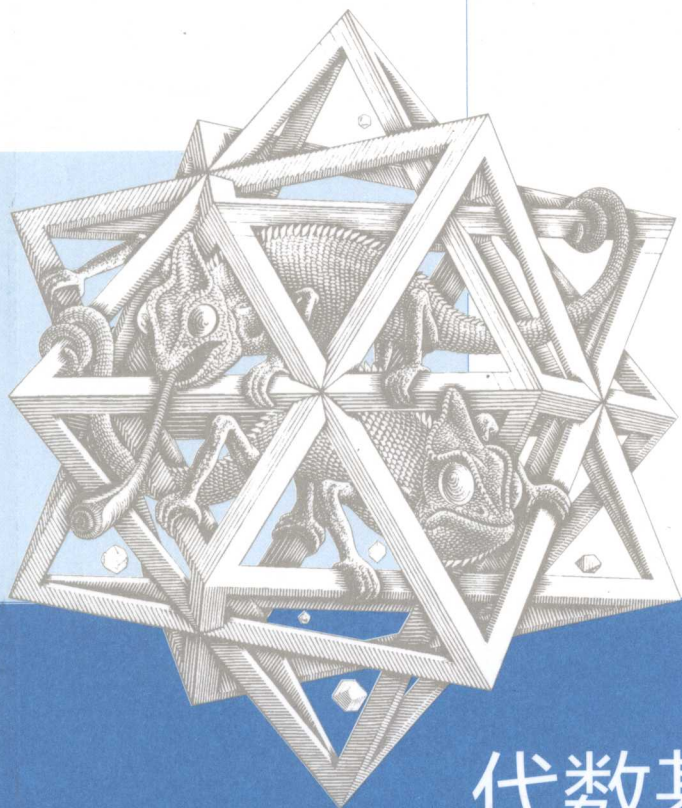


$$e^{\pi i} + 1 = 0$$

Panorama of Mathematics

数 学 概 览



代数基本概念

— I.R. 沙法列维奇 著

— 李福安 译

高等教育出版社

Panorama of Mathematics

数 学 概

DAISHU JIBEN GAINIAN

代数基本概念

— I.R. 沙法列维奇 著

— 李福安 译



高等教育出版社·北京

图字：01-2014-1012 号

Translation from English language edition:
Basic Notions of Algebra
by Igor R. Shafarevich
Copyright © Springer Berlin Heidelberg 2005
Springer Berlin Heidelberg is a part of Springer Science+Business Media
All Rights Reserved

图书在版编目 (C I P) 数据

代数基本概念 / (俄罗斯) 沙法列维奇著 ; 李福安 译.
-- 北京 : 高等教育出版社, 2014.3
(数学概览 / 严加安, 季理真主编)
书名原文: Basic notions of algebra
ISBN 978-7-04-039360-6

I. ①代… II. ①沙… ②李… III. ①代数 IV.
① O15

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 042876 号

策划编辑 王丽萍 责任编辑 李 鹏 封面设计 姜 磊 责任印制 张泽业

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	中国农业出版社印刷厂	网上订购	http://www.landraco.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.landraco.com.cn
印 张	18.25	版 次	2014 年 3 月第 1 版
字 数	335 千字	印 次	2014 年 3 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	49.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题, 请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 39360-00

《数学概览》编委会

主编： 严加安 季理真

编委： 丁 玖 李文林

曲安京 王善平

徐 佩 姚一隼

《数学概览》 序言

当你使用卫星定位系统 (GPS) 引导汽车在城市中行驶, 或对医院的计算机层析成像深信不疑时, 你是否意识到其中用到什么数学? 当你兴致勃勃地在网上购物时, 你是否意识到是数学保证了网上交易的安全性? 数学从来就没有像现在这样与我们日常生活有如此密切的联系。的确, 数学无处不在, 但什么是数学, 一个貌似简单的问题, 却不易回答。伽利略说: “数学是上帝用来描述宇宙的语言。” 伽利略的话并没有解释什么是数学, 但他告诉我们, 解释自然界纷繁复杂的现象就要依赖数学。因此, 数学是人类文化的重要组成部分, 对数学本身以及对数学在人类文明发展中的角色的理解, 是我们每一个人应该接受的基本教育。

到 19 世纪中叶, 数学已经发展成为一门高深的理论。如今数学更是一门大学科, 每门子学科又包括很多分支。例如, 现代几何学就包括解析几何、微分几何、代数几何、射影几何、仿射几何、算术几何、谱几何、非交换几何、双曲几何、辛几何、复几何等众多分支。老的学科融入新学科, 新理论用来解决老问题。例如, 经典的费马大定理就是利用现代伽罗瓦表示论和自守形式得以攻破; 拓扑学领域中著名的庞加莱猜想就是用微分几何和硬分析得以证明。不同学科越来越相互交融, 2010 年国际数学家大会 4 个菲尔兹奖获得者的工作就是明证。

现代数学及其未来是那么神秘, 吸引我们不断地探索。借用希尔伯特的一句话: “有谁不想揭开数学未来的面纱, 探索新世纪里我们这门科学发展的前景和奥秘呢? 我们下一代的主要数学思潮将追求什么样的特殊目标? 在广阔而丰富的数学思想领域, 新世纪将会带来什么样的新方法和新成就?” 中国有句古话: 老马识途。为了探索这个复杂而又迷人的神秘数学世界, 我们需要数学大师们的经典论著来指点迷津。想象一下, 如果有机会倾听像希

伯特或克莱因这些大师们的报告是多么激动人心的事情。这样的机会当然不多,但是我们可以通过阅读数学大师们的高端科普读物来提升自己的数学素养。

作为本丛书的前几卷,我们精心挑选了一些数学大师写的经典著作。例如,希尔伯特的《直观几何》成书于他正给数学建立现代公理化系统的时期;克莱因的《数学讲座》是他在 19 世纪末访问美国芝加哥世界博览会时在西北大学所做的系列通俗报告基础上整理而成的,他的报告与当时的数学前沿密切相关,对美国数学的发展起了巨大的作用;李特尔伍德的《数学随笔集》收集了他对数学的精辟见解;拉普拉斯不仅对天体力学有很大的贡献,而且还是分析概率论的奠基人,他的《概率哲学随笔》讲述了他对概率论的哲学思考。这些著作历久弥新,写作风格堪称一流。我们希望这些著作能够传递这样一个重要观点,良好的表述和沟通在数学上如同在人文学科中一样重要。

数学是一个整体,数学的各个领域从来就是不可分割的,我们要以整体的眼光看待数学的各个分支,这样我们才能更好地理解数学的起源、发展和未来。除了大师们的经典的数学著作之外,我们还将有计划地选择在数学重要领域有影响的现代数学专著翻译出版,希望本译丛能够尽可能覆盖数学的各个领域。我们选书的唯一标准就是:该书必须是对一些重要的理论或问题进行深入浅出的讨论,具有历史价值,有趣且易懂,它们应当能够激发读者学习更多的数学。

作为人类文化一部分的数学,它不仅具有科学性,并且也具有艺术性。罗素说:“数学,如果正确地看,不但拥有真理,而且也具有至高无上的美。”数学家维纳认为“数学是一门精美的艺术”。数学的美主要在于它的抽象性、简洁性、对称性和雅致性,数学的美还表现在它内部的和谐和统一。最基本的数学美是和谐美、对称美和简洁美,它应该可以而且能够被我们理解和欣赏。怎么来培养数学的美感?阅读数学大师们的经典论著和现代数学精品是一个有效途径。我们希望这套数学概览译丛能够成为在我们学习和欣赏数学的旅途中的良师益友。

严加安、季理真

2012 年秋于北京

中文版前言

I.R. Shafarevich

莫斯科数学黄金年代 一位标新立异者和明星

很久以前，数学家不是很多。他们通常用函件与其他人通信，只是偶尔到某些著名的中心做学术旅行，会见朋友，例如 Abel，以及 Klein 和 Lie 在欧洲的旅行，这对他们的工作和职业生涯有着巨大的影响。现在的数学界很大，数学家很多，还有很多数学会议以及众多的交流方式。但面对面地会见同类数学家仍是非常重要的。谁不想见有独特见解且知识渊博的人并向他们学习呢？有很多人我从未见过，但希望能见到他们并与之交谈。也许，Shafarevich 是排在我名单中的第 1 个。

为什么是 Shafarevich？他有很多不寻常之处。他在 1 年内完成了大学课程，并在 2 年后获得了他的哲学博士学位。在莫斯科的数学黄金年代，有许多伟大的数学家，而他是其中最闪亮的明星之一。就像他们中的许多人一样，他是有独创性的、知识极为渊博且技巧性很强的数学家。但他由于写作的高明和广泛而尤为突出。他对很多事物有强烈的主张，并希望人们了解这些主张。许多（或者几乎每一个）数学系的学生都知道他著名的书 *Basic algebraic geometry* [3]。他的书 *Number theory* [1] 写得也很漂亮，可以认为是一部杰作。在他所有的书 [1-7] 中，最能反映他对数学的理解和处理方式的，就是你手中的书 *Basic notions of algebra* [5]。此书对代数的广阔世界给出了一个易于接受的概述。它强调概念、思想和基本定理，并用具体的应用和例子加以说明。例如，在群的定义之后，该书描述了有限群的一些特别例子，这些例子

与正多面体的几何和对称, 格的旋转对称以及有限反射群相关联. 然后还讨论了许多种类的无限离散群: 无限欧氏和双曲的晶体群、模群、算术群、组合群论中的重要例子, 拓扑中的群如纽结群和基本群, 等等. 它没有就此停止, 而是继续讨论 Lie 群、代数群、群的表示理论及其应用. 由于 Lie 代数对于 Lie 群至关重要, 该书对 Lie 代数也做了认真讨论. 除了代数教科书的常规论题, 此书还涵盖了范畴、同调代数、层的上同调、拓扑和代数 K -理论. 当你阅读这本书的时候, 你能看到并感觉到数学是多么流畅, 不同的对象能多么自然地联系在一起.

这不是一本教科书. 阅读此书就像与数学大师的一次交谈, 你能获得代数甚至数学是什么, 为什么以及怎样去做的一幅整体图景. 正如 Shafarevich 所解释的, 该书的目的是在最广泛的意义上“谈论”代数. 此书体现了作者广博的知识和深刻的见解, 以及与他人共享的能力. 世界上只有很少的人能写出这样的书, 但每个数学系的学生和数学家都能欣赏它并从中学习!

由于我不能亲自见到 Shafarevich, 许多读者大概也见不到他, 阅读此书也许是会见这样一位独一无二的数学家 (一位有学问的人且我们渴望与他建立联系) 并与之交谈的最接近的方式.

在早期的数学生涯中, Shafarevich 以他在代数几何、数论和群论中的许多重要成就建立了他的声誉. 例如, 他开创了莫斯科代数几何和数论两个学派. 他的名字与若干基本概念和结果相联系, 如椭圆曲线的 Tate-Shafarevich 群, 对某些非 Abel 的域扩张的 Shafarevich-Weil 定理, 有限可解群作为 Galois 群的实现, 逆 Galois 理论, 数域的非分歧扩张的塔的 Golod-Shafarevich 定理, 代数曲面的分类, 等等. 他还用公式表示了关于数域上具有固定维数和指定的“坏约化”素数集的 Abel 簇的集合的有限性的 Shafarevich 猜想. 这个猜想被 Gerd Faltings 证明, 作为他的 Mordell 猜想著名证明的一步.

但 Shafarevich 因其非数学的著作在世界范围变得更加出名. 在某种意义上, 他是世界上最著名 (或最邪恶) 的数学家, 那要看你问什么人. 与笔者谈论过的几乎每一个人, 或者是极其喜欢他, 或者是极其不喜欢他. 对 Shafarevich 总有一种强烈的反应. Shafarevich 才华横溢, 有许多兴趣. 他的影响不只局限于数学界. 按照新闻记者和作家 Masha Gessen 的说法, “似乎不可思议的是他与他所处时代的关系: 在每个时期他总是站立在重要社会趋势的知识精英的最前列. 他在 20 世纪 50 年代已是超常的学者, 在 20 世纪 70 年代是持不同政见者, 而在 20 世纪 90 年代是民族主义者. 在每一次转身, 他都获得了充分的声望, 不只是成为他的时代的产物, 而是这个时代的标志.”

因其非数学的思想和写作, 他已成为极具争议也极有影响的人物. 这就解释了为什么 2003 年在他 80 岁生日时, 他收到一封被广为宣扬的寄自俄罗

斯总统普京的贺信,该信称赞了他在数学中的“基础研究”,以及他对“在俄罗斯及国外都知名的伟大科学学派”的创立所作的贡献。

这篇简短的前言并不是讨论他的数学以及他在政治和人文学科其他感兴趣的场合.我们从他的访谈录 [13] 中,引述几段有趣的陈述,涉及他的早期经历及他对怎样做数学和怎样选择好问题的看法,这些内容在他的数学生涯中闪烁着光芒,可能也是读者感兴趣的。

Shafarevich 在年轻时就学习很多东西,他的早期生活是富裕的.他的父亲是莫斯科工程学院一位理论力学教授,而母亲从俄罗斯女子高等教育的第一协会得到一个语言学的学位.当时莫斯科的住房严重短缺,这意味着他有频繁的房客,最值得注意的一位是钢琴家 Sviatoslav Richter,他是 20 世纪最伟大的钢琴家之一.对 Shafarevich 智力发展最重要的是许多学科的丰富的家庭藏书。

在 15 或 16 岁时他开始真正的数学阅历.按 Shafarevich 所说,“我已经与数学家有了交往”。

当被问到何时进入学院时,Shafarevich 回答:

“我从未进入学院.我是一个大胆的孩子.还是学生的时候,我就去见院长 [会长],告诉他我已经阅读了一些课本,我不知道是否正确理解了它们,是否真正地懂得.我能试着参加一次考试吗?他说,我将被当做一名‘外来的’学生.第 1 次他送我去参加考试的老师是 Delone (解析几何),第 2 次是 Kurosh (代数),而第 3 次是 Gel'fand (分析学).所以我见过所有这 3 个人.他们对我非常热情、善良,他们和我在一起待了很长时间,给了我大量要阅读的文献,这对于成功是必需的.那是学校正在变革的时期:有时它由 10 个年级组成,有时则是 9 个年级.此时我读完了 9 年级,通过了大学几乎所有的考试.我被允许作为最后一年的学生进入大学,所以我没有高中的毕业证书.当我读完大学时,已经 17 岁了……我考虑选 Delone 和 Kurosh 做我的导师.他们代表了不只是两种不同的数学类型,简直是两种截然相反的数学类型. Delone 是彼得堡学派的典型代表……但 Kurosh 正相反,是一个激进分子.他告诉我,数学可以分为两部分:哲学和会计学……我想补充的是, Delone 给了我两个特别好的建议:其一是阅读 Hilbert 的 Zahlbericht (数论报告),其二是阅读 Gauss 的著作.作为那次演讲的结果,我选择了工作了大约 20 年的那个领域……我记得, Gel'fand 让我读许多书,并且说如果我不读这些书,那他就不能让我考试.但这些书确实非常好,非常有用.因我随后对代数发生兴趣,教我分析是十分有用的。”

当被问到什么年龄开始阅读 Hilbert 关于数论的名著时,Shafarevich 回答:

“15岁. 在这样的年龄, 它产生了特别强烈的印象. 14岁时, Delone 推荐我读 Galois 理论. 但是, 我完全不能理解. 尤其是因为那种说明方式沉闷得难以忍受: 我读了 Chebotarev 的书. 那是一本写得很沉闷的书, 令人困惑. 后来我从 van der Waerden 的书中领会了 Galois 理论. 下一年即 15 岁时, 我读了 Hilbert 的书. 我已懂了一点代数, 因而能够理解它. 这本书并没有用到任何特别的数学工具.”

Shafarevich 和他的同辈人与世隔绝地发展了数学. 当华罗庚在 20 世纪 40 年代后期访问莫斯科时, 他是 Shafarevich 所面见的第 1 个外国人. 从某种意义上说, 这样的孤独状态对于发展高度原创的数学是有效的.

差不多在 20 世纪 30 年代末和 40 年代初, 他还不懂许多重要的东西, 例如意大利学派的代数几何, Hodge 理论, 以及调和积分. 但他自学了所有这些学科. Shafarevich 说:

“在二次大战末期和战后那几年, 我居住在离数学研究所很远的地方, 上下班单程需要 1 个小时. 我乘坐无轨电车, 随身带着要还给图书馆的期刊. 我匆匆地浏览这些期刊 (我不看那些已经读过的文章). 发现它们包含的内容是有趣的事. 我会突然得到一些完全不可思议的发现. 于是我找到了 de Rham 的一篇概览, 并学习 de Rham 和 Hodge 的理论. 另一次我偶然发现 Nevanlinna 理论. 它让我觉得这是件有趣的事情, 因为正是在其邻近有着某个尚未发现的神秘领域. 我认为下一代人对数学已经有了完全不同的看法. 通过交流, 你能学到一切. 至于现在, 我有这样的感觉, 许多数学家生于知晓一切的时代, 没有东西可以教他们了. 但我记得我学习的方式: 我带着一本期刊乘车, 里面有有趣的数学文章, 我知道少量内容是能理解的, 而某些内容开始时完全不懂. 文章有参考文献. 其中有些甚至更加不能理解. 那是引人入胜的事情. 一方面它增强了我对数学的兴趣, 并产生了与数学的特别关系. 这引起了对未知事物的期望, 而且每一步都是神秘的. 另一方面, 它对学生的创造是很大的刺激. 在我开始工作的任何分支——首先是代数数论, 然后是代数几何——几乎没有人可以一起讨论. 而为了建立一个我能与之交流的人群, 寻找年轻人并把对此的感觉告诉他们实在是非常必要的.”

Shafarevich 有过许多学生. 作为授课者和教师, 他是非常杰出的, 他的数学著作既是易懂的, 又是深刻的 (总是直奔主题). 他的学生们感到, 在他们的学术生涯中, 与 Shafarevich 的交往以及接受他的指导是最愉快的, 他们崇拜他.

在莫斯科数学的黄金年代, 有些人在大学的时候就开始做研究. Piatetski-Shapiro 就是这样一位, 而且是 Shafarevich 最早的学生之一. 当 Shafarevich 在莫斯科教一年级代数时, 他的学生包括 Manin, Anosov, Golod, Arnol'd,

Kirillov, Tyurina, 等等. 他的博士生包括 Y. Manin, A.N. Parshin, I. Dolgachev, E. Golod, A.I. Kostrikin, I.A. Kostrikin, S.Y. Arakelov, G.V. Belyi, V. Abrashkin, A. Tyurin 以及 V.A. Kolyvagin.

由杰出数学家 Piatetski-Shapiro 撰写的对莫斯科数学黄金年代学术生活的感人描述和 Shafarevich 对他的影响, 参阅 [12].

Shafarevich 热爱教书. 由于非数学的原因, 他两次从教学岗位上被解雇. 当被问到对于无书可教的感受时, Shafarevich 回答: “是的, 伤痛已逐渐平复. 但在很长时间里我只能在梦中见到自己还在讲课. 这是一个经常重复的梦: 我感到它是一个特殊论题课程的开始. 我喜欢对全年的计划及早打算的那种方式. 在我面前有许多听众, 而我有一种令人振奋的感觉. 那是一个经常重复的梦. 它是一种挥之不去的东西. 你只感觉到, 当这一切结束以后, 教书的职业是多么迷人.”

Shafarevich 解释被解雇的原因, “第 2 次的原因十分清楚. 我不知道为什么我没有早得多地被解雇. 每个社会都必须由社会现存规范, 而不是由某种抽象的体系所审判. 所以, 根据现存的规范, 我的罪过应该遭受比被大学解雇更重的惩罚. 我出版了一本关于社会主义的书以及一系列 [非数学的] 文章. 我与 Solzhenitsyn 合作, 与 Sakharov 合作. 而我, 一个大学教授, 正在教学生! 这当然是一种奇怪的现象.”

当 Shafarevich 解释怎样挑选好的数学问题时, 他非常诚恳而有幽默感: “每个数学家都试图发现某种他认为有趣且未知的东西. 你必须找到一个有趣的问题, 即之前人们未加注意的东西. 这是一个机遇问题. 在我一生中, 有半成功, 成功, 也有失败. 例如, 我记得 A.I. Kostrikin 和我怎么离开莫斯科去旅行, 而在回程乘坐的电气列车上开始讨论. 当时我对 Elie Cartan 关于 ‘无限’ Lie 群 (现称为 ‘拟群’) 的工作有兴趣. 它在一定程度上是个几何理论, 在一定程度上又是个分析理论. A.I. Kostrikin 正在研究有限特征的域上无限维 Lie 代数 —— 一个纯代数问题. 于是, 当他开始用已知的 Lie 代数例子与 Cartan 给出的分类进行比较时, 发现它们是一致的. 我们猜测, 虽然这些是完全不同的领域, 却有一种完全的类似, 据此, 可以把 Cartan 的技巧搬过来. 我们就这样朝它的证明迈出了最初的步骤. 所以这是一种半成功. 但是没有完全的成功 ……”

我记得 Menshov (他现在大约 100 岁了 [Menshov 于 1988 年 12 月去世]) 很久以前告诉我, 当 Hadamard 来访时, 有一个欢迎宴会, Menshov 问他怎样选择研究的问题. Hadamard 用一个东方的故事来回答. 一个苏丹王对他后宫的女子感到厌倦, 他唤来他的太监头领并命令他去找一个让自己满意的新的妃子. 苏丹王给他两天的时间. 如果他不能执行命令, 那么将被砍头. 于

是太监头领来到集市,他看到满集市都是女子.但她们同样都离苏丹王命令的要求甚远.突然他看到他的一个老朋友,那是一个商人,刚旅行回来,看起来年轻,晒得黝黑.商人问太监头领为何忧伤.后者诉说了他的疑难.商人很诧异:‘那算什么问题?就在这里找,就是她了.’太监头领决定冒一次险.第2天早晨,苏丹王将太监头领唤来,说:‘去我的宝库,你能拿得动多少财物就拿多少.’太监头领很高兴.但随后他断定这样的情形还可能再次发生.于是他跑去找他的商人朋友:‘听着,把秘密告诉我.你怎么挑选的她?’——‘你知道,人必须要有眼力.’

所以 Hadamard 说,为了能找到数学中的问题,人应该有眼力.”

Shafarevich 是很伟大的数学家,又是多姿多彩、有影响的人物.他也是一位政治和宗教的思想家.我们不能更详细地讨论他的工作和生活,特别是他非数学的生活.关于他和他的散文“Russophobia”(恐俄症)的大量公开辩论,参阅 [10, 11]. 关于他非数学的著作,参阅 [9, 10]. 关于他对数学的一般性思考的例子,比如问题“数学的目的是什么”,参阅 [8]. 简单地说,他断言数学自身的生长不是定向或自然演进的.它需要达到一个统一性和范围的目标.他相信,这个目标或者能由实际应用所确定,或者由上帝所设定,而他选择后者,因为对他而言,纯粹数学并不是由实际应用驾驶的.

数学世界是丰富而巨大的,需要有经验的指导者来鉴赏数学旅行中许多漂亮而微妙的东西. Shafarevich 是一个完美的指导者,和 Shafarevich 一起探索这个世界的最好方法之一就是阅读这本书.很少有这样的大数学家愿意花时间来写一本有用的、令人愉快的而且内容充实的关于现代数学的书.

季理真

2013 年 12 月 7 日于

Michigan 大学

参考文献

- [1] A. Borevich, I. Shafarevich, *Number theory*, Translated from the Russian by Newcomb Greenleaf, Pure and Applied Mathematics 20, Academic Press, New York-London, 1966. x+435 pp.
- [2] I.R. Shafarevich, *Lectures on minimal models and birational transformations of two dimensional schemes*, Tata Institute of Fundamental Research Lectures on Mathematics and Physics 37, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1966. iv+175 pp.

- [3] I.R. Shafarevich, *Basic algebraic geometry*: 1. *Varieties in projective space*. 2. *Schemes and complex manifolds*, Second edition, Translated from the 1988 Russian edition and with notes by Miles Reid, Springer-Verlag, Berlin, 1994. xx+303 pp., xiv+269 pp.
The first Russian edition was published in 1972. An English translation of the first edition was published in 1974.
Basic algebraic geometry, Translated from the Russian by K.A. Hirsch, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften 213, Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1974. xv+439 pp.
These books were based on an earlier book and a long paper by Shafarevich:
(1) *Algebraic geometry*, Moskov. Gosudarstv. Univ., Moscow, 1968. 250 pp.
(2) *Foundations of algebraic geometry*, Russian Mathematical Surveys 24 (1969), no. 6, 1–178.
- [4] V. Nikulin, I.R. Shafarevich, *Geometries and groups*, Translated from the Russian by M. Reid. Universitext, Springer Series in Soviet Mathematics, Springer-Verlag, Berlin, 1987. viii+251 pp.
- [5] I.R. Shafarevich, *Basic notions of algebra*, Translated from the Russian by M. Reid. Reprint of the 1990 translation [Algebra. I, Encyclopaedia Math. Sci. 11, Springer, Berlin, 1990], Springer-Verlag, Berlin, 1997. iv+258 pp.
- [6] I.R. Shafarevich, *Discourses on algebra*, Translated from the Russian by William B. Everett, Universitext, Springer-Verlag, Berlin, 2003. x+276 pp.
- [7] I.R. Shafarevich, A. Remizov, *Linear algebra and geometry*, Translated from the 2009 Russian original by David Kramer and Lena Nekludova, Springer, Heidelberg, 2013. xxii+526 pp.
- [8] I.R. Shafarevich, *On certain tendencies in the development of mathematics*, Math. Intelligencer 3 (1981), no. 4, 182–184.
- [9] I.R. Shafarevich, *The socialist phenomenon*, Harper & Row, New York, 1980. 319 pp.
- [10] K. Berglund, *The vexing case of Igor Shafarevich, a Russian political thinker*, Birkhäuser/Springer, Basel AG, Basel, 2012. xiv+539 pp.
- [11] J. Birman, *On Shafarevich's essay Russophobia. Letter to the editor: "Listening to Igor Rostislavovich Shafarevich"* [Math. Intelligencer 11 (1989), no. 2, 16–28] by S. Zdravkovska, With a reply by Sheldon Axler, Math. Intelligencer 14 (1992), no. 2, 3–4.
- [12] I. Piatetski-Shapiro, *Étude on life and automorphic forms in the Soviet Union*, in *Golden years of Moscow mathematics*, 199–211, Hist. Math. 6, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1993.
- [13] S. Zdravkovska, *Listening to Igor Rostislavovich Shafarevich*, Math. Intelligencer 11 (1989), no. 2, 16–28.

前言

本书的目的是对代数学,它的基本概念和主要分支,提供一个一般性的全面概述.那么我们选择什么样的表达方式呢?在回答“数学是研究什么的?”这个问题时,用“结构”或“带有指定关系的集合”来答复,几乎没有人能接受得了;因为在无数可以想象的结构或带有指定关系的集合中,只有很少的一些离散子集是数学家们真正感兴趣的,而问题的整个重点是理解分布在模糊物质中这极其微小一部分的特殊价值.同样,一个数学概念的意义不在于它形式上的定义,事实上,用基本例子的一批样本(通常是相当小的),它会表达得更好.这给数学家提供了动机和实质性的定义,同时给出这个概念的真实意义.

如果我们试图用一般性质来刻画任何有个性特征的现象,也许会发生同样类型的困难.例如,给出德国人或法国人的定义是没有意义的,我们只能描述他们的历史或他们的生活方式.同样,不可能给出一个单独的人的定义,只能给出他的“护照资料”,或者去描绘他的外貌和特征,并联系其传记中一些有代表性的大事.这就是我们在本书中应用于代数学试图采用的路径.所以,本书容纳了主题的公理的和逻辑的发展,并加上更有描述性的资料:仔细处理关键例子以及代数学与数学其他分支和自然科学的交汇点.这里资料的选择当然受到作者个人观点和爱好的强烈影响.

本书的读者,我心里想的是大学数学系低年级课程的学生,或者理论物理学家和代数以外的数学家,他们想得到代数内在意义及其在数学中位置的印象.书中用于系统处理代数概念和结论的那些部分对读者只有极其有限的要求:我们只假定读者懂得微积分、解析几何和线性代数,就像许多高中和学院里教过的那种形式.关于我们处理例子时所要求的必需的知识范围,叙述起来比较困难;最好是熟悉射影空间、拓扑空间、微分流形和复解析流形

以及单个复变量函数的基本理论, 处理某些特殊例子时发生的困难可能从本质上纯粹是局部的, 读者心里要承受这些困难, 但并不影响对本书其他部分的理解.

本书并不自称在教代数, 只不过是谈论代数. 我提供了详细的参考书目, 至少在某种程度上加以弥补; 读者能从书目之前的注释中找到关于这些书的文献, 由此可以学习书中提出的问题, 以及因篇幅限制而未在本书中涉及的代数的其他领域.

F.A. Bogomolov, R.V. Gamkrelidze, S.P. Dëmushkin, A.I. Kostrikin, Yu.I. Manin, V.V. Nikulin, A.N. Parshin, M.K. Polyvanov, V.L. Popov, A.B. Roiter 以及 A.N. Tyurin 阅读了本书的初稿; 我非常感谢他们的评论和建议, 这些评论和建议已被吸收进书中.

我极为感谢 N.I. Shafarevich 在手稿写作过程中给予的巨大帮助和许多有价值的评论.

I.R. Shafarevich

1984 年于莫斯科

借此英文版出版的机会, 我改正了原版中没有察觉的一些错误和不准确之处; 我非常感谢 E.B. Vinberg, A.M. Volkhonskii 和 D. Zagier 的指出. 我特别感谢译者 M. Reid 对全书文字的无数改进.

I.R. Shafarevich

1987 年于莫斯科

郑重声明

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

反盗版举报电话 (010) 58581897 58582371 58581879

反盗版举报传真 (010) 82086060

反盗版举报邮箱 dd@hep.com.cn

通信地址 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

邮政编码 100120

数学概览 图书清单

注：书号前缀为 978-7-04-0xxxxx-x

	书号	书名	著译者
1	35167-5	Klein 数学讲座	F. 克莱因 著 陈光还 译 徐佩 校
2	35182-8	Littlewood 数学随笔集	J. E. 李特尔伍德 著 李培廉 译
3	33995-6	直观几何（上册）	D. 希尔伯特、S. 康福森 著 王联芳 译 江泽涵 校
4	33994-9	直观几何（下册）附亚历山德罗夫的拓扑学基本概念	D. 希尔伯特、S. 康福森 著 王联芳、齐民友 译
5	36759-1	惠更斯与巴罗，牛顿与胡克：数学分析与突变理论的起步，从渐伸线到准晶体	B. И. 阿诺尔德 著 李培廉 译
6	35175-0	生命·艺术·几何	M. 吉卡 著 盛立人 译
7	37820-7	关于概率的哲学随笔	P.-S. 拉普拉斯 著 龚光鲁 钱敏平 译
8	39360-6	代数基本概念	I.R. 沙法列维奇 著 李福安 译

网上购书：www.china-pub.com, academic.hep.com.cn, www.joyo.com, www.dangdang.com

其他订购办法：

各使用单位可向高等教育出版社读者服务部汇款订购。书款通过邮局汇款或银行转账均可。

购书免邮费，发票随后寄出。

单位地址：北京西城区德外大街 4 号

电 话：010-58581118/7/6/5/4

传 真：010-58581113

通过邮局汇款：

地 址：北京西城区德外大街 4 号

户 名：高等教育出版社销售部综合业务部

通过银行转账：

户 名：高等教育出版社有限公司

开 户 行：交通银行北京马甸支行

银行账号：110060437018010037603