断裂力学讲义

吴 恒 立 编

重庆交通学院
材料力学教研室
一九八二年十二月

前言

这本讲义的内容大致如下：第一章介绍断裂力学的任务以及与传统的强度设计的关系，并简略介绍了国内外动态。第二章将低应力脆断实用计算讲完，侧重物理和力学概念，达到能初步应用的目的。第三章介绍计算应力强度因子的主要的解析法和能量法，侧重于力学和数学推导。第四章除金属材料的疲劳断裂外，主要对路面材料（沥青混合料）的疲劳断裂进行分析，并阐明其机理。因鉴于材料科学的迅速发展，深感工程技术人员亦应有必要的知识，故第五章从讲介断裂机理所需要的角度介绍了一些材料科学基础知识。

讲义原稿曾以四年级选修课记笔记的方式在重庆建筑工程学院公路工程专业和桥梁与隧道专业1977级和1978级两届各用60学时讲述过。油印后又在重庆交通学院1979级上述两专业用40学时讲授。读者只要有较好的材料力学知识和通常的弹性力学知识即可读懂，因最后要求达到一定的深度，故有关的稍深的数学、力学知识，均结合问题的需要有机地进行了阐述。今后如有机会，尚拟增加弹塑性断裂力学分析的工程方法和材料断裂韧性测试等方面内容。

编写这本讲义的主要参考资料如下，特此感谢：

(1) 线弹性断裂力学，西安交通大学，1979。
(2) 李灏，断裂理论，重庆交通学院翻印，1980。
(3) D. Broek，工程断裂力学基础，科学出版社，1980。
(4) 褚武扬，断裂力学基础，科学出版社，1979。
(5) 肖纪美，金属的韧性与韧化，上海科学技术出版社，1980。
(6) 范天佑，断裂力学基础，江苏科学技术出版社，1978。
(7) 材料科学基础，机械工业出版社，1978。
(8) 晶体缺陷和金属强度，科学出版社，1962
(9) Kamiran Majidzadeh, E. M. Kauffmann, D.V.

Ramsamooj A.T. Chan, Analysis of Fatigue and Fracture of Bituminous Paving Mixtures. The Ohio State University Research Foundation, 1971。中译本见公路技术资料(12)，人民交通出版社，1980。

(10) Y. M. Salam and C. L. Monismith，沥青混凝土的破裂特性，A. A. P. T. Vol. 41, 1972。中译本见公路技术资料(11)，人民交通出版社，1980。

(11) Terance V Duggan and James Byrne, Fatigue As A Design Criterion, 1977。

(12) Richard W. Hertzberg and John A. Manson, Fatigue of Engineering Plastics, 1980。

限于编者的水平，讲义中不当和错误之处难免，希望多加批评指正。

吴恒立

1982年10月

目 录

第一章　绪论

§1—1　断裂力学的产生及其任务

强度计算的传统概念是按强度条件校核，即：

$$\begin{array}{c}\text{构件的工作应力 }\sigma\text{ 或}\\ \text{强度理论的相当应力 }\sigma^{*}\end{array} \leqslant \begin{array}{c}\text{材料单向拉伸}\\ \text{时的许用应力}\end{array}[\sigma]_{拉} = \frac{\text{材料的危险应力 }\sigma^{\circ}}{\text{安全系数 }n}$$

满足此条件时强度安全，否则危险。式中：

σ^{*} —— 计算时假定构件材料是均匀连续的，无空隙和裂纹，即材料不存在缺陷；

σ° —— 由实验确定，塑性材料为屈服极限 σ_s，脆性材料为强度极限 σ_b，交变载荷时为材料的持久极限 σ_r；注

n —— 难以控制的因素（如计算方法不完善，材料不均匀，载荷不准确等）均在选 n 值时考虑。

随着工业的发展，高强度材料的使用，发现传统的强度校核方法有一定的弱点。例如，五十年代美国北极星导弹壳体用D6AC高强度钢制成，其屈服极限 $\sigma_s = 160\,kg/mm^2$，发射时发生了爆炸事故，事后计算破坏应力仅 $70\,kg/mm^2$，不及 σ_s 值的一半。这是一种低应力脆性断裂（简称脆断），无法用传统的强度校核进行合理的解释。

对大量脆断事故的分析发现：宏观裂纹源（长度为 0.1^{mm} ～ 1.0^{mm} 的裂纹）的扩展，是脆断的主要原因。

事实上，构件通过锻打、焊接、淬火、冷加工等造成了上述宏观尺寸的裂纹。即使不考虑构件已有裂纹，其他的微观缺陷（如夹杂、气孔等）也会在载荷（特别是交变载荷、腐蚀）下扩展。

注：材料的持久极限 σ_r：当材料循环特征 $r = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ 一定时，试件经无穷次循环（通常取循环次数 $N = 10^7$）后，不发生破坏的极限 σ_{max} 值。

并影响不大，或根本上是宏观裂纹。而这种宏观裂纹的扩展引起脆断。因此，形成了一门新的力学分支——断裂力学，它的主要任务是：

(1) 研究带初始裂纹的构件发生低应力脆断的规律性；

(2) 提供防止这种低应力脆断的计算方法。

低应力脆断现象的基本原因，首先由Griffith在1920年作了解释。但是，受到重视是在第二次世界大战和五十年代发生了大量事故以后。在第二次世界大战期间建造的2500艘自由轮，其中145艘断成两截，近700艘发生严重破坏。许多桥梁和其他建筑也发生了同样的灾难性事故，这是随着当时全焊接设计的引进以及随后高强度材料的大量使用，所出现的新的结构破坏问题。

总之，断裂力学的产生和发展，和一切科学一样，是由社会生产力的发展和科学技术的发展决定的。

断裂力学产生和发展的条件，是高强度材料的大量使用。

§1-2　断裂力学和材料力学的关系

断裂力学，就其研究对象，可分为线弹性断裂力学和弹塑性断裂力学两类。

前者较为成熟，也是后者的基础，且在说明"用断裂力学解决强度问题"的方法上也具有代表性。因此，主要讲前者，但也适当地涉猎后者。

线弹性断裂力学，假定材料直到断裂为止，应力—应变关系一直是服从虎克定律的。因此，材料力学和弹性力学的知识是它的基础。从力学模型上看，只是弹性体上多了一条（或几条）裂纹，在裂纹处要考虑材料连续性的破坏，而这种破坏可作为构件的新的边界（复连通边界）来处理。

断裂力学的方法只能作为传统强度计算方法（材料力学方法）的发展，它不可能也没有完全代替和全面否定传统的方法。这是因为：

1) 虽然材料中不可避免地存在缺陷甚至裂纹，但并不一定都发生低应力脆断，这与材料性质及应力状态等有关。对于并非

因裂纹扩展而脆断的构件，仍要用传统方法分析，特别对吸热型韧性破坏的问题更如此。

2）断裂力学作为一门科学还很年青，本身尚待完善。对于断裂力学目前尚未解决的繁难问题，仍可将宏观裂纹因素包括在安全系数中，用传统方法分析强度。

目前，材料力学方法仍是结构设计规范的可靠基础。只在高强度材料有可能低于容许应力脆断时，才要用断裂力学方法作附加计算，可见它只是作为传统方法的补充，使强度计算问题考虑得更为全面一些。

1 — 3　断裂力学在我国的情况

1970年左右开始引入。

1974年10月在北京召开第一次全国断裂力学交流会，这次会议对促进我国断裂力学的研究工作和普及工作，起了积极的作用。1976年在北京召开了第二次交流会。以后就多次进行过国内和国际间的交流活动了。

目前，在实用方面也取得了不少成果。如上海锅炉厂1972年前生产的五台内径为1010^{mm}的氨合成塔的放行使用问题，节约钢材300吨，人民币300万元。姚孟电厂汽轮发电机转子的使用问题，节约资金50万元。铁道科学研究院通过大量实验研究，拟定的关于前进型蒸汽机车主轴横向裂纹的新标准问题，以前一有横向裂纹就判废，现在则允许深度不大于3^{mm}的裂纹存在。

在理论方面也有不少成就。如应力强度因子的计算方法及计算结果，复合型断裂判据和弹塑性断裂判据的研究，裂纹在亚临界扩展期的扩展规律以及动态断裂力学问题的研究等。

目前，断裂力学在我国已向各个工程领域渗透，如向路面、土壤、岩石等领域渗透。

目前，断裂力学除向宏观方向继续发展外，要从微观和细观机理方向研究。因此要牵涉到断裂物理和断裂化学等方面，即要涉及材料科学的研究。

目前对于薄壁构件中裂纹的应力强度因子尚未解决，它属于空间断裂力学问题。有一些同志在进行研究。

§1—4　国内外断裂力学的发展动向

下面只是粗略地提出一些方向。

(1) 由线弹性断裂力学（即脆性材料的断裂力学，已较成熟）深入到弹塑性断裂力学。它要从金相角度研究裂纹传播机理，还要求解决本构方程（即应力—应变关系）与研究有关的断裂准则（即判据）。

(2) 微观断裂力学，微观与宏观结合起来研究裂纹的形成机理，它要用位错理论进行研究，与固体物理、金属物理等学科有关。

(3) 由静态断裂力学进入动态断裂力学，即断裂动力学。它研究冲击、振动条件下的以及与时间有关的裂纹扩展规律。

(4) 由金属材料发展到非金属材料特别是复合材料的断裂力学。常见的复合材料由高分子化合物和增强纤维组成，如玻璃钢是将玻璃纤维放入环氧树脂中，以后者为基体的材料。增强纤维还可以用硼纤维、石墨纤维、碳纤维等。也可以用粒状材料加入基体，以形成复合材料。

(5) 常温断裂力学发展到高温断裂力学和低温断裂力学。

(6) 用统计力学观点研究断裂力学。

(7) 用实验方法（如光弹性测量）研究应力强度因子，特别是三维问题的应力强度因子。

第二章 线弹性断裂力学的理论和断裂判据

§2－1 断裂力学中分析的变形状态

弹性力学问题一般都是空间问题，点的应力状态有六个独立的应力分量（图2－1）。即正应力 σ_x、σ_y 和 σ_z 以及剪应力 $\tau_{xy}=\tau_{yx}$、$\tau_{yz}=\tau_{zy}$ 和 $\tau_{zx}=\tau_{xz}$。脚标互换时 τ 相等是由剪应力互等定律决定的，其中第一脚标表示应力作用面的法线方向，而第二脚标则表示应力本身的方向。我们规定，应

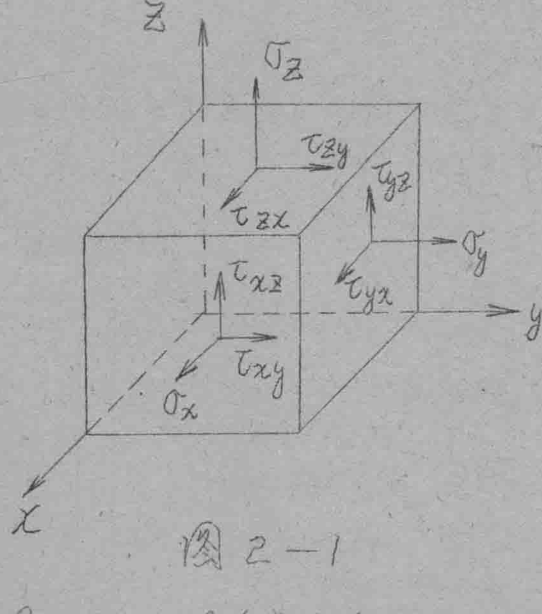


图2－1

力的方向以图2－1所示者为正。

弹性体的应力—应变关系由广义虎克定律联系，即：

$$\varepsilon_x=\frac{1}{E}\left[\sigma_x-\mu(\sigma_y+\sigma_z)\right],$$

$$\varepsilon_y=\frac{1}{E}\left[\sigma_y-\mu(\sigma_z+\sigma_x)\right],$$

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left[\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)\right], \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy}, \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{G}\tau_{yz}, \\
\gamma_{zx} &= \frac{1}{G}\tau_{zx}。
\end{aligned}\right\} \quad (2-1)$$

式中ε和γ是线应变和角应变，μ是材料的泊桑比，E和G则是材料的拉压和剪切弹性模量。

工程中常碰到平面问题，即只需考虑平行于某一平面的应力或应变问题。前者称为平面应力问题，后者称为平面应变问题，下面对它们作进一步的阐述。

(1) 平面应力问题

图2—2所示等厚度薄板，受平行于板面且沿厚度均布的力作用，是典型的平面应力问题。

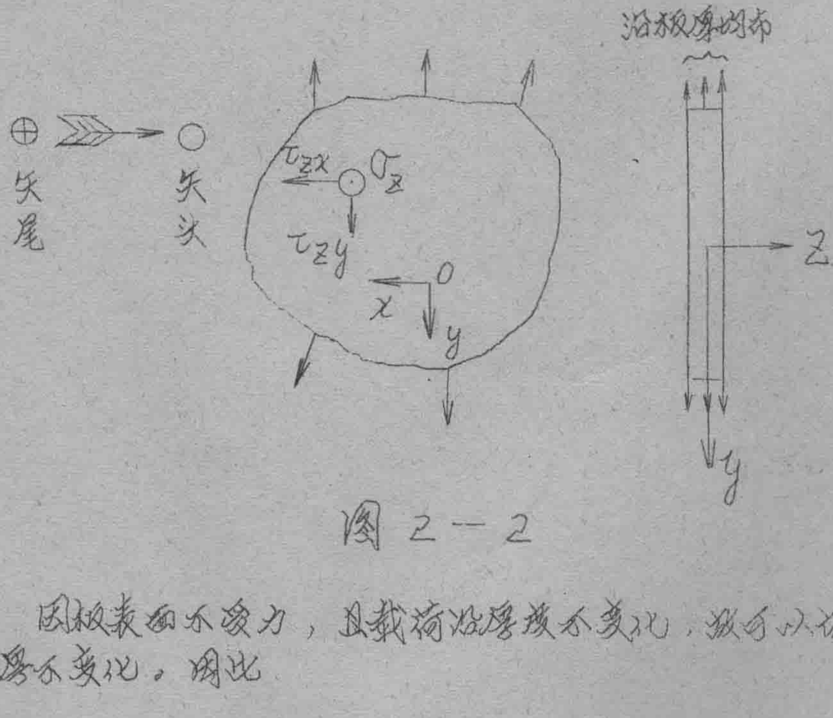


图2—2

因板表面不受力，且载荷沿厚度不变化，故可以认为应力沿板厚不变化。因此

$\sigma_z = 0,\ \tau_{zx}=\tau_{xz}=0,\ \tau_{zy}=\tau_{yz}=0,$

只有三个应力分量存在，即

$$\sigma_x \text{ 和 } \sigma_y \text{ 以及 } \tau_{xy}=\tau_{yx}。$$

平面应力问题的应力 σ 和 τ 只是平面坐标 x、y 的函数，与坐标 z 无关。

代入广义虎克定律，得平面应力问题的应力一应变关系为：

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E}(\sigma_x-\mu\sigma_y),\\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E}(\sigma_y-\mu\sigma_x),\\
\varepsilon_z &= -\frac{\mu}{E}(\sigma_x+\sigma_y)\neq 0,\\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G}\tau_{xy}。
\end{aligned}\right\}\quad (2-2)$$

或解出 σ_x 和 σ_y：

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x+\mu\varepsilon_y),\\
\sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y+\mu\varepsilon_x)。
\end{aligned}\right\}\quad (2-3)$$

值得注意，平面应力问题是三向应变问题，因 $\varepsilon_z \neq 0$ 之故。

㈡ 平面应变问题

棱柱形构件（即等截面杆）沿长度方向（设为 z 轴）尺寸很大且外力沿长度（z 轴）不变时即此情况，如长的挡土墙、隧洞、水坝等均是。

平面应变问题（图2-3），因远离两端的任一截面都可看作是对称截面，变形只能在截面内发生，不能沿 z 轴方向发生，故 z 轴方向的线应变 $\varepsilon_z=0$，

因 $\varepsilon_z=\frac{1}{E}[\sigma_z-\mu(\sigma_x+\sigma_y)]=0$ 即

$$\sigma_z=\mu(\sigma_x+\sigma_y)$$

代入广义虎克定律得：

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E}\left[\sigma_x-\mu\sigma_y-\mu^2(\sigma_x+\sigma_y)\right]= \\ &= \frac{1-\mu^2}{E}\left(\sigma_x-\frac{\mu}{1-\mu}\sigma_y\right), \\ \text{同理：}\ \varepsilon_y &= \frac{1-\mu^2}{E}\left(\sigma_y-\frac{\mu}{1-\mu}\sigma_x\right)。\end{aligned}\right\}\quad(2-4)$$

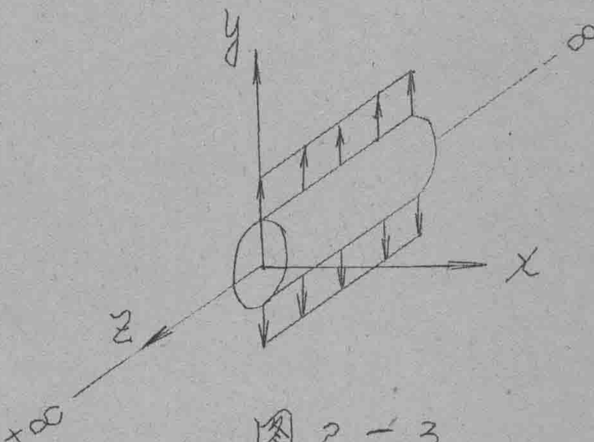


图 2－3

可见，只要将平面应力问题中的 E 换为 $E'=E/(1-\mu^2)$，μ 换为 $\mu'=\mu/(1-\mu)$ 即为平面应变问题中的相应公式。据此在式(2-3)中进行代换，即可得平面应变问题的由应变求应力的公式：

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E'}{1-\mu'^2}(\varepsilon_x+\mu'\varepsilon_y)= \\ &= \frac{E}{(1-\mu^2)\left(1-\frac{\mu^2}{(1-\mu)^2}\right)}\left(\varepsilon_x+\frac{\mu}{1-\mu}\varepsilon_y\right)= \\ &= \frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left(\varepsilon_x+\frac{\mu}{1-\mu}\varepsilon_y\right), \\ \sigma_y &= \frac{E'}{1-\mu'^2}(\varepsilon_y+\mu'\varepsilon_x)= \\ &= \frac{(1-\mu)E}{(1+\mu)(1-2\mu)}\left(\varepsilon_y+\frac{\mu}{1-\mu}\varepsilon_x\right),\end{aligned}\right\}\quad(2-5)$$

$$\sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y)。$$

值得指出，平面应变问题是三向应力问题。

为了今后的需要，下面介绍一下带裂纹物体受力的平面问题的概况。

(1) 在薄的带裂纹体中（带裂纹的薄板），在远处拉力增加时，裂纹尖端因应力集中而产生屈服区（亦称塑性区），图2－4。

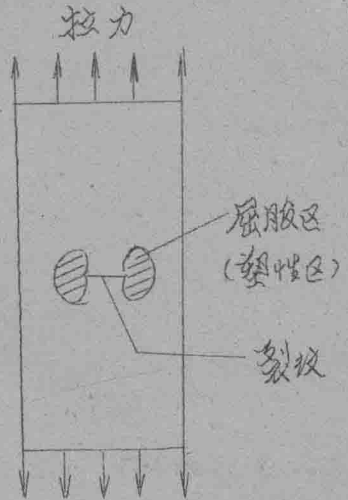


图2－4

薄板沿板厚方向（Z方向）的变形不受约束，即$\varepsilon_z \neq 0$。此时，裂纹尖端是$\varepsilon_z \neq 0$的平面应力状态，容易发生塑性变形（塑性区大）而不容易发生脆性破坏。得到典型的滑移型断口（剪切破坏），即先在裂纹尖端附近有较大的塑性变形，然后裂纹开始扩展直至完全断裂。

(2) 在厚的带裂纹体中（厚板或厚度较大的构件），离自由表面较远处因厚度影响使变形受到约束（$\varepsilon_z = 0$），裂纹尖端处于三向拉伸应力状态（σ_x和σ_y大于零时，$\sigma_z = \mu\sigma_x + \mu\sigma_y$亦大于零），此时不容易发生塑性变形（塑性区小），容易发生脆性破坏。得到典型的脆性断口，即没有显著塑性变形的断裂。

在自由表面附近，$\varepsilon_z \neq 0$，接近平面应力状态容易塑性破坏，故此处会有滑移型断口（剪切唇）。

但厚截面裂纹体，常忽略自由表面附近的局部变形，而将它视为平面应变问题。

(3) 构件的厚度影响破坏型式，成为断裂的控制因素，即是否容易脆断与板的厚度有关。对于给定材料，构件厚度不同，对塑性区的约束就不同。可以是平面应力问题（易于塑性破坏）、平面应变问题（三向拉伸易于脆性破坏），也可以是二者的混合

问题。图2—5所示即为裂纹前端沿板的厚度塑性区的变化情况，中间是平面应变问题（塑性区小），两边是平面应力问题（塑性区大）。

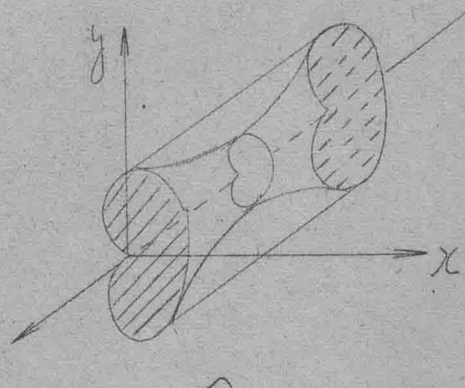


图2—5

§2—2 裂纹尖端应力场和位移场的类型

裂纹尖端是裂纹可能扩展处，必需知道该处的应力场和位移场。场——是场地，有分布范围和分布规律的意思。某一物理量在空间（二维和三维空间）的分布，就称为"场"。

对于有穿透裂纹的构件，裂纹扩展有三种基本类型（根据应力方向与裂纹位置间的关系划分）：

(1) Ⅰ型（张开型）裂纹扩展

裂纹在垂直于裂纹面的拉应力作用下扩展，如图2-6,a所示。

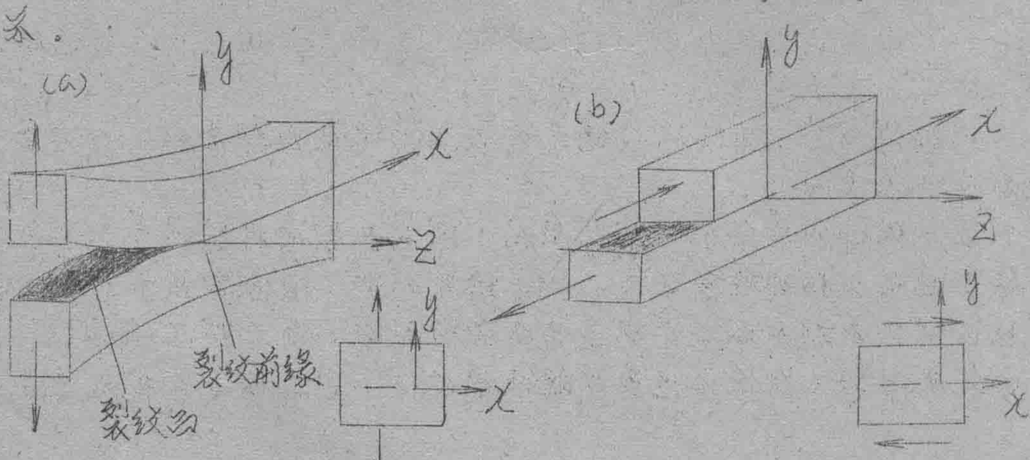
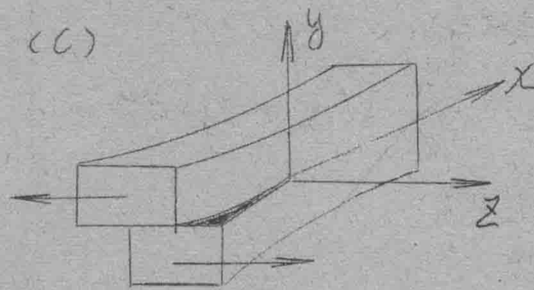


图2—6

(C)



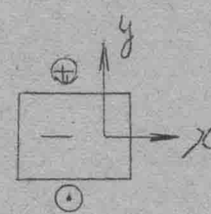


图2－6

(2) Ⅱ型（滑移型或面内剪切型）裂纹扩展

剪应力平行于裂纹面但垂直于裂纹前缘，如图2－6，b所示。

(3) Ⅲ型（撕裂型或面外剪切型）裂纹扩展。

剪应力平行于裂纹面且平行于裂纹前缘，如图2－6，c所示。

对应于Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ型裂纹的应力场和位移场的公式为（用弹性力学方法推导，详见第三章）：

Ⅰ型裂纹

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1-\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right);\\
\sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}\left(1+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{3\theta}{2}\right);\\
\tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{3\theta}{2};\\
\sigma_z &= \mu(\sigma_x+\sigma_y),\quad \tau_{xz}=\tau_{yz}=0\\
&\text{（平面应变状态）};\\
\sigma_z &= 0,\quad \tau_{xz}=\tau_{yz}=0\\
&\text{（平面应力状态）};\\
u &= \frac{K_I}{4G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left[(2k-1)\cos\frac{\theta}{2}-\cos\frac{3\theta}{2}\right];\\
v &= \frac{K_I}{4G}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\left[(2k+1)\sin\frac{\theta}{2}-\cos\frac{3\theta}{2}\right]
\end{aligned}\right\}\quad(2\text{-}6)$$