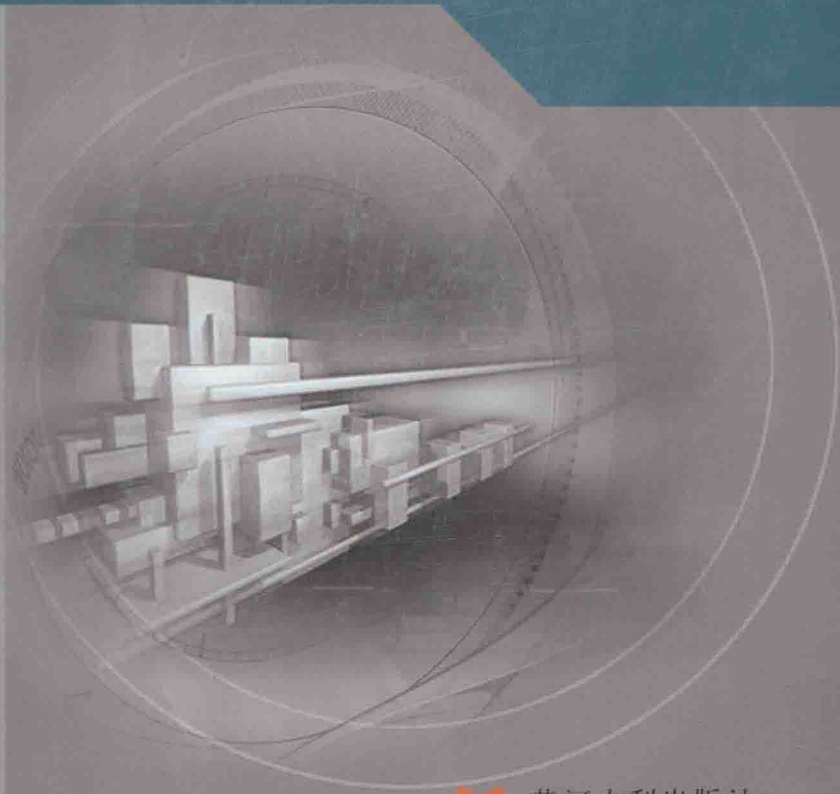


ZHUANGQUN RAOLIU ZULI TEXING

桩群绕流阻力特性

邓绍云 宁东卫 邱清华 著



黄河水利出版社

桩群绕流阻力特性

邓绍云 宁东卫 邱清华 著

黄河水利出版社

· 郑 州 ·

图书在版编目(CIP)数据

桩群绕流阻力特性/邓绍云,宁东卫,邱清华著. —郑州:黄河水利出版社,2014.5

ISBN 978-7-5509-0806-2

I. ①桩… II. ①邓… ②宁… ③邱… III. ①桩
端阻力-研究 IV. ①TU473.1

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第101067号

策划编辑:李洪良 电话:0371-66026352 E-mail:hongliang0013@163.com

出版社:黄河水利出版社

地址:河南省郑州市顺河路黄委会综合楼14层 邮政编码:450003

发行单位:黄河水利出版社

发行部电话:0371-66026940,66020550,66028024,66022620(传真)

E-mail:hhslebs@126.com

承印单位:黄河水利委员会印刷厂

开本:890 mm × 1 240 mm 1/32

印张:6.25

字数:180千字

印数:1—1 000

版次:2014年5月第1版

印次:2014年5月第1次印刷

定价:25.00元

前 言

由单个桩柱或多个形状相同或不同的桩柱所组成的桩群作为土木工程建筑物基础在码头、桥梁和海洋平台工程中被广泛应用,桩群的存在对水流有绕流阻力的作用,同时水流对桩群有冲击作用。如何合理布置这些组成桩群的桩柱,以减小水流对桩群的冲击作用及桩群对水流的绕流阻力作用,是确保这些具有桩群基础的土木工程建筑物安全的重要理论基础和关键工程技术措施。

本书针对具有自由表面及有限水深均匀流中桩柱和桩群阻力特性资料缺乏的现实情况,为解决具有桩柱或桩群基础的土木工程建筑物基础安全及合理设计布置问题,探究桩柱和桩群绕流阻力特性。为此,作者首先进行了理论分析,分析了桩柱或桩群阻力产生的机理与特性,并指出数值模拟研究和物理试验研究的必要性。

应用湍流 $\kappa-\varepsilon$ 模式、有限体积法、SIMPLE 算法,对平面二维桩基绕流进行了数值模拟试验研究,并将浅水长波方程巧妙地应用于桩基三维绕流数值模拟试验研究,模拟效果良好。

进行了圆柱与方柱阻力水槽测试试验,得到了圆柱和方柱的阻力特性;通过对各种排列方式、各种迎流角的桩群的阻力测试,归纳出任何截面形式的桩群总阻力计算经验公式,并用测试资料验证了该公式的有效性和准确性,给工程实际中准确把握桩群阻力提供了理论依据。

通过大量的桩群绕流测试研究,分析归纳得到桩群绕流对水流流场的影响规律。

桩群附近底床局部冲淤也是桩群模拟必须考虑的一个因素,为此,作者进行了不同桩群在同一水流中的局部冲淤比较试验,以及同桩群在不同水流中的局部冲淤比较试验,得到了桩群附近底床局部冲淤规律。研究发现,桩群的排列方式对附近底床局部冲淤有很大的影响,而且不同水流中桩群附近底床局部冲淤特性也有差别。通过对比圆柱桩

群与方柱桩群的局部冲淤演变试验结果,发现方柱桩群对水沙运动的影响较圆柱桩群严重剧烈得多。

通过研究发现,组成桩柱的桩型、桩群排列方式对桩群阻力特性、桩群附近底床局部冲淤特性有很大的影响,正确模拟桩群必须在做到阻力相似的同时尽量考虑这些因素。

本书研究成果将有利于涉水桩柱或桩群基础建筑物的设计和施工,将进一步提高工程质量和建筑物的安全可靠。然而,桩群绕流阻力特性的研究还存在一些没有摸索透彻的内容,如不同种桩柱所组成的桩群,或排列没有规律的桩群阻力特性还有待于进一步深入研究。

总之,作者在此方面做出了一些努力,取得了一定的成果,但这些努力和成果相对于工程需求来说只是起到抛砖引玉之效,科学探索的道路永无止境!

在此,感谢我的妻子邱清华女士,在我撰写该书的过程中对我无私的支持与付出;同时,非常感激我的同学宁东卫先生多年对我的鼓励与支持,让我有信心,战胜一个又一个的困难,不断努力负重前行;还要感谢所有帮助过我的亲人、朋友及同事。

邓绍云

2014年3月

主要符号说明

F_D ——桩柱阻力;

C_D ——桩柱阻力系数;

ρ ——水流密度;

A ——桩柱迎流面积;

V ——水流流速;

R ——水槽水流水力半径;

ν ——水流运动黏滞系数;

Re ——雷诺数, 水流雷诺数 $Re = \frac{VR}{\nu}$, 桩径雷诺数 $Re = \frac{VD}{\nu}$;

D ——桩柱直径;

S ——桩柱中心距;

S_H ——横向排列桩柱中心距;

S_Z ——纵向排列桩柱中心距;

N ——桩群桩柱数目;

m ——垂直流向排列桩柱数目;

n ——沿流向排列桩柱数目;

θ ——桩群迎流角(桩群中轴线与水流流向的夹角);

k_H ——两桩垂直流向排列横向阻力影响系数;

k_Z ——两桩沿流向排列后桩受前桩遮流阻力影响系数;

k_θ ——迎流角对桩群阻力影响系数;

k_d ——桩群平均桩柱阻力系数与原桩柱阻力系数比值;

$\sum F_D$ ——桩群总阻力;

$\sum C_D$ ——桩群总阻力系数;

H ——水流深度;

-
- g ——重力加速度；
 ζ ——断面形状及断面流速分布情况系数；
 d ——泥沙粒径；
 d_{50} ——泥沙中值粒径；
 V_0 ——泥沙临界起动流速；
 γ_s ——泥沙的重度；
 γ ——水的重度；
 V_c ——底床质临界起动速度；
 α ——纵向排列桩间净距与桩心距之比；
 β ——横向排列桩间净距与桩心距之比。

目 录

前 言

主要符号说明

第 1 章 绪 论	(1)
1.1 研究背景	(1)
1.2 研究方法评述	(4)
1.3 研究现状及发展趋势	(5)
1.4 主要成果	(35)
1.5 本书主要研究问题	(42)
参考文献	(44)
第 2 章 桩基绕流理论分析研究	(54)
2.1 势流理论简述	(55)
2.2 边界层理论简述	(60)
2.3 涡旋理论简介	(64)
2.4 实际水流绕流圆柱机理研究	(67)
2.5 本章小结	(89)
参考文献	(89)
第 3 章 桩基绕流数值模拟	(91)
3.1 桩基绕流数值模拟研究的意义	(91)
3.2 流体动力学控制方程	(92)
3.3 控制方程离散方法的选择	(93)
3.4 模拟方法的选择	(95)
3.5 平面二维桩柱绕流数值模拟	(119)
3.6 波流作用下桩基绕流的数值模拟	(123)
3.7 本章小结	(137)

参考文献	(138)
第4章 桩基绕流物理测试研究	(139)
4.1 桩柱绕流阻力测试研究	(139)
4.2 桩群绕流阻力测试研究	(147)
4.3 桩群绕流对水流影响测试研究	(155)
4.4 桩群局部冲淤特性测试研究	(175)
4.5 本章小结	(187)
参考文献	(188)
第5章 结论与展望	(189)
5.1 主要成果与结论	(189)
5.2 展 望	(190)

第1章 绪论

桩柱与桩群为古老的基础形式之一,在工程中具有广泛的应用,特别是土木水利工程中,高桩承台式结构已广泛应用于码头、桥墩和各种海洋平台等重要建筑物。这种结构形式中的桩柱部分打入土壤形成摩擦桩或端承桩以承受上部荷载,部分浸于水中,对水流流场产生不同性质和程度的影响。这些桩柱或桩群在水中的部分将承受水动力作用,不仅影响所在水域的水流运动,而且对底床的冲淤产生影响。

圆柱因其阻力较小、方柱因其制作简便,从而是工程中最常见的桩型,然而因工程的特性不同,还有各种截面形式的桩型。这些不同形式的桩柱对水流影响特性和程度不同,对底床冲淤影响的性质和程度也不同;同时由其组成的桩群对水流影响特性和程度不同,对底床冲淤影响的性质和程度也不同。同形式的桩柱排列方式不同的桩群对水流影响特性和程度及对底床冲淤影响的性质和程度也不同。

本书旨在于探究这些不同,以及探究这些差异的规律,为此进行了大量的试验研究,以利于工程中对桩柱形式和桩柱排列方式做出良好的选择,并提供理论依据。

1.1 研究背景

桩柱、桩群在工程实际中作为桩基形式的具体应用主要表现在水利工程中的港口码头工程中的应用。

我国疆域广阔,资源丰富,江河纵横、湖泊棋布、岛屿众多、海岸线漫长。河流、海洋、湖泊、陆—岛或岛屿之间有着无数的港口码头,应用桩柱或桩群作为基础在港口码头工程中十分常见。

港口码头作为水运工程货物、人流的中转站,在交通运输工程中发

挥着枢纽的作用,是水陆联运的枢纽。随着国家经济战略的提升、交通运输压力的增大、货物吞吐量的加大,以及货物、人流中转频率的加大,港口码头建设在国民经济建设中占有更加重要的地位。港口码头是船舶停靠、装卸货物和上下人员的水工建筑物。按其结构形式可分为重力式、板桩式、高桩式和混合式等形式^[1]。其中,高桩码头是应用最为广泛的一种,在河流的中下游、河口和海岸地区应用极为广泛,其由上部结构和桩基组成,一般建造为透空式。一般情况下,其桩基部分是由同截面形式甚至同型号的桩柱按一定的排列方式而成的桩群,通过桩柱打入地基,以支持上部荷载。一般情况下,桩柱超出于水面,从而使得码头上部结构(承台、挡板和面板等结构)部分露出水面,以减少对水流的阻碍作用,从而建造成透空式、结构轻便、对水流的阻力大为减小的水工建筑物。这样的码头适于建造在各种地基上,尤其对于软弱土地基来说,因桩柱可以制作成摩擦桩、端承桩、浮托桩等特殊桩基形式,从而发挥其独特的优势,而广泛应用于水利工程中。港口码头不断地向深水域、深海延伸。在向深水域和深海延伸的过程中,码头桩群向越来越庞大、越来越复杂发展。同时,在向河流中心伸展或向大海伸展时,因缺少防波堤或者天然屏障的掩护,直接受风、浪、流的影响,与此同时,因作用力与反作用力的原理,码头桩基也将对浪流产生影响,从而改变原有的水沙运动状态,而且这种改变与码头桩基的状态有直接的联系,因此造成码头桩基所在水域流场发生剧烈变化,桩基所在区域底床发生冲淤改变。过于冲刷将淘深底床,桩基将过于裸露,加之上部荷载作用过大,在这种情况下,码头可能失去稳定,但由于一般情况下,桩基打入地基土的深度较大,且当淘深一定深度后水沙运动利于泥沙淤积,故这种情况较少发生;另一种情况是,码头桩基对水流阻力过大,极大减缓水流流动,从而利于泥沙淤落,长期的泥沙淤积,日积月累,将导致一定条件下码头前沿水深大减,而造成船舶无法靠近,其结果是码头维护泥沙疏浚工作量大增,码头作用天数减少,使用效率减小,营运成本提高,经济效益降低,甚至使整个码头淤死报废。作为建设方来说,都希望港口码头能不淤不冲,使用年限长久,营运成本降低,经济效

益提高。这就涉及如何达到该工程意图。

桩柱或桩群的另一个工程上的应用为桥墩,单个大型的桥墩可视为单个桩柱,若干桥墩可视为大型桩柱桩群。随着经济的快速发展,交通在经济建设中的地位显得更加重要,而桥梁作为重要的交通建筑,其建设得到迅猛发展,桥梁技术日新月异,新型桥墩得到极为广泛的开发和利用。特别是在当今通航吨位剧增、航道建设力度加大、全天候万吨货轮不断向内河上游迈进的情况下,桥梁跨度一个接一个逐渐创新并被突破,对桥梁基础的要求越来越高,桥墩的形式向大型化、复杂化发展,以适应大荷载、复杂动力特性、超流量的运输负担、大跨度、大净空、恶劣的气候、脆弱的地质条件、复杂的地形地貌、高水位大流速高浪复杂的水流冲击以及地质环境灾害的影响。因此,时代技术的要求使大型、特大型桩承台基础得以广泛开发和利用。

目前,国内外高速发展的通道建设中的桥梁工程,其桥墩应对时代的要求,越来越多地采用大型、特大型桩承台基础,且因其优良的结构特性和力学特性得到规模越来越大的应用,其在世界很多新建大跨度桥梁的桥墩工程中得到广泛的应用。例如,苏通大桥的主墩采用了特大密集型高桩承台作为桥墩基础;南京长江三桥、四桥,上海崇明越江通道、杭州湾大桥和青岛海湾大桥等也都采用了特大型承台基础。

桥墩问题一般涉及冲刷,桥墩的存在将严重扰乱原有的水沙运动状态,从而导致桥墩所在底床局部冲刷。减小桥墩局部冲刷的范围和程度,对于桥梁使用年限的延长具有现实意义。

桩柱或桩群无论是在码头桩基中的应用还是在桥墩桩基中的应用,都将出现桩柱或桩群因扰乱原有的水沙运动特性,从而出现底床冲淤变化,这种冲淤变化在一定的范围内是工程所能承受的,但当这种冲淤变化超出工程所能承受的范围时,则造成工程维护费用的大规模增加,甚至使整个工程报废。而且底床的冲淤变化与桩柱的形式或桩柱的排列形式有很大的关系。因此,研究不同的桩柱或桩群对水流的影响性质和程度以及研究不同桩柱或桩群对其所在底床冲淤影响性质与程度具有很大的现实意义。

1.2 研究方法评述

桩柱阻力等力学特性的研究方法主要有四种:理论分析、原型观测、试验和数值模拟计算研究^[1]。桩柱的阻力测试研究是个难点,也是个重点。

理论分析是根据桩柱绕流运动的普遍规律,利用数学分析、物理学和基础力学等手段,观测和研究桩柱绕流的运动,解释已知的现象,预测可能发生的结果。但由于桩柱阻力、绕流和局部冲刷等力学特性的复杂性,理论分析是远远不够的。

原型观测是针对桩柱全尺寸绕流和局部冲刷及底床冲淤演变现象,利用各种仪器进行系统观测,从而总结出规律,并借以预测绕流和局部冲刷及底床冲淤现象的演变。但现场原型桩柱绕流及底床冲淤现象的发生往往不能控制,发生条件几乎不可能完全重复出现,这影响到对桩柱绕流和局部冲刷及底床冲淤变化现象和规律的研究;此外,原型观测还需要花费大量的人力、物力和财力。人们对桩柱阻力特性的原型观测研究一般表现在对水流的现场测定,水文、泥沙数据的收集,桩柱所在床面地形的变化测定等方面,它为验证试验和数值模拟计算的准确性提供验证依据。

具有自由表面和有限深度水流中桩柱阻力的测试可以在水槽中进行,具体试验操作方法多种,但指导思想都是采用一定的设备将水流对桩柱的冲击力传递给一定的测力仪器,由测力仪器将此力测出,即得桩柱阻力。试验设备的性能将直接影响桩柱阻力测试的精度,测试中需想方设法消除设备间的机械传导摩擦阻力,务必使所测的力能真实地反映桩柱所受水流冲击力或达到尽可能高的精度。测力方法一般有点压法、弹簧拉力仪测力、电阻应变仪测力及测力天平测力四种。这四种方法各有优缺点,点压法只能测到压差阻力部分,而摩擦阻力部分却无从测得;弹簧拉力仪只能测到桩柱所受的压差阻力和摩擦阻力的总水平推力;电阻应变仪测力的精度与桩柱材料的应变性能有关,精度难以保证;测力天平精度高,但价格比较昂贵。

随着计算机的不断发展以及流体力学的各种计算方法的提出,人们力图借助数值模拟方法来研究桩柱绕流及其阻力特性。数值模拟计算具有耗时少,消耗人力、物力、财力少,重复性好的优点,缺点是只能得到近似解。

理论分析、原型观测、试验和数值模拟四个方面是相辅相成的。物理模型试验需要理论分析指导,才能从现象和试验数据中得出规律性的结论;理论分析和数值模拟也要依靠原型观测和试验来检验这些模型和模式的完善程度。实践证明:试验和数值模拟计算相结合是研究圆柱桩阻力特性、对底床冲淤影响及模拟的有效方法。

桩柱或桩群对水流的影响特性一般采用试验研究的方法,通过水槽概化试验研究得出科学规律,研究过程中因试验设备的差别,从而测试精度有差异,精度的差异也将影响研究成果的分析和规律的归纳总结。也可通过数值模拟的方法进行模拟,但由于桩柱的尺寸较小,网格的剖分要细小,边界条件的处理非常困难,从而难度极大,故数值模拟方面的成果不是很多,研究成果的精确度和可信度没有物理模拟大,存在一些有待改善的缺陷。下面将对这些研究成果进行回顾和归纳与总结。

1.3 研究现状及发展趋势

桩柱阻力的产生是因为流体绕流桩柱而在桩柱表面产生摩擦力以及因为绕流桩柱造成流场急剧变化,桩后产生一定形状、尺寸的泡旋、涡旋等紊流现象,以致桩后产生负压等造成的。桩柱截面形式不同,绕流桩柱的紊流现象和程度不同,绕流性质将有差异。因此,首先对桩柱绕流的研究做出如下回顾。

1.3.1 单桩绕流研究

单桩绕流以圆柱绕流和方柱绕流为典型代表,特别是圆柱绕流更是研究的重点对象,其包含很复杂的流动机理,其研究意义极为重大^[2,3]。长期以来,由于测试手段的局限,其研究主要集中在阻力系数

的测算和直接与压力有关的测量或单点速度测量,而对桩柱后旋涡结构和演化过程的研究则多依赖于定性化的流动显示技术。

圆柱作为桩柱的典型代表,其绕流研究最具代表性,圆柱绕流研究较早,成果也较多。早在 1927 年,Prandtl^[4]使用铝粉对 $Re < 40$ 时圆柱绕流的定常流动进行了流动显示,而后又给出了圆柱由静止起动到恒定速度条件下其周围流动发展不同阶段的流线。二维 PIV (Particle Image Velocimetry) 技术是在流动显示的基础上发展起来的一种光学测量技术,其可靠的测量精度和高效性得到了公认,它的出现也为圆柱绕流的深入研究提供了有力的技术支持。Julios^[5]利用互相关数字式 PIV 技术对圆柱绕流进行了测试,就垂直于圆柱轴线的平面上的瞬时速度场展开了讨论。Brucker^[6]则采用 PIV 技术和片光源扫描法对短圆柱启动时的湍流进行了研究,得到了圆柱绕流二维图谱。Rockwell 等^[7]测量了振荡水波中圆柱周围的涡旋运动,分析了涡旋的产生和消亡过程。张伟等^[8]利用数字式 PIV 技术在阵风环境风洞中对 $Re = 500$ 时的圆柱绕流进行测量,给出了圆柱后 2.2 倍直径、圆柱两侧各 1 倍直径的区域内一系列瞬态的速度矢量场、涡量场和流线图。

H. Morand^[9]、M. V. Morkovin^[10]等研究指出:决定流场流态的重要参数是雷诺数 Re ,随着 Re 的变化,圆柱绕流会呈现不同的流动状态,当 $Re < 5$ 时,流动是定常的,不出现分离,绕流流场在圆柱上下游是对称的;当 $5 \leq Re \leq 40$ 时,流动仍然是定常的,但在圆柱下游绕流尾迹中将出现对称的涡结构;当 $Re > 40$ 时,对称的结构被打破,涡开始交替脱落,圆柱后面形成卡门涡街。C. J. Garrison^[11]通过试验研究得出了粗糙和光滑圆柱的阻力系数不相等的结论。

数值模拟圆柱绕流是研究圆柱绕流流态的一种有效方法,也是研究圆柱阻力特性的一种手段。

邓庆增^[12]利用非线性动力学的概念和方法从试验和数值模拟两个方面研究了黏性不可压缩流体的二维圆柱绕流问题,计算了定常流失稳以及出现混沌的临界雷诺数值。叶春明等^[13]利用适当修正的差分格式求解 N-S 方程,成功地模拟出圆柱突然起动初期旋涡的精细结构,以及长时间演化后的卡门涡街。陆夕云等^[14]从直接求解非定常

N-S 方程出发,对旋转振荡圆柱黏性绕流问题进行了数值模拟,从流线图的演变规律方面给出了与试验结果相吻合的结果。邓见等^[15]使用新的分块耦合法,计算了单圆柱和不同间距下串列双圆柱的绕流阻力系数,并和已有的试验数据进行了对比,得到了较为精确的计算结果。王亚玲等^[16]利用 CFX-4 软件对黏性不可压流体中的圆柱绕流进行了三维的数值模拟,模拟出了在亚临界区域内的绕流,并分析了流体的水动力特性。

方建雯等^[17]用有限差分法计算了不可压黏性流体绕具有表面抽吸圆柱的流动,计算表明,合理选择抽吸的位置与强度可有效地减小阻力。黄钰期等^[18]使用新的分块耦合求解法数值模拟了单圆柱以及不同间距的串列双圆柱绕流情况,分析了改变双圆柱中心间距对上下游圆柱的阻力系数所产生的影响。

甘孜^[19]用自动调控边界计算了矩形区域单圆柱绕流运动,绘制了速度矢量分布图和流函数、涡量、分速度及压强的等值线分布图。陈和春等^[20]将非交错多层笛卡儿网格混合有限分析法成功地应用于低雷诺数圆柱绕流计算,圆柱绕流分离角和圆柱绕流分离区长度计算结果与其他学者试验所得结果较为吻合,其规律都是随着雷诺数的递增,分离角增大,分离区长度增大,但增大的幅度越来越小。

袁竹林等^[21]成功地将格子玻尔兹曼方法应用到圆柱绕流数值模拟,数值模拟结果与实际现象比较一致,具有相同的流动特征,即当 $40 < Re < 360$ 时,圆柱绕流流动左右对称,背流面出现对称旋涡区,当 $Re > 360$ 以后,圆柱背流区的对涡出现摆动,逐步发展到背流区旋涡交替脱落形成两排向下游运动的卡门涡街;吴剑等^[22]应用粒子图像测速 (PIV) 系统对横流中近壁水平圆柱绕流进行了试验研究,讨论了试验参数的选取和粒子的跟踪性问题,显示了亚临界雷诺数下间隙比为 0.5 时,圆柱后尾流区旋涡产生、发展和消亡的动态过程,比较了时均流场和瞬时流场旋涡结构;张军^[23]计算比较了静止圆柱绕流和静止流场中运动圆柱的绕流两种情形,指出两种情形是等价的。

薛雷平等^[24]基于 $\kappa-\varepsilon$ 两方程湍流模式,采用压力修正 SIMPLE 算法,计算了绕床面直立圆柱的三维湍流,分析了光滑和粗糙床面两种

情况下的流动情况,指出床面粗糙度对绕圆柱湍流有影响;李晓渝等^[25]在离散涡方法中应用随机微分方程理论来求解二维钝体绕流问题,通过对静止圆柱不同雷诺数下的绕流计算,得到阻力系数 C_D 为 1.407 ($Re = 200$ 时),与 Walther^[26] 计算所得值较为一致,但较风洞中试验所测得值偏小。

各种数值计算软件和方法被应用于圆柱绕流数值模拟中,Fluent 是优秀的流体力学计算软件,应用 Fluent 成功地进行了单圆柱绕流数值模拟的有宋红军^[27]、徐元利^[28]等,借助 Fluent 软件强有效后处理功能,可直观地得到绕流流场及阻力系数;李寿英等^[29]采用 CFD 软件 CFX5.5 对直圆柱和斜圆柱绕流进行数值模拟,发现斜圆柱绕流的平均阻力系数较直圆柱绕流有所减小;施卫平等^[30]用 LB 方法模拟了圆柱绕流问题,并计算出当 $Re = 200$ 时,圆柱的阻力系数 C_D 为 1.57,比风洞中试验所得圆柱阻力系数稍小;苏铭德等^[31]应用 Smagorinsky 涡黏性模式和二阶精度的有限体积法对雷诺数 Re 为 100 和 20 000 时圆柱绕流进行了大涡模拟,并将计算结果与试验及动力涡黏性模式的结果进行了比较,发现计算对于层流及亚临界雷诺数的湍流是合理的。

万德成^[32]用水深平均雷诺方程和水深平均 $\kappa - \varepsilon$ 方程模拟了在浅宽水域中有限长直立圆柱在雷诺数 Re 为 1 200 时的绕流,其计算结果与 Nagata 的试验结果有很好的 consistency;仇轶等^[33]用无网格伽辽金法对不同雷诺数 Re 下二维不可压黏性圆柱绕流问题进行了数值模拟,计算预测了不同条件下的流动特性和圆柱阻力;王革等^[34]用有限元 - 有限差分混合法解不可压缩非定常 N - S 方程来直接模拟振荡流加任意方向均匀来流中的圆柱绕流,计算分析了振荡流中考虑较多因素时圆柱绕流的涡脱泻现象;樊洪明等^[35]根据三阶泰勒展开弱解的概念,在二阶分裂步 Taylor - Galerkin 有限元法的基础上,采用时间推进和张量分析的方法推导了对流扩散通用微分方程的 ETG 有限元离散格式,对雷诺数 Re 为 32、102 和 250 的黏性流体圆柱绕流进行了数值仿真,结果与试验结果吻合良好;范明^[36]采用大涡模拟方法和复合式柱面固壁条件,对雷诺数 $Re = 14\ 000$ 的圆柱绕流进行了二维数值模拟,并分析对比了有关流动的特征。