世纪英才 高等职业教育课改系列规划教材 （电子信息类） Electronic Information

电路数学

（第2版）

罗成林 章曙雯 ◎ 主编
辛小平 尹馨玉 ◎ 副主编
黄慧 ◎ 主审

- 案例驱动的教学思路
- 强化应用能力的培养
- 展现专业课改的成果

Circuit Mathematics

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

世纪英才 高等职业教育课改系列规划教材（电子信息类）

- 电工电子专业英语（第 2 版）
- 实用科技英语教程（第 3 版）
- **电路数学（第 2 版）**
- 电子技术基本技能
- 电子元器件的识别和检测
- 电路分析基础
- 电工技术实训
- 电子电路分析与调试
- 电子电路分析与调试实践指导
- 电子电路分析与实践
- 电子电路分析与实践指导
- 电子产品生产工艺与生产管理
- 单片机应用系统设计与制作
- 微控制器及其应用
- PLC 控制系统设计与调试
- 电子线路板设计与制作
- 电子 CAD 综合实训（第 3 版）
- 手机通信系统与维修
- 通用电工电子仪表使用实训（第 2 版）
- 传感器与遥控装置的制作

免费提供 PPT等教学相关资料

人民邮电出版社 教学服务与资源网 www.ptpedu.com.cn

教材服务热线：010-67132746
反馈/投稿/推荐信箱：315@ptpress.com.cn
人民邮电出版社教学服务与资源网：www.ptpedu.com.cn

封面设计：董志桢

ISBN 978-7-115-27608-7
9 787115 276087
ISBN 978-7-115-27608-7
定价：29.00 元

世纪英才 高等职业教育课改系列规划教材 （电子信息类）Electronic Information

电路数学

（第2版）

罗成林 章曙雯 ◎ 主编

辛小平 尹馨玉 ◎ 副主编

黄慧 ◎ 主审

Circuit Mathematics

人民邮电出版社

北京

图书在版编目（C I P）数据

电路数学 / 罗成林，章曙雯主编. -- 2版. -- 北京
: 人民邮电出版社，2012.9
世纪英才高等职业教育课改系列规划教材. 电子信息
类
ISBN 978-7-115-27608-7

Ⅰ. ①电… Ⅱ. ①罗… ②章… Ⅲ. ①电路一应用数
学一高等职业教育一教材 Ⅳ. ①TM13

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第170158号

内 容 提 要

本书是高等职业教育课改系列教材之一，内容包括数学基础知识及其应用、向量与复数及其应用、极限与连续、微分学及其应用、积分学及其应用、微分方程、无穷级数、傅里叶级数、拉普拉斯变换和矩阵及其应用。每章末有习题，书末附有习题答案，带“*”号的内容供选用。本书是对传统的数学内容削枝强干、精选整合而成的。其特点是淡化数学理论、强化应用能力的培养、突出数学在电学中的应用，并力图做到循序渐进、由浅入深、条理清晰、语言简练、易教易学。

本书可以作为高职高专院校电类专业及相关专业的数学教材，同时也可以作为成人高校学生及自学者的辅导用书。

世纪英才高等职业教育课改系列规划教材（电子信息类）

电路数学（第 2 版）

◆ 主　　编　罗成林　章曙雯
　副 主 编　辛小平　尹馨玉
　主　　审　黄　慧
　责任编辑　韩旭光

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市崇文区夕照寺街 14 号
　邮编　100061　　电子邮件　315@ptpress.com.cn
　网址　http://www.ptpress.com.cn
　北京鑫正大印刷有限公司印刷

◆ 开本：787×1092　1/16
　印张：13.75　　　　2012 年 9 月第 2 版
　字数：339 千字　　　2012 年 9 月北京第 1 次印刷

ISBN 978-7-115-27608-7

定价：29.00 元

读者服务热线：(010)67132746　印装质量热线：(010)67129223
反盗版热线：(010)67171154
广告经营许可证：京崇工商广字第 0021 号

第 2 版前言

本书是编者在亲历多年高等数学教学改革的基础上编写而成的一本高职高专教学用书。第 1 版出版后，得到了许多同行教师及学生的使用与厚爱。第 2 版是在认真研究我国当前高职高专数学教学现状与发展的趋势下，充分采纳各方面的建议，吸取全国高职高专院校高等数学改革经验的基础上，按照国家教育部《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》，在保持第 1 版的特色的基础上修改而成的。为了方便广大师生使用本书，对相关章节与处理方法上作了如下调整。

（1）第 3 章与第 4 章增加了微积分最基础最必需的内容，应用数学部分增加了第 10 章矩阵及其应用。通过调整后，本教材不仅适用于电类各专业的教学，其他相近专业也可以使用。

（2）进一步完善“案例驱动”编写模式，增强了由问题引出数学知识，然后将数学知识应用于处理各种生活问题和工程实际问题，用实例和示例加深对概念、方法的理解。

（3）配备了与教材同步的习题，其目的是使学生通过对教材内容的反思和深化，清理知识脉络，掌握基础知识和常用的数学方法，提高分析问题和应用数学知识解决实际问题的能力。

相信本书将更符合高职高专院校数学教学的学时和内容要求，也期待广大的同行教师与读者在教学实践中提出宝贵意见，帮助本教材不断提高。

本书由武汉铁路职业技术学院罗成林、章曙雯任主编，武汉铁路技师学院辛小平、尹馨玉任副主编，武汉铁路职业技术学院黄慧任主审。全书框架结构、统稿、定稿由罗成林教授承担。

自本书第 1 版出版发行以来，有不少高职高专数学教师使用本教材后提出了许多很好的建议，在此一并致以最诚挚的谢意。

编　者

2012 年 3 月

目　录

第 1 章 数学基础知识及其应用

1.1 幂函数、指数函数与对数函数

1.1.1 幂函数

函数 $y = x^{\alpha}$ 叫做**幂函数**，其中指数 α 为常数，α 可以取任意的实数．

例如，函数 $y = x$、$y = x^2$、$y = x^3$、$y = x^{\frac{1}{2}}$、$y = x^{-1}$、$y = x^{-2}$ 等都是幂函数，本书只讨论 α 为有理数的幂函数．

幂函数的定义域由 α 的取值来确定．例如，当 $\alpha = 2$ 时，$y = x^2$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$；当 $\alpha = \dfrac{1}{2}$ 时，$y = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x}$ 的定义域为 $[0, +\infty)$；当 $\alpha = -1$ 时，$y = x^{-1} = \dfrac{1}{x}$ 的定义域为 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$．不论 α 取何值，幂函数在 $(0, +\infty)$ 内总是有定义，且当 $x = 1$ 时，$y = 1$，即幂函数 $y = x^{\alpha}$ 的图像通过点（1，1），详见附录．

1.1.2 指数函数

函数 $y = a^x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 叫做**指数函数**，该指数函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，其图像与性质在附录中给出．

以常数 $e = 2.718281828459\cdots$ 与 $\dfrac{1}{e}$ 为底的指数函数 $y = e^x$ 与 $y = e^{-x}$，是电学中常用的指数函数．显然，$y = e^x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是单调增加的，而 $y = e^{-x}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是单调减少的，如图 1-1 所示．

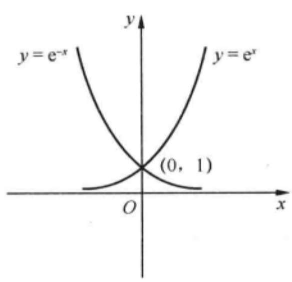


图 1-1

1.1.3 对数函数

函数 $y=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq1$）叫做**对数函数**，对数函数与指数函数互为反函数，该对数函数的定义域为 $(0,+\infty)$，其图像与性质见附录．

1.2 指数函数、对数函数在电学中的应用举例

实例 1.1 如图 1-2 所示的电路中，合上开关 S 后的充电电流为

$$i=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}},$$

试作出该电流的图像．

解 $i=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ 是时间 t 的指数函数，底数为 $\frac{1}{e}<1$，所以电流曲线与 $y=e^{-x}$ 的曲线类似，如图 1-3 所示．

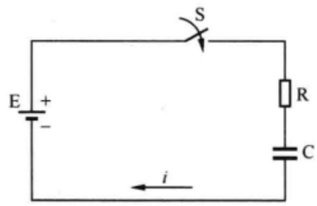


图 1-2

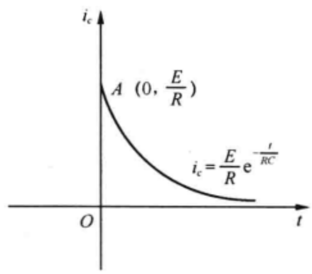


图 1-3

应当注意：

(1) 因为 $t>0$，所以 i 只取第一象限的部分．

(2) 当 $t=0$ 时（开关刚闭合的瞬间），电容器两端电压 $u_c=0$（相当于电容器短路），此时充电电流为最大，其值为

$$i(0)=\frac{E}{R}e^0=\frac{E}{R},$$

所以，图 1-3 所示的充电电流曲线 i_c 过点 $A\left(0,\frac{E}{R}\right)$.

(3) 随着时间 t 的增加，函数 $i=\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$ 将逐渐减小，所以图 1-3 所示充电电流曲线逐渐下降，渐趋于零．

实例 1.2 一扩音机输入功率为 0.112×10^{-5} W，输出功率为 15.1W，试问该扩音机的增益为多少 dB?

解 由定义可知，放大器的功率增益为 $A_p=10\lg\frac{p_o}{p_i}$ (dB)（其中 p_o 为输出功率，p_i 为输入功率）．于是

$$
\begin{aligned}
A_p &= 10\lg\frac{15.1}{0.112\times10^{-5}} = 10\lg(1.35\times10^7) \\
&= 10(\lg1.35+\lg10^7) = 10(0.1303+7) \\
&= 71.303(\mathrm{dB}),
\end{aligned}
$$

即该扩音机的增益为 71.303dB.

1.3 三角函数与反三角函数

1.3.1 三角函数

1. 三角函数的图像和性质

正弦函数 $y=\sin x$ 、余弦函数 $y=\cos x$ 、正切函数 $y=\tan x$ 和余切函数 $y=\cot x$ 的图像和性质见附录.

此外，还有正割函数 $y=\sec x$ 与余割函数 $y=\csc x$. 由于正割函数是余弦函数的倒数，即 $\sec x=\dfrac{1}{\cos x}$ ；余割函数是正弦函数的倒数，即 $\csc x=\dfrac{1}{\sin x}$ ，所以我们主要研究前面 4 个函数.

2. 正弦型曲线

由于函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 的图像可以由曲线 $y=\sin x$ 的图像经过一系列的变换而得到，因此称 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ **为正弦型曲线**.

在电学中，常常用到三角函数的积化和差与和差化积公式.

1.3.2 反三角函数

常见的反三角函数有：反正弦函数 $y=\arcsin x$ ，反余弦函数 $y=\arccos x$ ，反正切函数 $y=\arctan x$ ，反余切函数 $y=\operatorname{arccot} x$.

上述反三角函数的图像与性质可以查阅附录.

1.4 三角函数在电学中的应用举例

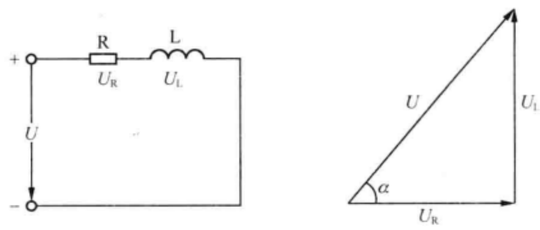
1.4.1 简单应用

实例 1.3 如图 1-4 (a) 所示，在电感和电阻串联电路中，已知电感上电压的有效值 $U_{\mathrm{L}}=190.9\mathrm{V}$，电阻上电压的有效值 $U_{\mathrm{R}}=110\mathrm{V}$，试求总电压 U 的大小及方向.

解 由电工知识可知，U_{L} 和 U_{R} 的大小和方向可以用互相垂直的两个向量来表示，如图 1-4 (b)所示. 于是总电压为

$$U=\sqrt{U_{\mathrm{L}}^2+U_{\mathrm{R}}^2}=\sqrt{190.9^2+150^2}\approx220(\mathrm{V}).$$

其方向可以由 α 的大小来确定，由于



(a)　　　　　　(b)

图 1-4

$$\tan\alpha=\frac{U_L}{U_R}=\frac{190.9}{110}\approx 1.732,$$

所以
$$\alpha\approx 60^\circ.$$

即总电压 U 与电阻上的电压 U_R 之间的夹角为 60°.

1.4.2　正弦交流电

大小和方向都随时间变化的电流称为**交变电流**，简称为**交流电**．最简单的一种交流电是电流的大小和方向随时间按正弦函数规律发生周期性的变化，这样的交流电称为**正弦交流电**．正弦交流电中，电流强度 i 随时间 t 变化的规律为

$$i=I_m\sin(\omega t+\varphi_0)\ (I_m>0,\omega>0,-\pi\leqslant\varphi_0\leqslant\pi),$$

其中 I_m 是电流强度的最大值，称为幅值（或峰值）．ω 称为角频率，ω 表示电流变化的快慢，其单位是“弧度/秒”．交流电的变化周期用 T 表示，单位是“秒”．单位时间内交流电完成周期性变化的次数称为频率，用 f 表示，其单位是“赫兹”（记作 Hz）．根据定义可知

$$f=\frac{1}{T},\quad \omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f,$$

φ_0 称为初相位（或初位相、初相），$\omega t+\varphi_0$ 称为相位（或位相）．相位不仅可以表示电流强度在某一时刻的大小和方向，而且还可以表示出电流强度变化的趋势（是变大还是变小）．

正弦交流电的幅值、频率、初相位是从三个不同的侧面描述交流电特征的物理量，通常称为正弦交流电的三要素．

为了形象地了解正弦交流电的情况，常要作出函数的图像．下面先作出正弦波的图像，然后从图像来研究角频率 ω、初相位 φ 和最大值 I_m 对正弦波形的影响．

例如，一正弦电流 $i=2\sin\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图像可以用下面的方法得到．

(1) 把 $y=\sin t$ 图像上的所有点的横坐标缩小到原来的 $\frac{1}{2}$ 倍（纵坐标不变），得到 $y=\sin 2t$ 的图像．

(2) 因为当 $2t+\frac{\pi}{3}=0$ 时，$t=-\frac{\pi}{6}$，所以把 $y=\sin 2t$ 图像上的点向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位，得到 $y=\sin\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图像．

(3) 把 $y=\sin\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$ 图像上所有点的纵坐标扩大到原来的 2 倍（横坐标不变），得到 $y=2\sin\left(2t+\frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图像，如图 1-5 所示．

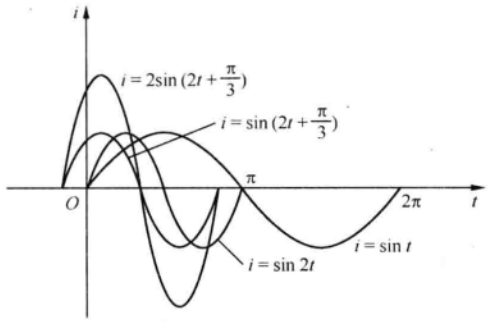


图 1-5

一般地，函数 $y=A\sin(\omega t+\varphi)(A>0,\omega>0)$ 的振幅为 A，周期为 $\frac{2\pi}{\omega}$.

由作图的步骤可知，A、ω、φ 对波形的影响如下。

（1）ω 的影响：把 $y=\sin t$ 的图像沿 t 轴向原点压缩，使周期压缩为原来的 $\frac{1}{\omega}$，得 $y=\sin\omega t$ 的图像，ω 越大，周期越小，波形越密．

（2）φ 的影响：从 $\omega t+\varphi=0$ 求出时间提前量 $t=-\frac{\varphi}{\omega}$，把 $y=\sin\omega t$ 的图像沿 t 轴平移 $\left|\frac{\varphi}{\omega}\right|$ 秒（$\varphi>0$，向左平移；$\varphi<0$，向右平移），即得到 $y=\sin(\omega t+\varphi)$，$\varphi(\varphi>0)$ 越大，正弦波时间提前量越大．

（3）A 的影响：把 $y=\sin(\omega t+\varphi)$ 图像的纵坐标都乘以 A，得到 $y=A\sin(\omega t+\varphi)$ 的图像，A 表示波形最高点的纵坐标，A 越大，波峰越高．

实例 1.4 试计算正弦电压 $u=220\sqrt{2}\sin\left(314t+\frac{\pi}{4}\right)$V 的角频率、频率、周期、幅值、有效值、平均值及初相位．

解 角频率 $\omega=314(\mathrm{rad/s})$；

频率 $f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{314}{2\pi}=50(\mathrm{Hz})$；

周期 $T=\frac{1}{f}=\frac{1}{50}=0.02(\mathrm{s})$；

幅值 $U_m=220\sqrt{2}\approx 3119(\mathrm{V})$；

有效值 $U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}=\frac{220\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=220(\mathrm{V})$；

平均值 $\overline{U}=0.637U_m=0.637\times 311\approx 198(\mathrm{V})$；

初相位 $\varphi=\frac{\pi}{4}$.

实例 1.5 已知一正弦电流 $i=5\sin(\omega t+30°)$A，$f=50$Hz，试问在 $t=0.1$s 时，电流的瞬时值为多少 A?

解 因为 $f=50$Hz，所以 $\omega=2\pi f=2\pi\times 50\mathrm{Hz}=314(\mathrm{rad/s})$．当 $t=0.1$ s 时，$\omega t=314\times 0.1=31.4$，代入瞬时函数式得

$$i=5\sin\left(31.4+\frac{\pi}{6}\right)$$

又 $31.4+\frac{\pi}{6}=10\times3.14+\frac{\pi}{6}=10\pi+\frac{\pi}{6}$，所以

$$i=5\sin\left(31.4+\frac{\pi}{6}\right)=5\sin\frac{\pi}{6}=5\times\frac{1}{2}=2.5(\mathrm{A}),$$

即该电流在 $t=0.1\mathrm{s}$ 时的瞬时值为 2.5A.

实例 1.6 如图 1-6 所示，已知正弦交流电的电流强度 $i(\mathrm{A})$ 在一个周期内的图像，试求 i 与 t 的函数关系式.

解 由图 1-6 可知，振幅 $I_m=15$；周期 $T=6\times10^{-2}-(-2\times10^{-2})=8\times10^{-2}$；故

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{8\times10^{-2}}=25\pi.$$

因为一个周期的起点横坐标为 $-2\times10^{-2}=-\frac{\varphi}{\omega}$，所以

$$\varphi=2\times10^{-2}\times25\pi=\frac{\pi}{2}.$$

因此所求的函数关系式为

$$i=15\sin\left(25\pi t+\frac{\pi}{2}\right).$$

实例 1.7 已知两个正弦交流电的电流分别为

$$i_1=10\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{4}\right),$$

$$i_2=20\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right),$$

试绘制出它们在长度为一个周期的闭区间上的简图，并比较它们的相位之间的关系.

解 为简便起见，我们用横轴表示 ωt，用纵轴表示 i，根据正弦型函数 $y=A\sin(\omega t+\varphi)$ 的作图方法，在同一坐标系内分别作出它们的图像，如图 1-7 所示. i_1 的初相位是 $\frac{\pi}{4}$，i_2 的初相位是 $-\frac{\pi}{6}$，它们的相位差为

$$\frac{\pi}{4}-\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{5\pi}{12}.$$

由图 1-7 看出，i_1 先达到最大值，i_2 后达到最大值，因此我们称 i_1 比 i_2 的相位超前 $\frac{5\pi}{12}$.

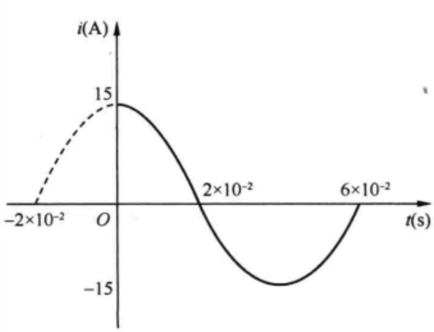


图 1-6

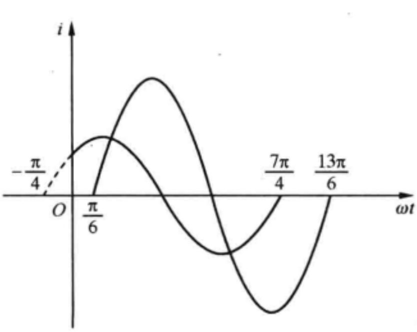


图 1-7

1.4.3 正弦交流电的和

在电学中，常常遇到把若干个同频率的正弦交流电相加或相减的问题，下面对这个问题作一些讨论．

若交流电的电压 u_1 和 u_2 为同频率的电压，即

$$u_1 = U_{m1}\sin(\omega t+\varphi_1),$$
$$u_2 = U_{m2}\sin(\omega t+\varphi_2),$$

利用三角公式将 u_1 和 u_2 相加：

$$\begin{aligned} u = u_1+u_2 &= U_{m1}\sin(\omega t+\varphi_1)+U_{m2}\sin(\omega t+\varphi_2) \\ &= U_{m1}\sin\omega t\cdot\cos\varphi_1+U_{m1}\cos\omega t\cdot\sin\varphi_1+U_{m2}\sin\omega t\cdot\cos\varphi_2+U_{m2}\cos\omega t\cdot\sin\varphi_2 \\ &= (U_{m1}\cos\varphi_1+U_{m2}\cos\varphi_2)\sin\omega t+(U_{m1}\sin\varphi_1+U_{m2}\sin\varphi_2)\cos\omega t, \end{aligned}$$

若设

$$U_{m1}\cos\varphi_1+U_{m2}\cos\varphi_2 = U_m\cos\varphi, \tag{1.1}$$
$$U_{m1}\sin\varphi_1+U_{m2}\sin\varphi_2 = U_m\sin\varphi, \tag{1.2}$$

则

$$u = U_m\cos\varphi\sin\omega t+U_m\sin\varphi\cos\omega t = U_m\sin(\omega t+\varphi).$$

其中 U_m 和 φ 由式（1.1）和式（1.2）联立解出：将式（1.1）、式（1.2）分别平方相加得

$$(U_{m1}\cos\varphi_1+U_{m2}\cos\varphi_2)^2+(U_{m1}\sin\varphi_1+U_{m2}\sin\varphi_2)^2 = U_m^2(\cos^2\varphi+\sin^2\varphi) = U_m^2,$$

所以

$$U_m = \sqrt{(U_{m1}\cos\varphi_1+U_{m2}\cos\varphi_2)^2+(U_{m1}\sin\varphi_1+U_{m2}\sin\varphi_2)^2}. \tag{1.3}$$

用式（1.1）除以式（1.2）得

$$\frac{U_{m1}\sin\varphi_1+U_{m2}\sin\varphi_2}{U_{m1}\cos\varphi_1+U_{m2}\cos\varphi_2} = \frac{U_m\sin\varphi}{U_m\cos\varphi} = \tan\varphi. \tag{1.4}$$

由此可知，两个同频率的正弦电压之和仍是一个同频率的正弦电压，其幅值 U_m 与初相位 φ 由式（1.3）与式（1.4）确定．

1.4.4 电路的瞬时功率

下面我们求电流 i 流过纯电阻时消耗的功率．已知瞬时功率

$$P = i^2R.$$

如果 i 是正弦交流电，设

$$i = I_m\sin\omega t,$$

则相应的瞬时功率为.

$$P = i^2R = I_m^2R\sin^2\omega t.$$

从数学上看，这就是正弦型函数的平方．根据倍角公式

$$\cos2\alpha = 1-2\sin^2\alpha,$$

即

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos2\alpha}{2},$$

所以

$$P = I_m^2R\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos2\omega t\right) = \frac{I_m^2R}{2}-\frac{I_m^2R}{2}\cos2\omega t.$$

可见功率 P 由一个恒定的值 $\frac{I_m^2R}{2}$ 及一个两倍频率的正弦量 $\frac{I_m^2R}{2}\cos2\omega t$ 组成．如果以 P 为纵轴，t 为横轴作出功率 P 随时间 t 变化的图形，则可以采用下列步骤：先作出 $-\frac{I_m^2R}{2}\cos2\omega t$ 的图形，上述表示式是把函数 $\frac{I_m^2R}{2}\cos2\omega t$ 乘以 -1，即正半波变为负半波，负半波变为正半波，然后加上 $\frac{I_m^2R}{2}$，即整个波形沿纵轴向上平移了 $\frac{I_m^2R}{2}$，如图 1-8 所示．实际上 $\frac{I_m^2R}{2}$ 为功率 P 的平均值，也称为平均功率．

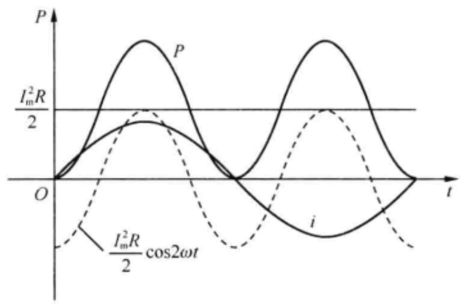


图 1-8

习题 1-4

1. 试求 $f=60\text{Hz}$ 的正弦交流电的周期和角频率．

2. 已知两个正弦交流电的电流分别为

$$i_1=36\sin\omega t \qquad \text{或者 } i_2=24\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{3}\right),$$

试绘制出 i_1 与 i_2 在长度为一个周期的闭区间上的简图，并且比较 i_1 与 i_2 的相位之间的关系．

3. 已知一交流电压，初相角为 $\frac{\pi}{5}$，频率为 50Hz，幅值为 311V，试写出电压的瞬时方程（即电压与时间的函数关系）．

4. 如图 1-9 所示的三相交流电路，已知

$$i_1=I_m\sin\omega t,$$

$$i_2=I_m\sin\left(\omega t-\frac{2\pi}{3}\right),$$

$$i_3=I_m\sin\left(\omega t-\frac{4\pi}{3}\right);$$

试求流过中线 $o-o'$ 的电流 i（提示：根据基尔霍夫第一定律有 $i=i_1+i_2+i_3$）．

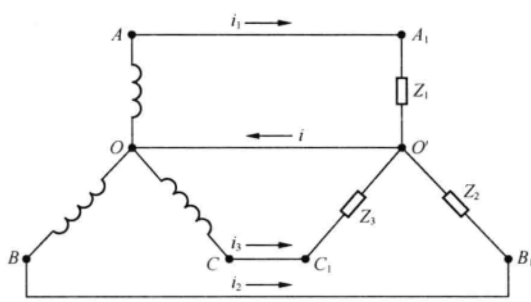


图 1-9

第 2 章
向量与复数及其应用

2.1 向　　量

2.1.1　向量的概念

在实践中，我们经常遇到这样一些量，它们既有大小又有方向，例如，物理学中物体运动的速度、加速度、位移等，数学中把这一类量统称为向量（或矢量）.

以 A 为起点、B 为终点的有向线段表示的向量，记为 $\overrightarrow{AB}$，如图 2-1 所示，有时也用拉丁字母上方加箭头的形式来表示，如 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{i}$、$\vec{j}$…，或用黑斜体小写字母表示，如 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$….

向量 $\boldsymbol{a}$ 的大小称为向量的模，记为 $|\boldsymbol{a}|$；模是 1 的向量称为单位向量；与向量 $\boldsymbol{a}$ 同向的单位向量记为 $\boldsymbol{a}^0$；模为 0 的向量称为零向量，记为 0. 零向量的方向可以看做是任意的 .

当两向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 的模相等且方向相同时，称它们相等，记为 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{b}$. 允许平移的向量称为自由向量，本书所讨论的向量都为自由向量 .

两个非零向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 正向之间不超过 180°的夹角定义为 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 的夹角，记为 $(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})$，如图 2-2所示 .

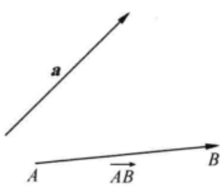


图 2-1

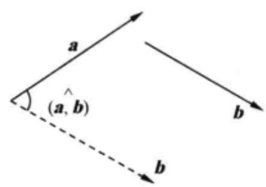


图 2-2

当 $(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=0$ 或 π 时（即向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 的方向相同或相反），称向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 平行，记为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$.

当 $(\widehat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\dfrac{\pi}{2}$ 时，称它们垂直，记为 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，因为零向量方向不定，所以零向量与任一向量既平行也垂直 .

与向量 $\boldsymbol{a}$ 的大小相等、方向相反的向量称为 $\boldsymbol{a}$ 的负向量，记为 $-\boldsymbol{a}$.