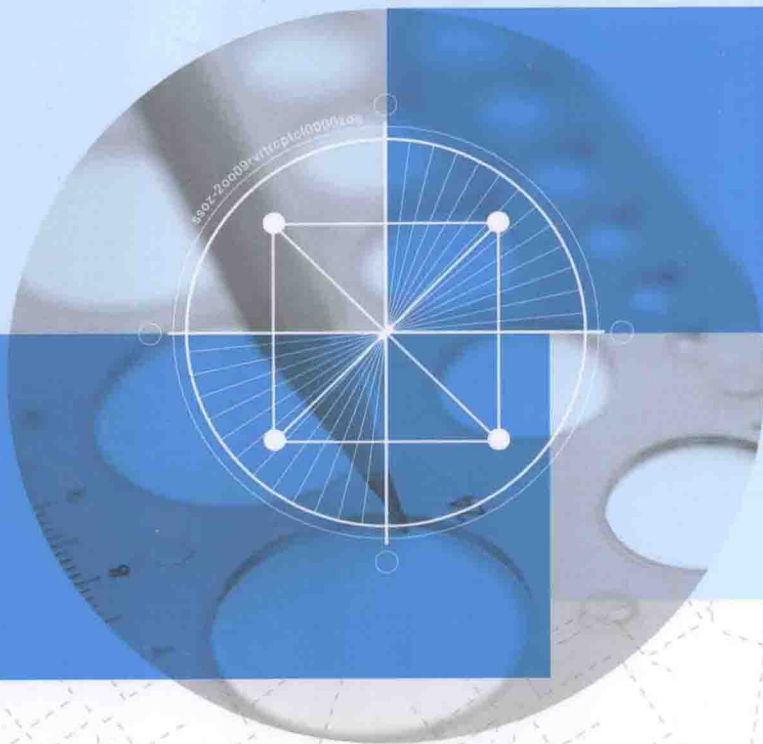




应用技术型高等教育“十二五”规划教材

理论力学

主 编 刘建忠 高曦光
副主编 马昌红 王继燕 杨尚阳 崔 泽



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

应用技术型高等教育“十二五”规划教材

理论力学

主 编 刘建忠 高曦光

副主编 马昌红 王继燕 杨尚阳 崔 泽



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内 容 提 要

本书为适应应用型人才培养的需要所编写，编写过程中参考了教育部高等学校力学教学指导委员会制定的《理论力学课程教学基本要求》，同时融入了编者多年的教学经验，作为教材可参照中、少学时（52~76）要求执行。

全书共 14 章，包括静力学基础、平面汇交力系和平面力偶系、平面任意力系、空间力系、摩擦、点的运动学、刚体的简单运动、点的合成运动、刚体的平面运动、质点动力学的基本方程、动量定理、动量矩定理、动能定理、达朗贝尔原理。本书在叙述问题时，突出受力与运动分析，注重对学生综合分析能力的培养，具有很强的教学适用性，有助于培养工程应用型人才。

本书可作为高等学校工科机械类、土木类专业的“理论力学”或“工程力学”课程的教材，也可供成人教育、网络教育以及有关工程技术人员参考。

本书配有电子教案，读者可以从中国水利水电出版社网站和万水书苑免费下载，网址为：<http://www.waterpub.com.cn/softdown/>和 <http://www.wsbookshow.com>。

图书在版编目（CIP）数据

理论力学 / 刘建忠，高曦光主编. — 北京：中国水利水电出版社，2014.8
应用技术型高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-5170-2147-6

I. ①理… II. ①刘… ②高… III. ①理论力学—高等学校—教材 IV. ①031

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第128870号

策划编辑：宋俊娥 责任编辑：李 炎 加工编辑：宋 杨 封面设计：李 佳

书 名	应用技术型高等教育“十二五”规划教材 理论力学
作 者	主 编 刘建忠 高曦光 副主编 马昌红 王继燕 杨尚阳 崔 泽
出版发行	中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址： www.waterpub.com.cn E-mail： mchannel@263.net （万水） sales@waterpub.com.cn
经 售	电话：(010) 68367658（发行部）、82562819（万水） 北京科水图书销售中心（零售） 电话：(010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	北京正合鼎业印刷技术有限公司
规 格	170mm×227mm 16开本 15.25印张 305千字
版 次	2014年8月第1版 2014年8月第1次印刷
印 数	0001—5000册
定 价	26.00元

凡购买我社图书，如有缺页、倒页、脱页的，本社发行部负责调换
版权所有·侵权必究

“应用型人才培养基础课系列教材”

编审委员会

主任委员：刘建忠

委 员：（按姓氏笔画为序）

王 伟 史 昱 伊长虹 刘建忠 邢育红

李宗强 李爱芹 杨振起 孟艳双 林少华

胡庆泉 高曦光 梁志强 黄玉娟 蒋 彤

前 言

“理论力学”是高等理工科院校普遍开设的一门技术基础课，它不仅是后续课程及其他专业课程的基础，它还能够帮助学生直接分析和解决工程中的某些实际问题。近年来，在专业教学改革中，“理论力学”教学课时有所减少，加之高校扩招所导致学生基础的变化，这些因素使得相关专业“理论力学”教学内容的差别程度愈来愈大，为了满足由于这些变化所产生的教学以及应用型人才培养的需要，我们组织部分人员，参照教育部课程指导委员会制定的“理论力学”课程教学基本要求，并结合作者近年来教学改革的实践编写了本书。

在本书编写过程中，一方面考虑了学科自身的完整性和系统性，基本延续了传统的内容体系，依次讲述静力学、运动学和动力学。另一方面还着重考虑了应用型人才培养对基础课程知识需要的针对性与实用性，编写时删去了一些扩展部分的内容，如碰撞、机械振动等章节。针对学生应用知识能力的不足，在对基本概念论述时注重引导学生分析问题，尤其注重学生对物体受力和运动分析能力的培养，并把这些能力的培养贯穿始终。为了强化应用，在对书中定理的论证以及公式的推导时不做冗长叙述，力求简洁，而把重点放在如何应用这些定理和公式去分析和解决问题。另外，针对以前学生理论联系实际能力较差的现象，编写时还加重了物体计算简图所对应的实际工程构件背景的介绍，以达到逐步培养学生由工程实际抽象建立力学模型的能力。

本书除绪论外共分为 14 章，本书由刘建忠、高曦光担任主编；由马昌红、王继燕、杨尚阳、崔泽担任副主编。具体的编写工作安排为：刘建忠（绪论、第 1 章）、蒋彤（第 2 章、第 3 章）、王继燕（第 4 章、第 11 章）、崔泽（第 5 章）、高华（第 6 章）、李琳（第 7 章）、高曦光（第 8 章）、马昌红（第 9 章）、侯善芹（第 10 章）、杨尚阳（第 12 章）、胡庆泉（第 13 章）、倪正银（第 14 章）。参加本书编写的人员都是多年担任“理论力学”课程教学的教师，包括教授、副教授等专业技术人员，他们都有较深的理论造诣和较丰富的教学经验。

由于编者水平有限，加之时间仓促，书中难免有疏漏之处，敬请广大读者批评指正，以使本书质量得到进一步提高。

编 者

2014 年 6 月

目 录

前言	
绪论	1
第 1 章 静力学基础	3
1-1 静力学的基本概念	3
1-2 静力学公理	4
1-3 约束及约束反力	7
1-4 物体的受力分析和受力图	11
习题	13
第 2 章 平面汇交力系和平面力偶系	16
2-1 平面汇交力系的合成和平衡的几何法	16
2-2 平面汇交力系的合成和平衡的解析法	18
2-3 力矩的概念及其计算	20
2-4 力偶的概念及其性质	22
2-5 平面力偶系的合成与平衡	24
习题	26
第 3 章 平面任意力系	31
3-1 力的平移定理	31
3-2 平面任意力系向一点简化	32
3-3 平面任意力系的平衡条件和平衡方程	36
3-4 物体系统的平衡	41
习题	45
第 4 章 空间力系	53
4-1 力在直角坐标轴上的投影	53
4-2 空间汇交力系	54
4-3 空间力对点之矩和空间力对轴之矩	55
4-4 空间力偶	59
4-5 空间任意力系向一点简化	61
4-6 空间任意力系的平衡方程	65
4-7 重心	69
习题	73
第 5 章 摩擦	77
5-1 滑动摩擦	77

5-2 摩擦角与自锁	79
5-3 考虑摩擦时物体的平衡问题	80
5-4 滚动摩阻	83
习题	84
第 6 章 点的运动学	88
6-1 矢量法	88
6-2 直角坐标法	90
6-3 自然法	93
习题	101
第 7 章 刚体的简单运动	105
7-1 刚体的平行移动	105
7-2 刚体绕定轴转动	107
习题	112
第 8 章 点的合成运动	116
8-1 绝对运动、相对运动和牵连运动	116
8-2 速度合成定理	117
8-3 牵连运动为平移时的加速度合成定理	119
8-4 牵连运动为转动时的加速度合成定理	121
习题	126
第 9 章 刚体的平面运动	131
9-1 刚体平面运动的概述和运动分解	131
9-2 平面图形上各点的速度分析和瞬时速度中心概念	134
9-3 平面图形上各点的加速度分析	142
习题	144
第 10 章 质点动力学的基本方程	149
10-1 动力学基本定律	149
10-2 质点的运动微分方程	151
习题	155
第 11 章 动量定理	159
11-1 动量和冲量	159
11-2 动量定理和动量守恒定律	162
11-3 质心运动定理	165
习题	168
第 12 章 动量矩定理	172
12-1 刚体对轴的转动惯量	172
12-2 动量矩	176
12-3 动量矩定理	178

12-4	刚体绕定轴转动的微分方程	183
12-5	刚体平面运动微分方程	185
	习题	188
第 13 章	动能定理	193
13-1	力的功	193
13-2	动能	198
13-3	动能定理	200
13-4	功率、功率方程、机械效率	204
13-5	动力学普遍定理的综合应用	206
	习题	208
第 14 章	达朗贝尔原理	213
14-1	惯性力及质点的达朗贝尔原理	213
14-2	质点系的达朗贝尔原理	215
14-3	刚体惯性力系的简化	216
14-4	绕定轴转动刚体的轴承动约束力	221
	习题	223
	习题答案	226
	参考文献	236

绪 论

一、理论力学的研究对象和内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。辩证唯物主义的观点认为，自然界一切物质都是相互联系和相互作用的。这种不同的相互作用构成了物质世界的各种不同运动形式，例如发热、发光、产生电磁场，以及化学、力学等现象，也包括人的思维活动等，自然界中的物质都处在运动中。运动是物质存在的形式，是物质的固有属性，在物质的各种运动形式中，机械运动是最简单的一种。

所谓机械运动，是指物体在空间的相对位置随时间发生的变化，它是人们生活和生产实践中最常见的一种运动，也是宇宙间一切物质运动最简单的形式。物质的各种运动形式在一定的条件下可以相互转化，而且在高级和复杂的运动中，往往存在着简单的机械运动。

物体的平衡是机械运动的特殊情况，理论力学研究的内容也包括物体的平衡规律。由于物体之间相互的机械作用，使得物体的运动状态发生改变，理论力学研究物体机械运动的一般规律，具体来说，就是研究力与机械运动改变之间的关系。

本课程研究的内容是速度远小于光速的宏观物体的机械运动，它以伽利略和牛顿总结的基本定律为基础，属于古典力学的范畴。至于速度接近于光速的物体和基本粒子的运动，则必须用相对论和量子力学的观点才能完善地予以解释。在工程实际中，一般情况下物体其宏观速度远小于光速，因此，皆属于古典力学研究的范畴。

理论力学所研究是机械运动中最一般、最普遍的规律，是各门力学分支的基础，同时也与其他许多学科有着密切的联系。

本课程的内容包括以下三个部分：

- (1) 静力学：研究受力物体平衡时作用力之间的关系。
- (2) 运动学：从几何的角度来研究物体的运动，而不考虑作用于物体上的力。
- (3) 动力学：研究物体受力与其运动之间的关系。

二、理论力学的研究方法

力学是最古老的科学之一，理论力学是在长期的生产实践和科学实验的基础上总结出来的，同其他科学发展的规律一样，理论力学的发展也经历了从实践到理论，又从理论回到实践，用实践来检验理论，通过实践使理论进一步发展的过程。

观察和实验是理论力学发展的基础。在力学发展的初期，人类在对自然现象的直接观察及参加生产劳动过程中，建立了力的概念，并得出一些简单的力学规

律。远在古代，人们为了提水，制造了辘轳；为了搬运重物，使用了杠杆、斜面和滑轮；为了利用风力和水力，制造了风车和水车等。制造和使用这些生活和生产工具，使人类对于机械运动以及力的性质有了初步的认识，并积累了大量的经验，经过分析、综合和归纳，逐渐形成了力及运动等一系列基本概念。

实验是力学研究的重要一环，例如理论力学中的摩擦定律以及惯性定律等就是直接建立在实验基础上的。来自实践的物体运动是复杂多样的，一时不易认识它的本质，就必须从这些复杂的现象中抓住主要的因素，撇开次要的、局部的、偶然的因素，通过现象看本质，理解事物的内在联系，这就是在力学中普遍采用的抽象简化方法。通过抽象，把所研究的对象简化为理想模型。例如，在研究物体的机械运动时，略去了物体的变形，先得到了刚体模型，使得研究工作大为简化。如果客观条件改变了，就需要考虑新的主要因素，建立新的模型，使它更接近于实际。

通过抽象简化，进一步把人类长期以来从实践得来的经验与认识到的个别特殊规律，加以分析、综合、归纳，找出事物的普遍规律，从而建立一些最基本的普遍定律，作为本学科的理论基础，根据这些基本理论，借助于严密的数学工具进行演绎推理，得到各种形式的定理或公式，这就是演绎法，它也是力学中广泛应用的方法。

值得注意的是，在解决力学的问题时，离不开数学这一有效的工具，特别是现代计算机技术的快速发展，使其在解决力学问题中发挥了巨大的作用，也使得极复杂的力学问题的解决成为可能。

理论力学是其他力学以及其他相关课程的基础，也是第一门力学课程，正确的学习方法既有利于理论力学的学习，同时也有利于其他课程知识的学习。因此，要学好理论力学，掌握学习方法是十分重要的。理论力学是理论性较强的课程，它的概念多、定理多、公式多，故在学习基本理论时要多思考、多练习，对定理的结论要着重理解它的物理意义，更重要的是要掌握定理的应用。另外，要善于理论联系实际，通过练习，逐步熟悉从工程原型到力学模型的简化过程及特点，能使用学到的理论力学知识解决工程实际问题。

三、学习理论力学的主要目的

(1) 利用理论力学的知识直接解决一些工程实际问题。工程一般都要接触到机械运动的问题，有些工程问题可以直接应用理论力学的基本理论去解决，有些比较复杂的问题，则需要用理论力学和其他专门知识共同解决。

(2) 为学习后续课程及其他知识奠定基础。很多理工科专业的课程，包括专业基础课以及专业课的学习，都必须以理论力学知识为基础。

(3) 为新兴学科的研究与开发提供必要支撑。随着现代科学技术的发展，理论力学的研究内容已渗入到其他科学领域，与其他学科交叉融合形成新兴前沿学科，如生物力学等，这也为理论力学的发展提供了广阔空间。

第 1 章 静力学基础

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。

物体处于平衡状态是自然界中普遍存在的现象，也是机械运动的特殊情况。对于平衡状态的研究自然离不开对物体的受力分析。

静力学部分主要解决三类问题：一是对物体进行受力分析，分析某个物体共受几个力，以及每个力的作用位置和方向，并绘制物体受力图；二是对作用在物体上的力系进行简化，在保持对物体作用原来力系作用效果不变的情况下，用最简单的力系作用形式代替原来较为复杂力系的作用；三是研究各种力系的平衡规律，分析作用在物体上的各种力系平衡时所需满足的条件。工程实际中，静力学问题有着广泛的应用，是设计结构、构件和机械零件时静力分析计算的基础，同时也是力学分析的基础。

1-1 静力学的基本概念

1. 力与力系的概念

人们通过长期的生产劳动和科学实践，建立了力的概念。力是物体间相互的机械作用，这种作用使物体的机械运动状态发生变化，或者使物体发生变形。例如，人对小车施加一推力，推动小车由静止状态开始运动；房屋结构的横梁在载荷的作用下发生微小的弯曲变形等。

物体受力后产生的效应表现在两个方面：使物体的运动状态发生变化的作用效应，称为力的外效应；而使物体发生变形的效应，则称为力的内效应。理论力学主要研究物体力使物体的外效应，材料力学则研究力使物体的内效应。

实践证明，力对物体的作用效果，取决于力的大小、方向和作用点，通常被称为力的三要素。在力的三个要素中，只要改变其中一个，也就改变了力的效应。

为了完整表示力的效应，力必须用矢量表示，而且为定位矢量（有时若只与作用线相关时，可以表示为滑动矢量）。画图时要把其三个要素完整表示出来，例如沿水平地面推一小车（图 1-1），作用在小车 B 点处有一个推力 F ，画图时要在作用点处做一有向线段，其方向与力的作用方向一致，有向线段的长度按照比例表示力的大小，线段的起点或终点表示力的作用点，力所沿的直线称为力的作用线。本书中用黑体字母表示矢量，字母不加黑表示力的大小（矢量的模）。在国际单位制中力的单位为牛顿（N）。

工程中把作用于物体上的一群力称为力系。根据力系中力的作用线是否在同一平面，力系可分为平面力系和空间力系；根据力系中力的作用线是否汇交，力

系又可分为汇交力系、平行力系和任意力系。对物体作用效果相同的力系称为等效力系。

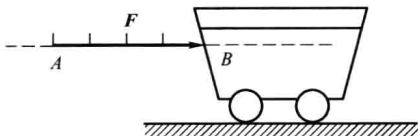


图 1-1

2. 刚体的概念

理论力学研究的对象是刚体，由物体抽象简化而来。实际上，在自然界中任何物体受力后总会产生一些变形。但在通常情况下绝大多数零件和构件的变形都是很微小的，甚至需要用专门的仪器才能测量出来。研究证明，在许多情况下，这种变形对物体的外效应影响甚微，可以忽略不计，即不考虑力对物体作用时物体所产生的变形。将这种受力后认为不发生变形（或变形可以忽略）的物体称为刚体。因此，刚体是对实际物体经过科学的抽象和简化得到的理想化的模型，这样的简化不仅抓住了问题的本质，而且极大地简化了计算过程。

3. 平衡的概念

平衡是指物体相对于地球处于静止或做匀速直线运动的一种状态。显然，平衡是物体受力状态的一种特殊形式。作用在刚体上并使其处于平衡状态的力系称为平衡力系，平衡力系应满足的条件称为平衡条件。

静力学研究刚体的平衡规律，即研究作用在刚体上的力系应满足的平衡条件。

1-2 静力学公理

静力学公理是人们在长期的生活及生产实践中对于力的性质与特点的认知所总结的某些结论，又经过实践反复验证确认这些结论符合客观生产实际，最终使这些结论形成了关于力普遍性的客观规律。这些公理奠定了的静力学全部理论基础。

公理 1 力的平行四边形法则：作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力，合力的作用点也在该点，合力的大小和方向，由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线确定（图 1-2 所示）。

这个公理说明了作用在物体上同一个点的二个分力与合力的关系，即合力矢等于两个分力矢的和，即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

求合力时，既可以根据二个分力与合力之间的几何关系用解析方法求解，也可以用作图的方法求解，即确定比例尺，画一力平行四边形，来求得两汇交力合力的大小和方向。此方法也称为矢量加法。

用几何法求合力时，为了作图方便，可以只画出平行四边形的一半，即三角形便可（图 1-3），其方法是从任意点 O 先作出一力矢 F_1 ，后再由其终端作另一力矢 F_2 ，最后由力矢 F_1 的起点至力矢 F_2 的终点作一有向线段，形成一个封闭的三角形，这个封闭边的有向线段就代表二个力的合力。此三角形称为力三角形。也可以先作 F_2 ，再作 F_1 ，得到同样的结果。这种按照各分力依次首尾相接求合力的方法称为力的三角形法则。

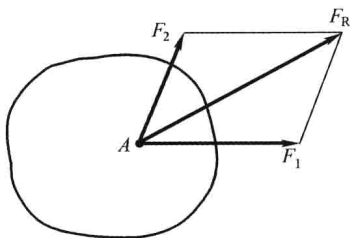


图 1-2

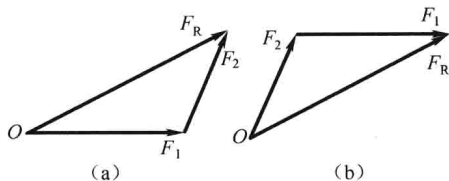


图 1-3

公理 1 提供了由一个二力组成的最简单力系求其合力的法则，这也为以后复杂力系简化提供了基础。

公理 2 二力平衡条件：受二力作用的刚体处于平衡状态的充分与必要条件是，这两个力大小相等、方向相反、作用线共线（图 1-4）。

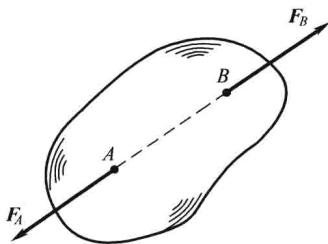


图 1-4

公理 2 表明了作用于刚体上最简单力系平衡时所必须满足的条件。需要注意的是，这个公理只适用于刚体，对变形体来说只是必要条件，而非充分条件。例如，柔软的绳索只能在二等值、反向、共线的拉力下保持平衡，而在承受压力时无法保持平衡。

公理 3 加减平衡力系原理：在作用于刚体的任一力系上，加上或减去一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用效果。

公理 3 是研究力系等效替换的重要依据，也是对复杂力系简化的一个重要方法。在上述公理的基础上，很容易导出下列两个推论：

推论 1 力的可传性原理：作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，并不改变该力对刚体的作用效果。图 1-5 中，在小车点 A 处作

用一水平推力 F ，然后将力 F 沿其作用线移到 B 点处变为拉力，对小车的作用而言，作用力移动前后的效果是相同的。

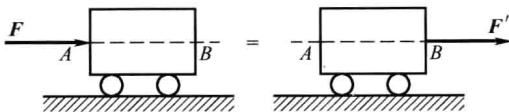


图 1-5

对推论 1 做一简单推证：刚体上的点上作用一力 F (图 1-6a)，根据加减平衡力系原理，现在力的作用线点 B 处加上两个相互平衡的力 F_1 和 F_2 (图 1-6b)，且使 $F_1 = F_2 = F$ ，使得力 F 和 F_1 也组成一个平衡力系，故可除去，这样只剩下一个力 F_2 (图 1-6c)，经过这样的变换后，力对物体的作用效果没有改变，因此，可以视为原来的力 F 沿其作用线由 A 点移到了 B 点。

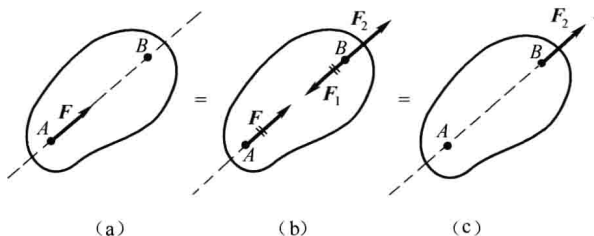


图 1-6

由此可见，作用于刚体上的力可以沿着作用线移动，对于刚体来说，力的作用点已不是决定力作用效应的要素，它已为作用线所代替。因此，作用于刚体上的力的三要素是：力的大小、方向和作用线。作用于刚体上的力可以沿着作用线移动，这种矢量称为滑动矢量。

推论 2 三力平衡汇交定理：作用于刚体上的三个互不平行的力，若使其保持在平衡状态，那么这三个力作用线必汇交于一点。

证：如图 1-7 所示，在一刚体的 A 、 B 、 C 三点上，分别作用三个互不平行的力 F_1 、 F_2 、 F_3 ，其中 F_1 和 F_2 两力的作用线汇交于 O 点，根据力的可传性，将力 F_1 和 F_2 移到汇交点 O ，然后根据力的平行四边形法则，求得合力 F_{12} ，如果刚体处于平衡状态，则力 F_3 应与 F_{12} 组成平衡力系，两个力必须等值、反向、共线，所以 F_3 必定通过 O 点，三个力汇交于一点，同时也共面，定理得证。

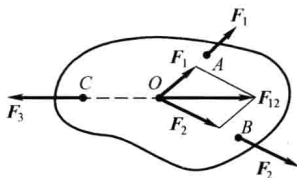


图 1-7

公理 4 作用与反作用定律：两个物体间的作用力与反作用力，总是大小相等，方向相反，作用线相同，并分别作用于这两个物体上。

这个公理概括了自然界中物体间相互机械作用的关系，它既表明了作用力和反作用力总是成对出现的，也表明了力在物体系统中的传递关系。值得注意的是，作用力与反作用力分别作用在两个相互作用的物体上，因此在研究单个物体时，不能视为平衡力系。

1-3 约束及约束反力

在空间可以自由运动、其位移不受任何限制的物体称为自由体，如空中飞行的飞机、火箭、人造卫星等。工程中的大多数物体，某些方向的位移往往受到限制，这样的物体称为非自由体。例如，高速公路上行驶的汽车、安装在轴承中的转轴、大型结构中的构件等，都是非自由体。

对非自由体某些方向的位移起限制作用的周围物体称为约束。如道路是汽车的约束、轴承是转轴的约束、结构中某一构件其周围的物体是该构件的约束等。当物体沿着所限制的方向有运动趋势时，约束对物体必产生一作用力。约束对被约束物体的作用力称为约束反作用力，是一种被动力，简称约束反力或约束力，与其相对的是，主动作用于物体之上的力称为主动力，物体的重力也可看作为主动力。由此看来，约束反力的方向总是与物体被约束所限制的位移方向相反，而且作用在被约束之处，这是用以确定各种约束反力方向的原则。至于约束反力的大小和方向则必须依据平衡条件来确定。

下面介绍几种工程中常用的约束类型，并分析其约束反力的特点。

1. 柔性体约束

工程中常见的柔软绳索、钢丝绳、三角带、链条等都可以简化为柔体，它的约束称为柔性约束。如图 1-8a 所示，一球体用一根绳子吊起，在重力的作用下球体具有下落的趋势，但是绳子阻止球体向下运动，因此，球体受到了来自绳子的约束反力，显然，这个力是拉力，作用在绳子连接球体之处（图 1-8b）。注意到，对绳子来说受到来自球体给它的反作用力，这个力是沿绳子伸长的方向。

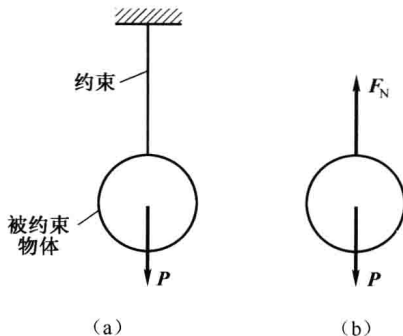


图 1-8

图 1-9a 表示了皮带或链条传动的情况，皮带或链条对于轮子的约束也属于柔性约束，对传动轮的约束反力如图 1-9b 所示。

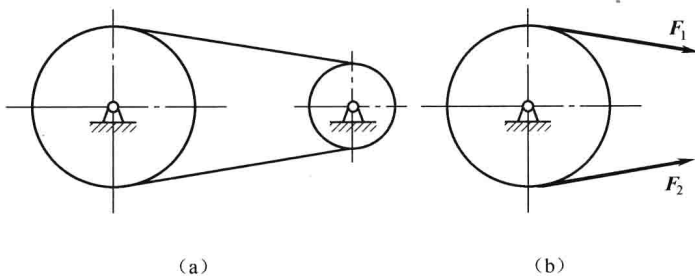


图 1-9

由于柔体只限制了物体沿柔体伸长方向的运动，而不能限制沿其他方向运动，所以柔体的约束反力必定是沿柔体的中心线且背离被约束的物体，只能是拉力。

2. 光滑面约束

当两物体接触面上的摩擦力很小，且对所研究问题不起主要作用而略去不计时，可以认为接触面是光滑的。

例如，一物块放置在光滑的平面上，如图 1-10a 所示，受到光滑平面的约束，物块在垂直于平面法线的位移受到限制，所以就承受来自接触点处平面法线方向的约束反力作用，如图 1-10b 所示。曲面接触的情况也是如此，如一个圆柱体放置在一个 V 形槽中，如图 1-11a 所示，两侧斜面约束也视为光滑面的约束情况，作用于圆柱体的约束反力如图 1-11b 所示。

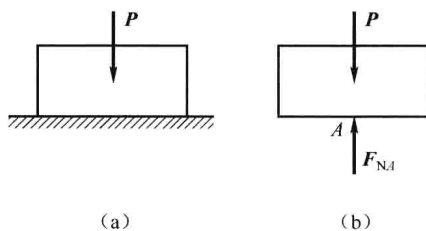


图 1-10

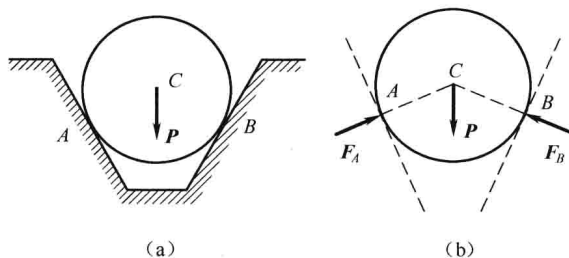


图 1-11

这类约束的特点是不限制物体沿约束表面切线方向的位移，只阻碍物体沿接触表面法线方向、指向约束体内部的位移。因此，光滑支承面对物体的约束力，作用在接触点处，方向沿接触表面的公法线、指向被约束的物体。对于研究的物体而言，受到的光滑面约束反力只能是压力，这个力称为法向约束反力。

3. 光滑铰链约束

铰链约束为两构件采用圆柱定位销形成的联接。它是由一个圆柱销钉插入两个物体的圆孔中构成，若销钉与圆孔之间的接触是光滑的，就称为光滑铰链约束。光滑铰链约束可分为下面三种情况。

(1) 圆柱形铰链。

构件联接方式如图 1-12a、b 所示。

由于销钉与物体圆孔接触曲面都是光滑的，两者之间的配合总有缝隙，所以两圆柱面接触只是在局部某一点（图 1-12c），本质上属于光滑面约束，那么销钉对物体的约束力应通过物体圆孔中心。由于接触点不确定，约束反力的方向就难以确定，在这种情况下，通常用两个互相垂直的分力 F_{Kx} 、 F_{Ky} 来表示这个未知的约束反力的合力 F_K （图 1-12d）。

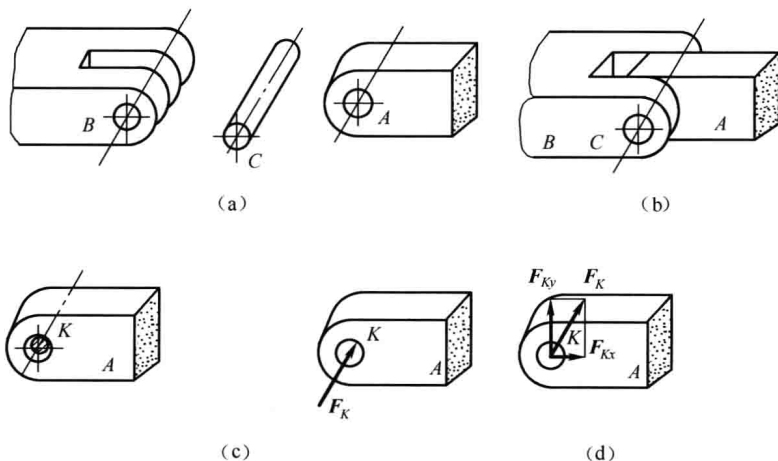


图 1-12

(2) 固定铰链支座。

固定铰链支座也简称为固定铰支，它是将联接的两构件中的一个固定于地面或机架。图 1-13a 所示为桥梁上所用一种支座的构造示意图，图 1-13b、c 是固定铰支座的计算简图，固定铰支座的约束反力如图 1-13d 所示。

(3) 活动铰链支座。

活动铰链支座简称活动铰支座，它是在固定铰支座和光滑支承面之间装有几个滚轴而成，如图 1-14a 所示。由于滚轴的作用，被支承的物体可沿支承面的切线