高职高专"十二五"规划教材

应用型本科适用

高等数学 下册

GAODENG SHUXUE

主编 陆宜清 主审 杨松华

- 加强基础，突出应用
- 教、学、做一体化
- 与数学软件密切配合

上海科学技术出版社

高等数学

高职高专“十二五”规划教材
应用型本科适用

高等数学 下册

GAODENG SHUXUE

主编 陆宜清 主审 杨松华

上海科学技术出版社

图书在版编目(CIP)数据

高等数学. 下册／陆宜清主编. —上海:上海科学技术出版社,2011.7
高职高专"十二五"规划教材
ISBN 978-7-5478-0757-6

Ⅰ.①高… Ⅱ.①陆… Ⅲ.①高等数学-高等职业教育-教材 Ⅳ.①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2011）第 055336 号

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版、发行
（上海钦州南路 71 号　邮政编码 200235）
新华书店上海发行所经销
常熟市兴达印刷有限公司印刷
开本 787×1092　1/16　印张:14
字数:306 千字
2011 年 7 月第 1 版　2011 年 7 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5478-0757-6/O·6
定价:28.50 元

内容提要

Synopsis

本书是根据教育部新制定的《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》,借鉴"教、学、做一体化"的教学模式和编者多年的教学经验而编写的。

全书共十一章,分为上、下两册。本书为下册,主要内容有向量与空间解析几何、多元函数微分学、重积分、无穷级数、数学建模初步五章,书末还附有高等数学常用公式、数学软件 MATLAB 常用系统函数、习题答案与提示。

本书可以作为高等专科教育、高等职业教育、成人教育以及其他学时较少的工科类和经济类专业的高等数学课程教材,也可作为教师及技术人员用书或参考书。

作者名单

Authors

主　编　陆宜清

副主编　刘玉军　徐香勤　薛春明　张思胜

参　编　王国强　张　慧　林大志

张松锋　王　琳　陈晓玉

主　审　杨松华

序

Foreword

微积分的发现是人类智慧最伟大的成就之一,微积分蕴藏着丰富的理性思维和处理连续变量的方法。以微积分为主体内容的高等数学课程是大学中最重要的基础课程之一。它不仅为后续课程和今后的工作提供必备的数学工具,而且对学生科学素养的形成和分析解决问题能力的提高产生重要的影响。如何精选和合理处理教学内容,如何通过数学知识来提高学生的数学素养,如何加强数学应用能力的训练都是近年来本门课程教学改革的重要内容。由于我国地域辽阔,学校类型很多,编写适合自己情况而又有特色的教材是一件有意义的工作。

以陆宜清教授为首的一些资深教师,在认真学习兄弟院校高等数学课程教学改革的经验、分析研究大量国内外教材的基础上,编写了高职高专"十二五"规划教材《高等数学》。该教材讲义已应用了多年,经反复修改,现由上海科学技术出版社出版,这是一件值得庆贺的大好事情。

本书定位在"加强基础,突出应用"的平台上,在基本维护系统性与连贯性的原则上,对内容体系做了适当调整,以适宜高职高专院校的使用。本书突出的特点是在加强应用能力的培养上下了功夫,增加了不少实用的数学方法和颇为有趣的应用实例和习题。尤其是专门在最后一章"数学建模初步"中设计了若干与微积分、微分方程有关的数学模型,再次体现"以应用为目的"的编写原则和"教、学、做一体化"的教学模式。其次,本书教学内容与数学软件密切配合,在每章之后均附有"演示与实验",恰当使用会使课程增色。另外,与传统教材相比,不少地方的面貌有了较大的变化。每章开始有"学习目标",结束有"本章小结"及"阅读材料"。对于数学概念和理论,尽量从实际问题引入并从几何与数值方面进行分析。对于定理的推导尽可能简捷,对于计算着重于方法和规律的介绍。

本书立足于学校的特点、专业的需要,合理地组织安排教学内容,力求恰当地处理传授知识与素质教育的关系。

本书是一本有特色的很好的高等数学教材。

国家级名师

郑州大学数学系教授　李梦如

前　言

Preface

微积分是近代数学最伟大的成就。由于它在各个领域的广泛应用,以微积分为主要内容的高等数学成为大学中最重要的基础课程之一。它不仅为后续课程和科技工作提供了必备的数学工具,而且对学生科学素质的形成和分析解决问题能力的培养产生了重要而深远的影响。但是多年来在高等数学教学中,存在着偏重向学生传授微积分的概念、理论、运算规则和技巧,忽略微积分的数学思想、方法及其与实际紧密联系的现象,不够注重该课程在学生的素质与能力的培养方面的积极作用。

为满足21世纪我国高职高专教育大力发展的需要,我们根据教育部《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》,在高职高专院校数学教师多年教学改革实践的基础上,研究、剖析、对比国内外一批教材和资料,组织上海工程技术大学高等职业技术学院、河北师范大学职业技术学院、石家庄信息工程职业学院、周口职业技术学院、郑州牧业工程高等专科学校的具有高职高专教学经验的老师,经过反复研讨,集体编写了《高等数学》教材。本书是上述五所高职高专院校的参编者集思广益和通力合作的成果。教材以"联系实际,注重应用,淡化理论,提高素质"为特色,充分体现了"以应用为目的,以必需够用为度"的编写原则,在内容编排上,紧密衔接初等数学,从特殊到一般,从具体到抽象,注意概念、定理用几何意义、物理意义和实际背景诠释,深入浅出,论证简明,易于教,便于学。归纳起来,本书有以下特点:

1. 从实际问题出发,引入数学概念和理论,让学生体会到微积分来源于实际,又能指导实际。在教材中我们尽量从不同方面给出实际例子并加入简单的数学模型,让学生初步体会到微积分与现实世界中的客观现象有密切联系。

2. 在习题中也适当加大应用问题的比例,以便学生能尝试利用所学微积分知识来分析和解决一些简单的实际问题,提高学生应用数学知识解决实际问题的能力。

3. 在第十一章"数学建模初步"中设计了若干与微积分、微分方程有关的数学模型,提高学生应用计算机解决实际问题的兴趣和扩充解决实际问题的手段,再次体现"以应用为目的"的编写原则和"教、学、做一体化"的教学模式。

4. 合理调整和安排教材中的概念与理论、方法与技巧和应用与实践这三部分内容,

加强从几何和数值方面对数学概念的分析,从多方面培养学生的理性思维;增加用表格和图形表示的函数及其运算的介绍,注意克服偏重分析运算和运算技巧的倾向;加强实践环节,重视应用能力的培养。

5. 随着计算机技术的发展,数学教学从传统的自然科学传授走进了与计算机技术相结合的教学过程。本书引入MATLAB数学软件,以发挥辅助教学的作用。在每一章后均附有"演示与实验",一方面通过数学软件的直观演示加深学生对一些重要概念和定理的理解,另一方面让学生学习使用数学软件进行各种运算、绘制图形,培养学生的动手能力,使学生有机会尝试利用数学知识和计算机解决实际问题。

6. 为了培养学生的自主学习能力,每章开始有"学习目标";为了帮助学生及时复习巩固每章的知识,对每章内容进行"本章小结",并配有习题。学习目标是本章的学习基本要求;小结是梳理本章的知识,突出重点与难点,搞清知识间的关系;习题可供学生进行综合训练。同时结合每章的数学知识,安排了相应的MATLAB数学实验、有关的数学家的"阅读材料"等。

7. 本书注意"简易性",尽量做到通俗易懂,由浅入深,富于启发,便于自学。

总之,本书力求恰当地处理归纳与演绎、数学的发现与知识的传授、加强理论分析与实际应用能力的培养之间的关系,以提高学生的综合分析能力和创新能力。

本书内容覆盖面比较广,教师可根据不同专业特点进行取舍。课内教学需80～100学时,建议可在课外再安排10～20学时上机实验。

本书分为上、下两册。上册内容为一元函数微积分和常微分方程,下册内容为向量与空间解析几何、多元函数微积分、无穷级数和数学建模初步。书末附有初等数学常用公式、基本初等函数的图像与性质、高等数学常用公式、数学软件MATLAB常用系统函数、习题答案与提示。

本书由陆宜清教授任主编,负责全书的统稿和定稿;王国强、刘玉军、林大志、张慧、徐香勤、薛春明、张思胜任副主编。参加本书编写的还有张松锋、王琳、陈晓玉等同志。在全书框架结构安排、统稿等方面,本书主审、郑州大学数学系杨松华副教授提出了许多宝贵的建议。

本书的组织编写和出版过程中,得到了有关学校的领导和相关专家的大力支持和帮助,以及上海科学技术出版社的热心帮助和指导,尤其是首届国家级名师郑州大学数学系李梦如教授在百忙之中为本书作序,他们为本书的出版付出了辛勤的劳动,在此一并表示诚挚的谢意!

限于编者的水平,书中难免存在缺点和不足之处,敬请读者提出宝贵意见并批评指正。

编 者

目 录

Contents

第七章　向量与空间解析几何

学习目标

1. 理解空间直角坐标系及向量的概念.
2. 掌握空间两点间距离公式.
3. 理解向量坐标的概念,会用坐标表示向量的模、方向余弦及单位向量.
4. 知道向量的线性运算、数量积、向量积的定义,掌握用坐标进行向量运算的方法.
5. 掌握向量夹角公式及用向量的坐标表示两向量平行、垂直的充要条件.
6. 掌握平面及直线的方程.
7. 了解曲面及其方程概念,知道曲面的一般方程及常见的曲面方程及其图形.
8. 了解空间曲线及其方程的概念,知道空间曲线的一般方程及参数方程.
9. 会用MATLAB做向量运算及空间曲面的作图.

用代数方法研究几何图形,是空间解析几何的主要内容.在学习多元函数微积分时,熟悉这方面的知识,掌握图形与方程的对应关系,是十分重要的.

本章首先建立空间直角坐标系,引进向量的概念,介绍向量之间的各种运算及其应用,然后以向量为工具讨论空间的平面和直线,最后简要介绍一般的空间曲面和曲线.

第一节　空间直角坐标系与向量的概念

一、空间直角坐标系

过空间一个定点O,作三条互相垂直的数轴,它们都以O为原点,且一般具有相同的长度单位.这三条数轴分别称为**x轴(横轴)**,**y轴(纵轴)**,**z轴(竖轴)**,统称**坐标轴**.它们的方向通常按"右手规则"确定:即以右手握住z轴,当右手的四个手指从x轴正向以$\frac{\pi}{2}$角度转向y轴正向时,大拇指的指向就是z轴的正向.这样确定的三条数轴就构成了一个**空间直角坐标系**,称为直角坐标系$Oxyz$,定点O称为**坐标原点**(图7-1).

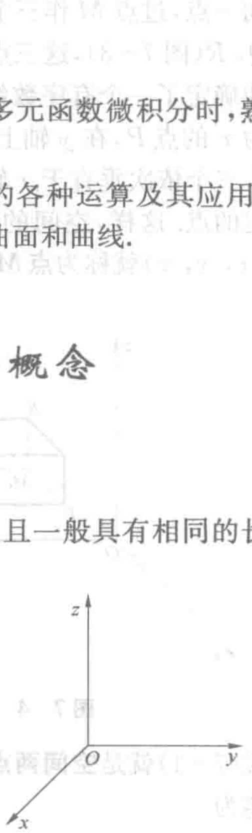

图7-1

三条坐标轴中的任意两条可以确定一个平面,这样的平面统称**坐标面**.例如x轴和y轴所确定的平面称为xOy面,类似地有yOz面,xOz面.这样互相垂直的三个坐标面将空间分成八个部分,每一个部分

称为一个卦限,含有 x 轴、y 轴、z 轴正方向的那部分称为**第一卦限**. 其他第二、第三、第四卦限在 xOy 面的上方,按逆时针方向确定. 第五至第八卦限在 xOy 面的下方,由第一卦限之下的第五卦限,按逆时针方向确定,这八个卦限分别用字母Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ表示(图 7-2).

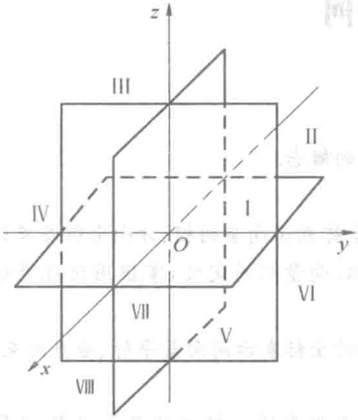

图 7-2

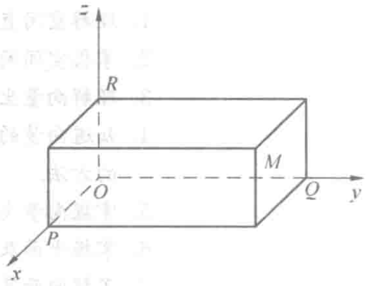

图 7-3

建立了空间直角坐标系后,就可以建立空间某点与三元有序数组的对应关系. 设 M 为空间一点,过点 M 作三个平面分别垂直 x 轴、y 轴、z 轴,三个平面与三个轴的交点依次为 P, Q, R(图 7-3),这三点在 x 轴、y 轴、z 轴上的坐标分别为 x, y, z. 于是空间一点 M 就唯一地确定了一个有序数组 (x, y, z);反过来,设给定了数组 (x, y, z),可以在 x 轴上取坐标为 x 的点 P,在 y 轴上取坐标为 y 的点 Q,在 z 轴上取坐标为 z 的点 R,然后分别过 P, Q, R 作三个依次垂直于 x 轴、y 轴、z 轴的平面. 这三个平面的交点 M 便是由数组 (x, y, z) 所确定的点. 这样,空间的点 M 就与三元数组 (x, y, z) 之间建立了一一对应关系. 有序数组 (x, y, z) 就称为**点 M 的坐标**,记为 $M(x, y, z)$,并依次称 x, y, z 为点 M 的**横坐标、纵坐标和竖坐标**.

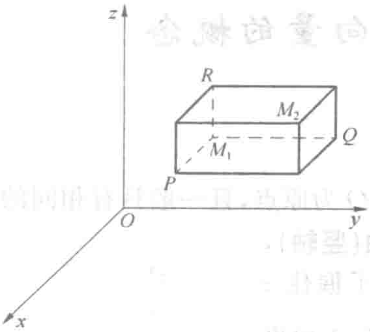

图 7-4

显然,坐标轴及坐标平面的点,其坐标有一定特点. 例如:x 轴上的点的坐标为 $(x, 0, 0)$;yOz 坐标平面上的点的坐标为 $(0, y, z)$;原点 O 的坐标为 $(0, 0, 0)$.

设 $M_1(x_1, y_1, z_1)$, $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 为空间两点,过 M_1、M_2 各作三个分别垂直于三条坐标轴的平面,这六个平面围成一个以 M_1M_2 为对角线的长方体(图 7-4). 故有

$$|M_1M_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}, \tag{7-1}$$

式(7-1)就是**空间两点间的距离公式**. 特别地,点 $M(x, y, z)$ 到坐标原点 $O(0, 0, 0)$ 的距离为

$$|OM| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}. \tag{7-2}$$

例1 求证以 $M_1(4,1,9)$，$M_2(10,-1,6)$，$M_3(2,4,3)$为顶点的三角形是等腰直角三角形.

证 $|M_1M_2|=\sqrt{(10-4)^2+(-1-1)^2+(6-9)^2}=7$，

$|M_2M_3|=\sqrt{(2-10)^2+(4+1)^2+(3-6)^2}=\sqrt{98}$，

$|M_3M_1|=\sqrt{(4-2)^2+(1-4)^2+(9-3)^2}=7$.

所以，$|M_1M_2|=|M_3M_1|$，且$|M_1M_2|^2+|M_3M_1|^2=|M_2M_3|^2$，即$\triangle M_1M_2M_3$ 为等腰直角三角形.

二、向量及其线性运算

(一) 向量概念

在实践中，常会遇到既有大小又有方向的量，例如物理学中的力、力矩、位移、速度、加速度等，这一类量称为**向量(或矢量)**.

习惯上，常用一条有方向的线段(即有向线段)来表示向量，有向线段的长度表示向量的大小，有向线段的方向表示向量的方向. 以 M_1 为起点、M_2 为终点的有向线段所表示的向量，记作$\overrightarrow{M_1M_2}$(图 7-5). 有时也用一个黑体字母或一个上面加箭头的字母表示向量，例如 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{i}$，$\boldsymbol{r}$，$\boldsymbol{F}$ 或$\vec{a}$，$\vec{i}$，$\vec{r}$，$\vec{F}$等.

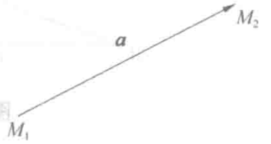

图 7-5

以坐标原点 O 为起点，向空间一点 M 引向量$\overrightarrow{OM}$，称这个向量为点 M 对于点 O 的**向径**.

在实际问题中，有些向量与起点有关，有些向量与起点无关. 由于一切向量的共性是它们都有大小和方向，所以数学上只研究与起点无关的向量，即只考虑向量的大小和方向，这样的向量称为**自由向量**(简称**向量**). 所以，如果两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的大小相等，方向相同时，就说它们是**相等**的，记作 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$，这就意味着，经过平行移动后能完全重合的向量是相等的. 在自由向量之间，平行与共线是同义语，初学者应注意.

向量的大小又称向量的**模**. 向量 $\boldsymbol{a}$ 的模记作$|\boldsymbol{a}|$. 模等于 1 的向量称为**单位向量**，与 $\boldsymbol{a}$ 同方向的单位向量记作 $\boldsymbol{a}^0$ 或 e_a. 模等于零的向量称为**零向量**，记为 $\mathbf{0}$，零向量的起点与终点重合，方向可看做任意的.

设有两个非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$，将向量 $\boldsymbol{a}$ 或 $\boldsymbol{b}$ 平移，使它们的起点重合后，它们所在的射线之间的不超过 π 的夹角 θ(即 $0\leqslant\theta\leqslant\pi$)称为**向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角**(图 7-6)，记作$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle$.

显然，$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\langle\boldsymbol{b},\boldsymbol{a}\rangle$，且当非零向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$方向相同时，有$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=0$；当$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$ 方向相反时，有$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\pi$.

当$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=0$或$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\pi$，即非零向量$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$ 方向相同或相反时，就称这两个向量**平行**. 向量 $\boldsymbol{a}$ 与向量 $\boldsymbol{b}$ 平行，记作 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$. 当$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{\pi}{2}$ 时，就称这两个向量**垂直**，记作 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$.

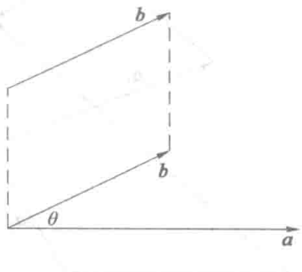

图 7-6

由于零向量的方向可以看做是任意的，因此零向量与任何向量都既平行且垂直. 反之，与非零向量既平行且垂直的向量唯有零向量.

(二) 向量的线性运算

向量与向量之间或向量与数之间按某种方式发生联系，并由此产生出另一个向量或者数，这种联系抽象成数学形式，就是向量的运算. 向量的加法、减法运算以及向量与数的乘法运算统称为向量的**线性运算**.

1. 向量的加法

设有两个向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$，任取一点 A，作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，再以 B 为起点，作 $\overrightarrow{BC}=\boldsymbol{b}$，连接 AC(图 7-7)，那么向量 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}$ 称为向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和，记作 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$，即

$$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}.$$

上述方法称为向量相加的**三角形法则**.

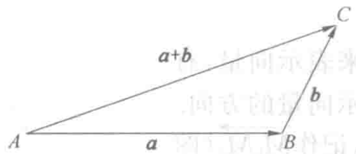

图 7-7

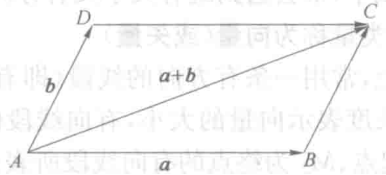

图 7-8

另外，与向量加法的三角形法则相等价的还有**平行四边形法则**. 当向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 不平行时作 $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AD}=\boldsymbol{b}$，以 AD，AB 为边作一平行四边形 $ABCD$. 连接对角线 AC(图 7-8)，则向量 $\overrightarrow{AC}$ 就等于 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的和 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$.

向量的加法满足下列运算规律：

(1) 交换律　$\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}$;

(2) 结合律　$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}+(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})$.

由于向量的加法满足交换律和结合律，故 n 个向量 $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \cdots, \boldsymbol{a}_n (n\geqslant 3)$ 相加可写成

$$\boldsymbol{a}_1+\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_3\cdots+\boldsymbol{a}_{n-1}+\boldsymbol{a}_n,$$

并按向量加法的三角形法则，可得 n 个向量相加的法则如下：使前一个向量的终点作为下一个向量的起点，相继作向量 $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \cdots, \boldsymbol{a}_n$，再以第一个向量的起点为起点，最后一个向量的终点为终点作一向量，这个向量即为所求向量的和. 图 7-9 中给出 5 个向量相加的例子.

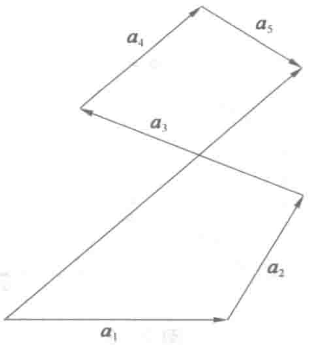

图 7-9

设 $\boldsymbol{a}$ 为一向量，与 $\boldsymbol{a}$ 的模相同而方向相反的向量称为 $\boldsymbol{a}$ 的**负向量**，记作 $-\boldsymbol{a}$，由此，规定两个向量 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 的差：

$$\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}+(-\boldsymbol{a}).$$

特别当 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$ 时，有

$$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}+(-\boldsymbol{a})=\boldsymbol{0}.$$