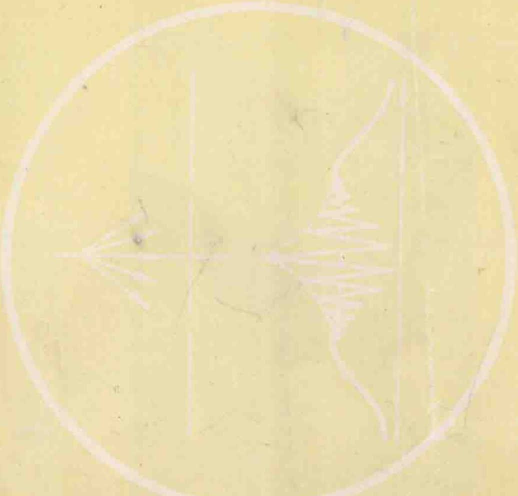
· 近代物理学丛书 ·

近代物理学基础专题分析

熊钰庆　何宝鹏　李永宁　编著



华南理工大学出版社

·近代物理学丛书·

近代物理学基础专题分析

熊钰庆　何宝鹏　李永宁　编著

华南理工大学出版社

［粤］新登字 12 号

近代物理学丛书
近代物理学基础专题分析
熊钰庆　何宝鹏　李永宁　编著
＊
华南理工大学出版社出版发行
（广州五山·邮码 510641）
广东省新华书店经销
华南师范大学印刷厂印刷
＊
开本 850×1168　1/32　印张 9.75　字数 250 千
1995 年 10 月第 1 版　1995 年 10 月第 1 次印刷
印数 1—2000
ISBN 7-5623-0817-9
O·85.　定价：9.00 元

《近代物理学丛书》编委会

（已出版）

- 量子场论导论（何宝鹏　熊钰庆）
- 群论与高等量子力学导论（熊钰庆　何宝鹏）
- 广义相对论导论（李永宁　何宝鹏）
- 核物理学导论（王开发）
- 固体物理学导论（黄　波　聂承昌　熊予莹）
- 量子力学提要与题析（熊钰庆　何宝鹏　周笸声）
- 近代物理学基础专题分析（熊钰庆　何宝鹏　李永宁）

前　言

相对论和量子力学是近代物理学的两大支柱，是近代物理学的理论基础。近代物理学一般指二十世纪物理学，即以相对论和量子力学为基础发展起来的物理学各个分支及其前沿。例如原子与分子物理、原子核物理、高能物理、介观物理、凝聚态物理、激光物理、天体物理等等。现代高新技术的许多领域，也以近代物理学作为其理论基础或先导。例如半导体器件和技术、高温超导技术、核磁共振技术、光纤通信和光孤子通信技术、扫描隧道显微技术……。基于近代物理学在现代科学技术中的重要地位，物理专业和相关专业的学生及相关部门的工程技术人员，必须掌握近代物理学理论。为了帮助这方面的读者更好地了解和掌握近代物理学知识，我们计划编写《近代物理学基础专题分析》和《近代物理学专题分析》。这里所谓近代物理学基础指的就是相对论和量子力学。之所以采用专题分析而不是系统成章，主要是考虑到研究生的需要。他们已经有了初步的近代物理学基础和近代物理学各个分支学科的知识，专题分析将有助于读者对其中重要的内容加深理解和扩宽知识面，从而提高他们的近代物理理论修养，每个专题将注意到必要而适当的深度和广度，并且自成体系，前后连贯。

在本书中，选择了22个比较重要的内容作为专题，其中专题7、8、9、12、13、14、15、16、17、18、19、20、21、22由熊钰庆编写，专题1、2、3、4、5、10、11由何宝鹏编写，专题6由李永宁编写。

由于编者水平所限，不妥或错误之处欢迎读者批评指正。

编　者

1994.12于广州

目　录

前言
1. 洛仑兹变换与相对论时空 ……………………………… (1)
2. 相对论速度合成与速度极限 …………………………… (13)
3. 时钟延缓佯谬 ……………………………………… (23)
4. 长度收缩佯谬 ……………………………………… (34)
5. 高速运动物体的视觉形象 ……………………………… (42)
6. 广义相对论的两个基本原理及其与非欧几何的联系 ……………………………………………… (54)
7. 量子态及态的迭加原理 ………………………………… (60)
8. 量子力学的基本框架 …………………………………… (72)
9. 运动方程的三种图象 …………………………………… (91)
10. 基本的量子方程 ……………………………………… (105)
11. 测不准关系的物理基础 ……………………………… (112)
12. 一维量子定态的普遍性质 …………………………… (120)
13. 表象变换 …………………………………………… (133)
14. 量子力学中的对称性 ………………………………… (152)
15. 氢原子的动力学对称性 ……………………………… (181)
16. 各向同性谐振子的动力学对称性 …………………… (192)
17. 谐振子的阶梯算符解法 ……………………………… (209)
18. 角动量本征值的阶梯算符解法 ……………………… (219)
19. 算符因式分解法解氢原子问题 ……………………… (229)
20. 密度矩阵 …………………………………………… (249)
21. 电磁场量子化 ……………………………………… (265)
22. 相干态 ……………………………………………… (285)

1. 洛仑兹变换与相对论时空

物质的运动存在于时间和空间之中。因此，客观事物的运动性质和规律与时空的性质有密切关系。经典力学建筑在绝对时空观的基础上，认为时间与空间是互相独立，无联系的，“同时”是绝对的，时空坐标服从伽利略变换；狭义相对论（以下简称相对论）认为时间与空间是互相联系，而且“同时”是相对的，时空坐标服从洛仑兹变换。

一. 洛仑兹(Lorentz)变换

1. 相对论的基本原理（基本假设）

Lorentz 变换可由相对论的两个基本原理导出，而这两个基本原理是爱因斯坦(Einstein. Albert 1879－1955)在分析旧理论框架存在的困难以及有关实验的基础上提出的。

(1)相对性原理——所有惯性参考系都是等价的。即物理规律（包括力学、电磁学以及其它物理现象）对任何惯性系都表为相同的形式。这比经典力学中的伽利略相对性原理内涵更丰富了，在那里仅指出力学规律对任何惯性参考系是等价的；但比广义相对性原理内涵却较局限，广义相对性原理认为任何物理规律对任何参考系（包括非惯性系）是等价的。

(2)光速不变性原理——真空中的光速对任何惯性系、沿任何方向恒为 c，与光源的运动无关。这意味着：自然界的信号传递存在一个以真空中的光速为极限的速度，这打破了经典的伽利略变换所稳含的存在无限大信号速度的可能性。这是一个革命性的假设。光速不变原理由相对论的辉煌成就被接受下来，并且已通过双

程光速实验进行了验证。但单程光速实验至今尚未能对这一假设进行证实。

2. 洛仑兹变换

导出洛仑兹变换式的方法很多，但综观各种方法都是籍助于相对论的两个基本原理和公认的时空均匀性质。

方法Ⅰ：这是一般教科书中常见的，也是较为严格的方法。设坐标系$\Sigma'(x',y',z',t')$以速度v相对于坐标系$\Sigma(x,y,z,t)$沿x轴正方向运动(以下同)。开始时($t=t'=0$)，两坐标系完全重合，则两坐标系之间的坐标变换关系可由下面的考虑得出。

由相对性原理，可断定两惯性系之间的坐标变换应是线性变换。设某不受外力作用的物体的运动在Σ惯性系中用x和t的线性关系描述，按相对性原理，该物体在Σ'惯性系中的运动也应由x'和t'的线性关系来描述。为此，从数学变换可知，从(x,t)到(x',t')的变换必须是线性变换。在我们所讨论的Σ和Σ'系情况下，由于y和z方向，两坐标系没有相对运动，且开始时刻原点重合，故可选取如下的简单的线性变换

$$y'=y,\quad z'=z。$$

另外，由空间均匀性推知t'应与y、z无关，否则放在$y-z$面上不同地点(x相同)的钟，在Σ'系观测者看来就显示出不同的读数。违背空间均匀性。

根据上面分析可得两坐标系的变换关系应有如下线性变换形式

$$\begin{aligned} x' &= a_{11}x + a_{12}ct \\ y' &= y \\ z' &= z \\ ct' &= a_{21}x + a_{22}ct \end{aligned} \tag{1}$$

其中光速c的引入是为了使系数表示简化，我们可由光速不变原理进一步确定(1)式中的系数。

设在$t=t'=0$时刻，两坐标系原点o和o'重合，并且从原点发出信号，经一段时间后，光信号到达某点P，P点在两坐标系中的

时空坐标分别记为(x,y,z,t)和(x',y',z',t')。由于光速（真空中）在两坐标系中都为c，故有

$$x^2+y^2+z^2=c^2t^2$$
$$x'^2+y'^2+z'^2=c^2x'^2$$

即

$$x^2+y^2+z^2-c^2x^2=0$$
$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=0 \tag{2}$$

于是有

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=x'^2+y'^2+z'^2-c'^2t'^2$$

在一般情况下，两事件不以光信号联系，则两事件的联系速度在不同坐标系中可以不同，但考虑到时空坐标变换必需是线性变换，因此(2)式中的两式左边至多只能差一个与时空坐标无关的常数$\lambda(v)$，即

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=\lambda(x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2)$$

由于两惯性系等价有

$$x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2=\lambda'(x^2+y^2+z^2-c^2t^2)$$

代入前式得

$$\lambda\lambda'=1 \quad 即 \quad \lambda=\lambda'=1$$

于是一般有。

$$x^2+y^2+z^2-c^2t^2=x'^2+y'^2+z'^2-c^2t'^2 \tag{3}$$

考虑到x轴和x'轴同向，有$a_{11}>0$，t轴和t'轴同向，有$a_{22}>0$，将(1)式代入(3)式得

$$\begin{aligned}x^2+y^2+z^2-c^2t^2=&(a_{11}x+a_{12}ct)^2\\&+y^2+z^2-(a_{21}x+a_{22}ct)^2\end{aligned}$$

比较系数可得

$$a_{11}^2-a_{21}^2=1 \qquad a_{12}^2-a_{22}^2=1 \qquad a_{11}a_{12}-a_{21}a_{22}=0 \tag{4}$$

由$(4)_1$和$(4)_2$解得

$$a_{11}=\sqrt{1+a_{21}^2} \qquad a_{22}=\sqrt{1+a_{12}^2} \tag{5}$$

代入$(4)_3$求得

$$a_{12} = a_{21} \tag{6}$$

为了能用 Σ' 系相对 Σ 系的速度 v 表示这些系数，我们考虑 Σ' 系原点 o' 的运动，其运动方程在 Σ' 系和 Σ 系的分别写成

$$x' = 0 \qquad x = vt$$

代入(1)$_1$ 式得

$$0 = a_{11}vt + a_{12}ct$$

解得

$$\frac{a_{11}}{a_{12}} = -\frac{c}{v} \tag{7}$$

由(5)、(6)、(7)式求得

$$a_{11} = a_{12} = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \qquad a_{12} = a_{21} = \frac{-\frac{v}{c}}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

代入(1)式，最后得到坐标的 Lorentz 变换式

$$\left.\begin{array}{ll} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1-(\frac{v}{t})^2}} & t' = \dfrac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} \\ y' = y & z' = z \end{array}\right\} \tag{8}$$

方法Ⅱ：可利用一种较为直观和简明的方法导出 Lorentz 变换式。

设 $t=t'=0$ 时 Σ 系和 Σ' 完全重合，且 Σ' 系以速度 v 相对 Σ 系沿 x 轴运动。在任意时刻 t，Σ' 系原点 o' 的运动方程在两坐标中可分别写成

$$x' = 0 \qquad 和\ x = vt \tag{9}$$

考虑到两惯性系之间的坐标变换为线性变换和上面特殊点的(9)式的要求，可取

$$x' = \gamma(x - vt) \tag{10}$$

其中 $\gamma=\gamma(v)$ 是一个与时空坐标无关(只与 v 有关)的常数。同理，Σ 系原点 O 的运动有

$$x' = -vt \qquad 和 \qquad x = 0 \tag{11}$$

并且任意时刻有

$$x = \gamma'(x' + vt') \tag{12}$$

下面求 γ 和 γ' 之间的关系。设某棒 A 静止长度为 l，将它一端固定在 Σ' 系的原点，且平行于 x' 轴放置，棒 A 两端的坐标可写成

$$x'_1 = 0 \qquad x'_2 = l$$

由(10)式有

$$x'_1 = \gamma(x_1 - vt) \qquad x'_2 = \gamma(x_2 - vt)$$

解得

$$x_2 - x_1 = \frac{x'_2 - x'_1}{\gamma} = \frac{l}{\gamma} \tag{13}$$

同理，若将棒 A 固定 Σ 坐标系的 x 轴，一端与 Σ 系的原点重合，有

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\gamma'} = \frac{l}{\gamma'} \tag{14}$$

根据相对性原理．两种情况下，在 Σ 系和 Σ' 系分别测得捧 A 的运动长度 $x_2 - x_1$ 和 $x'_2 - x'_1$ 应相等，故有

$$\frac{l}{\gamma} = \frac{l}{\gamma'} \qquad 即 \qquad \gamma = \gamma'$$

根据真空中光速不变原理，在 $t = t' = 0$ 时，Σ 系和 Σ' 系原点重合，由原点发出的光信号的运动方程在两坐标系中分别为

$$x = ct \qquad 和 \qquad x' = ct'$$

代入(10)式和(12)式得(注意 $\gamma = \gamma'$)

$$ct' = \gamma(ct - vt) = \gamma t(c - v)$$

$$ct = \gamma'(ct' + vt') = \gamma t'(c + v)$$

联合两代解得

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

所以

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v_2}{c_2}}} \qquad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v_2}{c_2}}}$$

由上式分别消去 x 和 x' 得

$$t=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(t'+\frac{v}{c^2}x'\right) \qquad t'=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left(t-\frac{v}{c^2}x\right)$$

显然，在 y 和 z 轴方向，两坐标系无相对运动应有

$$y'=y \qquad z'=z$$

二、相对论时空性质的直观说明

狭义相对论中的时空是四维闵夫斯基空间的时空，四维间隔

$$ds^2=(dx)^2+(dy)^2+(dz)^2-c^2(dt)^2 \tag{15}$$

是不变量，而三维空间间隔和时间间隔都随坐标不同而不同。换句话说，空间和时间都是相对的。

1. 同时的相对性

根据 Lorentz 变换公式容易得到两事件的时空坐标在 Σ 系和 Σ' 系中的关系为

$$t'_2-t'_1=\frac{(t_2-t_1)-\frac{v}{c^2}(x_2-x_1)}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} \tag{16}$$

从上式可知，若两事件在 Σ 系中同时（$t_1=t_2$）、同地（$x_1=x_2$）发生，则在另一惯性系 Σ' 中也同时、同地发生；若两事件在 Σ 系中同时（$t_1=t_2$）但不同地（$x_1\neq x_2$）发生，则该两事件在 Σ' 系中就不再同时发生了（$t'_2\neq t'_1$）。这就是所谓同时的相对性。如何理解同时的相对性呢？

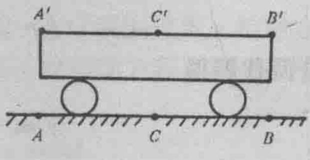


图 1—1

若一个观测者同时接收到两事件发出的信号，则我们称这两事件是同时发生的。否则两事件就不是同时发生的。例如一列长

车厢以速度 v 相对地面向右行驶。当车厢两端 A' 和 B' 分别与地面上的 A 和 B 重合时，车厢的中点 C' 也与地面的中点 C 相重合，并且由 A、B 点同时发出光信号，如图 1－1 所示。显然，地面上的观测者 C 同时收到这两个光信号，认为 A、B 两点的闪光是同时发出的。可是由于车厢向右运动，车厢中点 C' 的观测者先收到由 B 点发出的光信号，然后收到由 A 点发出的光信号。因此，他认为 B 点的闪光先于 A 点的闪光。可见“同时”是相对的（不同惯性系不同）。其实“同地”这个概念也是相对的，如我们在匀速行驶的火车餐厅中吃早餐和午餐两个事件，在车厢坐标系的我们，则认为两个事件是同地（火车餐厅）发生，而地面上的观测者则认为两事件是相距数百里的不同地点发生的了。从对称性原理讲，时间和空间都是四维时空中的坐标，应处于同等对称的地位，因此两者都具有相对性是自然的。

2. 时间间隔的相对性——运动时钟延缓

同一物理过程经历的时间间隔，在不同惯性系观测到的结果不相同，也就是时间间隔具有相对性。如某物体内部相继发生两事件（如某原子核中电子绕核运动一周的始、末），设 Z' 为相对该物体静止参考系，则这两个事件在 Σ' 系看来是在同一地点（$x'_2 = x'_1$）发生，时间 $t'_2 - t'_1 = \Delta\tau$. 在 Σ 系看来，经历的时间间隔 $t_2 - t_1$。由相对论变换式

$$t_2 - t_1 = \frac{(t'_2 - t'_1) + \frac{v}{c^2}(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$$

其中 $\Delta\tau$ 称为固有时，是相对物理过程静止的参考系观测到的时间间隔（简称时间），$t_2 - t_1$ 是相对物理过程运动的参考系观测到的时间。由上式有

$$t_2 - t_1 > \Delta\tau$$

这表示，相对发生物理过程的物体运动的参考系（或计时的钟）经历的时间较长，而相对物体静止的参考系（或计时的钟）经历的时

间最短。换句话说，运动的钟走得慢些（经历 $\Delta\tau$ 时间最短）。为形象地理解这一点，我们举电子绕原子核运动一周作为物理过程来说明。

为简单起见，我们研究氢原子中电子的运动。设 Σ' 系与原子固结在一起，电子在 $y'-z'$ 平面内绕核做半径为 r 的圆周运动。同时 Σ' 以速度 v 沿 x 轴正方向相对 Σ 系运动，如图 1—2 所示。因 v 垂直于电子运动轨道平面，故电子运动的轨道半径 $r=r'$。

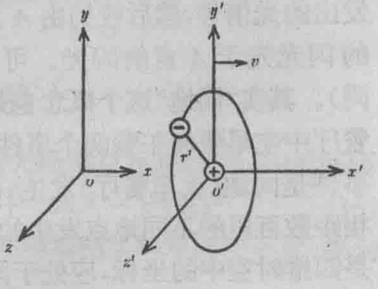


图 1—2

显然，原子相对 Σ' 为静止，Σ' 系观测到原子核激发的电磁场为

$$E' = \frac{er'}{4\pi\varepsilon_0 r'^3} \qquad B = 0 \quad (1)$$

利用电磁场张量的相对论变换关系

$$F'_{\mu\nu} = a_{\mu\lambda} a_{\nu\tau} F_{\lambda\tau}$$

其中

$$a = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & i\beta\gamma \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -i\beta\gamma & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix}. \quad F = \begin{pmatrix} 0 & B_z & -B_y & -\frac{i}{c}E_x \\ -B_z & 0 & B_x & -\frac{i}{c}E_y \\ B_y & -B_x & 0 & -\frac{i}{c}E_z \\ \frac{i}{c}E_x & \frac{i}{c}E_y & \frac{i}{c}E_z & 0 \end{pmatrix}$$

有

$$E'_x = E_x \qquad\qquad B'_x = B_x$$

$$E'_y = \gamma(E_y - vB_z) \qquad\qquad B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{v}{c^2}E_z\right)$$

$$E'_z = \gamma(E_z + vB_y) \qquad\qquad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{v}{c^2}E_y\right)$$

反过来(v改为$-v$)得

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x & B_x &= B'_x \\ E_y &= \gamma(E'_y + vB'_z) & B_y &= \gamma\left(B'_y - \frac{v}{c^2}E'_z\right) \\ E_z &= \gamma(E'_z - vB'_y) & B_z &= \gamma\left(B'_z + \frac{v}{c^2}E'_y\right) \end{aligned} \tag{2}$$

联合(1)(2)两式,可得到在 Σ 系观测到电磁场为

$$\begin{aligned} E_x &= E'_x = \frac{ex'}{4\pi\varepsilon_0 r'^3} & B_x &= B'_x = 0 \\ E_y &= \gamma E'_y = \gamma\,\frac{ey'}{4\pi\varepsilon_0 r'^3} & B_y &= -\gamma\,\frac{V}{c^2}E'_z = -\gamma\,\frac{v}{c^2}\,\frac{ez'}{4\pi\varepsilon_0 r'^3} \\ E_z &= \gamma E'_z = \gamma\,\frac{ez'}{4\pi\varepsilon_0 y'^3} & B_z &= -\gamma\,\frac{V}{c^2}E'_y = -\gamma\,\frac{v}{c^2}\,\frac{ey'}{4\pi\varepsilon_0 r'^3} \end{aligned}$$

由 Lorentz 力公式,电子受电磁场力

$$\boldsymbol{F} = -\,e(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{V} \times \boldsymbol{B})$$

有

$$\begin{aligned} F_y &= -\,e(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{V} \times \boldsymbol{B})_y = -\,e(E_y - VB_z) \\ &= -\,\frac{1}{\gamma}\,\frac{e^2 y'}{4\pi\varepsilon_0 r'^3} \end{aligned}$$

$$F_z = -\,e(E_y + VB_z) = -\,\frac{1}{\gamma}\,\frac{e^2 z'}{4\pi\varepsilon_0 r'^3}$$

$$F = \sqrt{F_y^2 + F_z^2} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r'^2} \tag{3}$$

这就是在 Σ 系观测,得到绕核作圆周运动的电子受到指向核的向心库仑力。电子的向心加速度为(在 Σ 系中电子的质量 $m = \gamma m_0$。)

$$a = \frac{F}{m} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \gamma^2 r^2 m_0}$$

电子作圆周运动的线速度为

$$v = \sqrt{ar} = \frac{e}{\gamma\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m_0 r}}$$

电子绕核旋转一周的时间为

$$t = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r\gamma\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m_0 r}}{e} \tag{4}$$

而在与原子相对静止的 Σ' 系观测，得到电子受的电磁力（指向核）

$$F' = eE' = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

电子绕核作圆周运动的向心加速度为（考虑到电子绕核运动的速度 $v' \ll c$，故取静止质量 m_0。）

$$a' = \frac{F'}{m_0} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_0 r^2}$$

电子的线速度

$$v' = \sqrt{a'r'} = \sqrt{a'r} = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m_0 r}}$$

电子绕核旋转一周的时间为

$$\tau = t' = \frac{2\pi r}{v'} = \frac{2\pi r\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m_0 r}}{e} \tag{5}$$

比较(4)式和(5)式有

$$t = \gamma\tau \qquad (\text{即 } t > \tau) \tag{6}$$

这表明：运动的原子中，电子绕核一周所需的时间 t 是静止原子中电子绕核一周所需的时间 τ 的 γ 倍（$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} > 1$）。

任何周期性运动都可作为计时的标准——“钟”，因此，对同一个电子绕核运动的物理过程，运动状态的物理过程比静止状态的同一物理过程延缓了，换句话说运动的钟延缓了。

从上面的分析可进一步讨论这种延缓发生的物理原因：由于相对论变换，原来静止原子中电子只受到核的电场的库仑作用力 $F' = -eE'$，这个力使电子绕核作周期性圆周运动。当原子运动时，原子核的电荷除产生库仑电场外，还产生磁场，在电子运动平面内，库仑电场力指向原子核中心，而磁场力背离原子核因而电子作圆周运动的向心力减小，导致向心加速度 a 和电子作圆周运动的线速度 v 减小，因而运动周期 t 增大。也就是圆周运动的物理过程

减慢。

从这个例子，我们可以理解运动物体中自然过程延缓的一种机制，这种延缓效应的根源是时空的基本属性引起的，而且局限于匀速运动。时钟延缓效应是相对的，在有加速度情况下，时钟延缓效应才是绝对的，后者已得到实验的证实。

3. 长度的相对性——运动尺的收缩

测量物体长度的方法是“同时”测量物体两端的坐标 x_1 和 x_2，两端的坐标差 x_2-x_1 称为物体的长度。要确定 A、B 两点发生的两事件是否“同时”的一种精确方法是在 AB 的中点 C 放置两个反射镜，并在 AB 的垂平分线上放置一个望运镜，如图1－3。当 AB 两点有两事件同时发生时，我们可从望远镜中看到 A、B 两点发生的两事件的重叠景象。若有一根棒 $A'B'$ 沿它的长度方向（也是平行 AB 方向）以 v 运动，如果我们从望远镜中看到棒的两端同时经过 A、B 两点，那么 AB 的长度就是棒的长度。

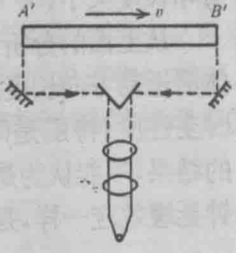


图1－3

设棒的静止长度为 $l_0=x_2'-x_1'$，利用 Lorentz 变换可得到它运动状态时的长度为 x_2-x_1，两者的关系为

$$x_2' - x_1' = \frac{(x_2 - x_1)}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

即

$$x_2 - x_1 < x_2' - x_1' = l_0。$$

这就是所谓运动物体沿运动方向长度收缩。

下面，我们对运动物体沿运动方向长度收缩的物理内涵做进一步分析。设想一支尺 AB 与 Σ' 系连结在一起，Σ' 系以速度 v 沿 x' 轴（也就是 x 轴）相对 Σ 系运动，如图1－4。Σ' 系的观测者同时（$t_2'=t_1'$）测量尺的 A、B 两端的坐标后，得到尺的长度 $l_0=x_2'-$