.4 积分法	188

4.4.1 直接积分法	188
4.4.2 换元积分法	190
4.4.3 分部积分法	204
4.4.4 积分表的使用	209
4.4.5 数值积分法	209
习题 4-4	213
4.5 定积分的应用	217
4.5.1 反常积分	217
4.5.2 面积、体积、弧长的计算	223
4.5.3 定积分在经济管理与社会科学中的应用	231
习题 4-5	234
第四章的重要概念与公式	236
总练习题四	237
第五章 微分方程与差分方程	244
5.1 微分方程基础	244
5.1.1 实际背景	244
5.1.2 基本概念	247
习题 5-1	249
5.2 一阶微分方程	249
5.2.1 可分离变量的微分方程	249
5.2.2 齐次(微分)方程	251
5.2.3 一阶线性微分方程	253
5.2.4 微分方程的应用(连续模型)	258
习题 5-2	261
5.3 二阶微分方程	264
5.3.1 可降阶的二阶微分方程	264
5.3.2 二阶常系数线性微分方程	265
5.3.3 微分方程组	272
习题 5-3	277
* 5.4 差分方程	278
5.4.1 差分方程基础	278
5.4.2 一阶常系数线性差分方程	282
5.4.3 二阶常系数线性差分方程	284
5.4.4 差分方程的应用(离散模型)	286
习题 5-4	294
第五章的重要概念与公式	295
总练习题五	296

第六章 多元函数微分学	300
6.1 曲面与空间曲线	300
6.1.1 空间直角坐标系	300
6.1.2 曲面	304
6.1.3 空间曲线	306
6.1.4 向量及其运算	309
习题 6-1	314
6.2 多元函数	315
6.2.1 多元函数概念	315
6.2.2 等高线·等产量线	317
6.2.3 二元函数的极限与连续	317
习题 6-2	318
6.3 偏微商	320
6.3.1 偏微商与全微分	320
6.3.2 偏微商的应用	323
6.3.3 高阶偏微商	326
习题 6-3	327
6.4 多元复合函数微分法	328
6.4.1 多元复合函数微分法	328
6.4.2 隐微分法	332
习题 6-4	335
6.5 最优化问题	337
6.5.1 二元函数的极值	337
6.5.2 无约束最优化问题	339
6.5.3 约束最优化问题	340
6.5.4 最小二乘法与数学建模	345
6.5.5 线性规划	351
习题 6-5	353
第六章的重要概念与公式	356
总练习题六	357
第七章 二重积分	360
7.1 二重积分概念	360
7.1.1 实际背景	360
7.1.2 二重积分定义	361
7.1.3 二重积分的性质	362
习题 7-1	364
7.2 二重积分的计算	365

7.2.1 在直角坐标下计算二重积分	365
7.2.2 在极坐标下计算二重积分	370
习题 7-2	373
7.3 二重积分的应用	375
7.3.1 用二重积分计算概率积分 $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$	375
7.3.2 用二重积分计算体积与面积	376
7.3.3 二重积分在社会科学中的应用	379
习题 7-3	380
第七章的重要概念与公式	381
总练习题七	381
*第八章 无穷级数	384
8.1 数项级数	384
8.1.1 基本概念	384
8.1.2 基本性质·级数收敛的必要条件	390
8.1.3 正项级数的收敛检验法	391
8.1.4 交错级数·莱布尼茨检验法	396
8.1.5 绝对收敛·条件收敛	398
习题 8-1	399
8.2 幂级数	401
8.2.1 幂级数概念与性质	401
8.2.2 幂级数的收敛半径	402
8.2.3 幂级数的运算	405
习题 8-2	408
8.3 泰勒级数	409
8.3.1 问题的提出	409
8.3.2 泰勒公式	412
8.3.3 函数的泰勒展开式	414
8.3.4 泰勒级数的应用	418
习题 8-3	421
第八章的重要概念与公式	423
总练习题八	424
附录一 MATLAB 基础知识简介	428
1 MATLAB 快速入门	428
2 变量与数据	429
3 MATLAB 库函数	431
4 逻辑运算与控制语句	433

5 M 文件与 M 函数	436
附录二 数学实验	438
实验一 方程根的近似计算	438
实验二 一元函数图形的绘制	440
实验三 数值积分	443
实验四 微分方程的数值解法	445
实验五 空间图形的绘制	448
实验六 利用泰勒级数作近似计算	450
实验七 综合设计实验——绘制特殊曲线	452
附录三 常用几何曲线	456
附录四 积分表	459
部分习题答案	468
名词术语索引	497
参考文献	502