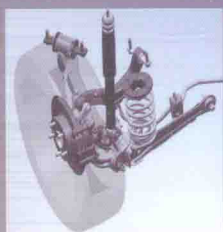


陈无畏 王其东 肖寒松 赵林峰 朱茂飞 著

# 汽车系统动力学 与集成控制



科学出版社

# 汽车系统动力学与集成控制

陈无畏 王其东 肖寒松 赵林峰 朱茂飞 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书主要提供了能体现汽车系统动力学特征,并能满足汽车控制系统所需要的汽车动力学模型,研究了这些模型的不同特性,给出了由这些模型所设计的汽车控制系统的基本结构和应用方法,重点是底盘系统的集成控制方法。全书主要包括两部分内容:单独的汽车系统动力学模型与控制方法;集成的汽车系统动力学模型与控制方法。第一部分内容的重点是按照汽车的纵向、侧向和垂向运动来研究系统动力学与相应的控制问题,如整车动力学模型、轮胎模型、防抱死制动系统、主动悬架系统、电动助力转向系统等,均予以详细介绍。第二部分内容主要是关于面向集成控制的整车动力学模型,以及基于改善整车行驶平顺性、操纵稳定性和行驶安全性等性能的集中式集成控制方法和分层式协调控制方法。书中大量的仿真和试验实例使汽车系统动力学与控制技术方面的基础理论与汽车工程中的实际应用紧密结合,易于读者理解,也便于在此基础上形成新的研究成果。

本书可供汽车行业以及科研机构、高等院校中从事汽车系统动力学与控制研究的工程技术人员参考,也可作为车辆工程专业研究生和高年级本科生的教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

汽车系统动力学与集成控制/陈无畏等著. —北京:科学出版社,2014

ISBN 978-7-03-041082-5

I. ①汽… II. ①陈… III. ①汽车-系统动力学②汽车-底盘-电气控制系统 IV. ①U461.1②U463.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 129200 号

责任编辑:裴 育 / 责任校对:刘亚琦  
责任印制:肖 兴 / 封面设计:陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号  
邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

文林印务有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2014年6月第 一 版 开本:720×1000 1/16

2014年6月第一次印刷 印张:19 1/2

字数:378 000

定价:85.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

## 前 言

汽车作为“改变世界的机器”，在经历了一百多年的辉煌之后，正面临一场深刻的变革。汽车越来越多地从后工业时代的能源、电子、信息科技中吸收新的元素，并经过改造、提升和优化设计等，以实现质的飞跃。

在过去的一百多年中，汽车技术的发展主要依赖于对机械结构的改进。随着微电子技术、计算机技术和通信技术等的飞速发展，将这些技术应用于汽车从而优化汽车的各项性能，已成为必然的趋势。

汽车动力学是汽车基本性能和汽车各系统综合集成的基础理论。现代汽车设计必须满足行驶平顺性、操纵稳定性、安全性和对环境的友好性等方面的要求。但由于路面的随机性、汽车行驶时的高速性和工作过程的复杂性，获得汽车行驶时的最优性能一直是汽车工程技术人员所追求的设计目标。而传统的机械结构(或参数)优化设计方法只是在汽车诸多相互矛盾的性能指标中寻求折中的办法，难以满足人们对现代汽车各项性能的需求。此外，经过一百多年的发展和技术创新，在动力学性能上可以取得的突破也越来越少，真正能够给汽车带来彻底变化的是微电子与控制技术。

基于此，将传统的汽车动力学与不断涌现的汽车电子与控制技术相结合，已形成了汽车工程领域中一个新的研究方向——汽车系统动力学与控制技术。其中，汽车底盘控制技术的迅速发展，使得这个方向的研究内容更加丰富。

汽车底盘是由轮胎、制动、转向和悬架等多个子系统组成的，各子系统间通过动态耦合进行能量、信息的传递与交换，实现复杂的运动过程，并形成现代汽车底盘的基本功能。在不同行驶工况下，通过分析轮胎与路面间的相互作用关系以及制动、转向和悬架等子系统间的耦合机理，建立纵向、侧向和垂向联合作用下的非线性轮胎模型以及反映汽车在纵向、侧向和垂向间相互影响关系的整车非线性耦合动力学模型，是底盘系统性能研究的基础。

目前，有不少关于汽车系统动力学与控制方面的教材或专著，但很多是针对某个子系统性能改善的单独控制(如制动控制、转向控制和悬架控制等)。近二十年来，汽车多个子系统的多目标多变量集成控制已取得了很多理论研究成果和工程应用实例，这方面的学术论文也有不少，涉及整车动力学建模、集成控制体系结构、集成控制策略以及集成系统解耦控制方法等。但是，涉及汽车集成控制系统的动力学建模和仿真、控制系统设计与试验验证等研究内容的专著则鲜见。

本书是在国家自然科学基金面上项目“汽车电动助力转向和主动悬架系统的

集成控制研究”(50275045)、“基于广义集成的汽车底盘系统集成控制方法与关键技术研究”(50575064)、“基于功能分配的汽车底盘一体化集成控制方法和关键技术研究”(51075112)、“基于安全边界控制的 ESP 和 EPS 集成控制与关键技术研究”(51175135),以及国家自然科学基金对外交流与合作项目“汽车底盘系统的主动集成控制方法及关键技术研究”(50411130486、50511130365、50611130371)的支持下,开展应用基础研究工作的总结。

全书共 9 章,主要包括汽车系统动力学基础、轮胎动力学、汽车纵向动力学及控制、汽车垂向动力学及控制、汽车侧向动力学及控制、系统耦合机理分析及整车动力学模型、集中式集成控制和分层式协调控制等内容。本书融入了作者课题组多年来的系列化研究成果,注重基础理论与工程实际的结合。

本书的撰写分工如下:第 1~3 章由安徽理工大学王其东教授撰写;第 4 章,7.1、7.3~7.6、7.9 节,8.1~8.3、8.7~8.9 节以及第 9 章由合肥工业大学陈无畏教授撰写;第 5 章由合肥工业大学赵林峰博士撰写;第 6 章由中国科学院合肥物质科学研究院朱茂飞博士撰写;7.2、7.7、7.8 节以及 8.4~8.6 节由北京汽车股份有限公司研究院肖寒松博士撰写。全书由陈无畏教授统稿。

在本书撰写过程中引用了一些国内外期刊、文献资料,以充实书中内容,在此向有关参考文献的作者表示感谢。

作 者

2014 年 4 月于合肥

# 目 录

## 前言

<b>第 1 章 汽车系统动力学基础</b> .....	1
1.1 汽车系统动力学方程建立的传统方法 .....	1
1.1.1 牛顿力学理论 .....	2
1.1.2 分析力学理论 .....	2
1.2 多刚体系统动力学建模方法简介 .....	3
1.2.1 诞生与发展 .....	3
1.2.2 多刚体系统动力学理论与方法 .....	4
1.2.3 多刚体系统动力学方法在汽车系统建模中的应用实例 .....	7
1.3 多柔体系统动力学建模方法简介 .....	10
1.4 汽车系统动力学控制 .....	12
参考文献 .....	13
<b>第 2 章 轮胎动力学</b> .....	15
2.1 轮胎基本概念和模型 .....	15
2.1.1 术语和概念 .....	15
2.1.2 轮胎模型 .....	16
2.2 轮胎纵向力学特性 .....	18
2.2.1 轮胎滚动阻力 .....	19
2.2.2 道路阻力 .....	20
2.2.3 轮胎侧偏阻力 .....	21
2.2.4 总的轮胎滚动阻力 .....	22
2.2.5 滚动阻力系数 .....	22
2.3 轮胎垂向力学特性 .....	24
2.4 轮胎侧向力学特性 .....	26
2.5 轮胎联合工况下的力学特性 .....	27
参考文献 .....	29
<b>第 3 章 汽车纵向动力学及控制</b> .....	30
3.1 汽车纵向动力学 .....	30
3.1.1 汽车纵向受力分析 .....	30
3.1.2 汽车纵向动力学方程 .....	31

3.2 行驶阻力	32
3.2.1 空气阻力	32
3.2.2 坡道阻力	33
3.2.3 惯性阻力	33
3.3 防抱死制动系统	34
3.3.1 ABS 简介	34
3.3.2 ABS 基本结构及工作原理	34
3.3.3 ABS 控制系统设计	36
3.4 驱动防滑控制	41
3.4.1 简介	41
3.4.2 驱动防滑控制方式	42
3.4.3 驱动防滑控制策略	43
3.4.4 驱动防滑控制系统动力学模型及仿真	45
3.5 汽车稳定性控制	46
3.5.1 VSC 基本原理	47
3.5.2 VSC 结构	48
3.5.3 改善汽车稳定性的几种控制方法	51
3.5.4 控制变量的选取	52
3.5.5 控制系统的结构	55
3.5.6 动力学模型	56
3.5.7 控制变量目标值设定	58
3.5.8 附加横摆力矩计算与决策	59
参考文献	64
附录	65
<b>第 4 章 汽车垂向动力学及控制</b>	<b>66</b>
4.1 汽车垂向动力学模型	66
4.1.1 概述	66
4.1.2 半车模型	66
4.2 路面输入模型	68
4.2.1 频域模型	69
4.2.2 时域模型	70
4.3 半主动悬架系统的设计	71
4.3.1 半主动悬架动力学模型	72
4.3.2 半主动悬架系统的集成优化设计	73
4.3.3 集成优化方法的实现	74

---

4.3.4 遗传算法的实现	76
4.3.5 LQG 控制器的设计	77
4.3.6 仿真计算及结果分析	77
4.4 半主动悬架的时滞问题及其控制	80
4.4.1 时滞产生的原因及其影响	80
4.4.2 磁流变半主动悬架的时滞变结构控制	82
4.4.3 仿真计算及结果分析	87
4.4.4 试验验证	91
4.5 主动悬架系统的设计	93
4.5.1 主动悬架系统动力学模型	93
4.5.2 控制方案设计	94
4.5.3 多目标 $H_2/H_\infty$ 混合控制	96
4.5.4 仿真研究	97
4.6 主动悬架控制器的降阶研究	102
4.6.1 7 自由度整车模型	102
4.6.2 控制器设计	104
4.6.3 控制器降阶	105
4.6.4 仿真研究	108
参考文献	112
<b>第 5 章 汽车侧向动力学及控制</b>	<b>114</b>
5.1 汽车侧向动力学方程	114
5.2 操纵稳定性分析	116
5.2.1 稳态响应(稳态转向特性)	116
5.2.2 瞬态响应	118
5.2.3 横摆角速度频率响应特性	121
5.3 操纵稳定性评价	122
5.3.1 主观评价内容	122
5.3.2 试验评价内容	122
5.4 四轮转向系统及控制	123
5.4.1 四轮转向汽车控制目标	123
5.4.2 四轮转向汽车控制系统设计	124
5.4.3 四轮转向汽车多体动力学建模	128
5.4.4 仿真结果与分析	129
5.5 电动助力转向系统及控制	131
5.5.1 EPS 模型	131



5.5.2	转向小齿轮的转向力矩模型	132
5.5.3	路面附着系数估计算法	136
5.5.4	控制策略设计	137
5.5.5	仿真计算及结果分析	140
5.5.6	硬件在环试验	141
5.6	自动车道保持系统	142
5.6.1	控制系统结构设计	143
5.6.2	期望横摆角速度生成	143
5.6.3	期望横摆角速度跟踪控制	145
5.6.4	控制算法仿真	147
5.6.5	试验验证	148
	参考文献	152
<b>第6章</b>	<b>系统耦合机理分析及整车动力学模型</b>	<b>154</b>
6.1	概述	154
6.2	汽车底盘耦合机理分析	154
6.2.1	轮胎力的耦合	155
6.2.2	动态载荷分布的耦合	156
6.2.3	运动关系的耦合	157
6.2.4	结构参数与控制参数的耦合	157
6.3	面向集成控制的整车非线性耦合动力学模型	158
6.3.1	整车模型的建立	158
6.3.2	仿真模型	162
6.3.3	整车行驶平顺性仿真分析	164
6.3.4	整车操纵稳定性仿真分析	167
	参考文献	169
<b>第7章</b>	<b>集中式集成控制</b>	<b>171</b>
7.1	集成控制的基本原理	171
7.2	汽车稳定控制系统的集成控制	173
7.2.1	质心侧偏角控制	173
7.2.2	路面参数识别	184
7.3	主动悬架和稳定控制集成系统的解耦控制	191
7.3.1	汽车模型	191
7.3.2	2自由度参考模型	193
7.3.3	侧向力模型	193
7.3.4	集成系统控制模型	193

---

7.3.5	解耦控制系统设计	194
7.3.6	集成系统相对阶计算	194
7.3.7	输入输出解耦控制器设计	196
7.3.8	干扰解耦控制器设计	197
7.3.9	闭环控制器设计	197
7.3.10	ASS 控制器设计	198
7.3.11	VSC 控制器设计	198
7.3.12	仿真计算及结果分析	199
7.3.13	硬件在环试验	204
7.4	电动助力转向与主动悬架系统在外界干扰作用下的 $H_{\infty}$ 控制	206
7.4.1	整车动力学模型	206
7.4.2	EPS 系统的数学模型	207
7.4.3	整车控制系统	208
7.4.4	仿真计算及结果分析	209
7.5	电动助力转向与主动悬架集成系统的预测控制	212
7.5.1	预测控制系统设计方案	212
7.5.2	约束条件	213
7.5.3	仿真计算与分析	214
7.6	电动助力转向与主动悬架系统的自适应集成控制	215
7.6.1	多变量系统的参数估计	216
7.6.2	多变量广义最小方差控制器设计	216
7.6.3	多变量自适应集成控制器的设计	217
7.6.4	仿真计算与结果分析	217
7.7	电动助力转向与主动悬架系统的解耦集成控制	218
7.7.1	解耦控制器的设计	218
7.7.2	仿真分析	220
7.8	汽车稳定性控制作用补偿的电动助力转向系统回正控制	223
7.8.1	VSC 系统对 EPS 系统的影响分析	223
7.8.2	控制系统的设计	223
7.8.3	合力动态分配	224
7.8.4	回正力矩控制器设计	226
7.8.5	仿真计算	228
7.9	应用神经网络逆系统方法的多个子系统集成的解耦控制	230
7.9.1	控制系统模型	230
7.9.2	基于神经网络逆系统方法的解耦控制系统设计	232

7.9.3 仿真计算与结果分析 .....	236
参考文献 .....	239
<b>第8章 分层式协调控制</b> .....	<b>241</b>
8.1 分层式协调控制的基本原理 .....	241
8.2 主动悬架和主动前轮转向系统的分层式协调控制 .....	242
8.2.1 转向系统模型 .....	243
8.2.2 控制器设计 .....	244
8.2.3 仿真计算及结果分析 .....	247
8.3 应用多刚体动力学模型的主动悬架和电动助力转向的 分层式协调控制 .....	249
8.3.1 系统建模 .....	249
8.3.2 控制器设计 .....	252
8.3.3 仿真计算与结果分析 .....	254
8.4 主动悬架与防抱死制动系统的分层式协调控制 .....	256
8.4.1 上层协调控制器决策指标的确定 .....	256
8.4.2 上层协调控制器设计 .....	257
8.4.3 仿真计算与结果分析 .....	258
8.5 电动助力转向与防抱死制动系统的分层式协调控制 .....	260
8.5.1 EPS与ABS协调控制的必要性 .....	261
8.5.2 上层协调控制器决策指标的确定 .....	261
8.5.3 上层协调控制器设计 .....	262
8.5.4 仿真结果及分析 .....	263
8.6 主动悬架与稳定性控制系统的分层式协调控制 .....	264
8.6.1 系统模型的建立 .....	264
8.6.2 分层协调控制器的设计 .....	264
8.6.3 系统仿真 .....	267
8.7 直接横摆力矩控制和四轮转向系统的分层式协调控制 .....	270
8.7.1 概述 .....	270
8.7.2 DYC和4WS的协调控制 .....	271
8.7.3 仿真计算与结果分析 .....	275
8.8 多个子系统集成的分层式协调控制 .....	277
8.8.1 概述 .....	277
8.8.2 控制器的设计 .....	279
8.8.3 仿真与试验 .....	283
8.9 采用博弈论和功能分配方法的多系统协调控制 .....	287

---

8.9.1 底盘控制系统结构 .....	287
8.9.2 悬架子系统控制器设计 .....	287
8.9.3 转向子系统控制器设计 .....	289
8.9.4 制动子系统控制器设计 .....	289
8.9.5 上层协调控制器的设计 .....	290
8.9.6 仿真计算与结果分析 .....	292
参考文献 .....	294
<b>第9章 展望</b> .....	<b>295</b>
参考文献 .....	300

# 第 1 章 汽车系统动力学基础

## 1.1 汽车系统动力学方程建立的传统方法

传统的建立动力学方程的方法是建立在牛顿力学理论和分析力学理论基础上的。方便起见,先介绍几个基本概念。

### 1. 广义坐标

唯一确定机构所有构件的位置和姿态即机构构形的任意一组变量,称为一组广义坐标。广义坐标可以是独立的或不独立的。对于运动系统来说,广义坐标随时间而变化。本书用列矢量  $q=[q_1, q_2, \dots, q_n]^T$  来表示广义坐标,其中  $n$  为总的广义坐标数。

在笛卡儿坐标系内,描述由  $b$  个构件组成的平面系统,需要  $n=3 \times b$  个坐标,如果是空间系统则需要  $n=6 \times b$  (或  $n=7 \times b$ ) 个坐标。系统的坐标矢量可以表示为  $q=[q_1^T, q_2^T, \dots, q_b^T]^T$ 。

### 2. 约束及约束方程

机械系统在运动时一般会受到几何或运动学条件的限制,这些限制条件被称为约束。表示限制条件的数学方程称为约束方程,通常表示为  $\Phi=\Phi(q)=0$ ;有些与时间相关的约束方程可以表示为  $\Phi=\Phi(q, t)=0$ 。

### 3. 完整约束及非完整约束

“完整”(holonomic)和“非完整”(nonholonomic)是力学上对约束和系统的分类概念。如果约束方程不包含广义坐标对时间的导数,或者约束方程中的微分项可以积分成有限形式,则这一类约束称为完整约束,是系统的一种几何约束。如果约束方程包含系统广义坐标对时间的导数,而且方程不能积分成有限形式,则这一类约束称为非完整约束。非完整约束是一种运动约束,一般为对系统的速度或加速度的约束。

### 4. 自由度

为了满足约束方程,描述系统的广义坐标之间可能不是相互独立的。描述系统所需的最少广义坐标数称为自由度(DOF)数。

## 5. 虚位移

在某一固定时刻,在一定位置上为约束所允许的假想无限小位移。约束方程加在虚位移上的条件称为虚位移方程。虚位移可以是线位移,也可以是角位移,通常用变分符号  $\delta$  表示。虚位移和实位移是不同的概念,实位移与时间等参数有关,而虚位移仅与约束条件有关。

### 1.1.1 牛顿力学理论

利用牛顿力学理论建立汽车系统动力学方程的基本思路是:根据研究问题的特点,对系统进行物理简化,将系统表示为由刚体和集中质量组成的、通过弹簧或阻尼器连接的系统,然后将系统离散为多个隔离体,对它们应用以下公式。

#### 1. 质点的动力学方程

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \sum F_i \quad (1-1)$$

式中,  $m$  为质点的质量;  $r$  为质点的位移;  $F_i$  为作用在质点上的第  $i$  个外力。

#### 2. 刚体平面运动的动力学方程

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \sum F_i \quad (1-2)$$

$$J \dot{\omega} = \sum M_i \quad (1-3)$$

式中,  $m$  为刚体的质量;  $r$  为质心的位移;  $F_i$  为作用在刚体上的第  $i$  个外力;  $J$  为刚体绕过质心轴的转动惯量;  $\omega$  为刚体转动的角速度;  $M_i$  为作用在刚体上第  $i$  个外力对质心的力矩。

### 1.1.2 分析力学理论

牛顿力学理论在解决简单刚体系统动力学问题方面有比较明显的优势,但对于求解复杂的约束系统和变形体动力学问题显得效率比较低。分析力学理论为解决这些问题提供了有效的方法。分析力学理论主要包括动力学普遍方程、第一类拉格朗日方程和第二类拉格朗日方程等方法。其中,第二类拉格朗日方程应用最为普遍。

对于由  $b$  个质点(包括刚体)组成的系统,设系统具有  $n$  个自由度,  $q_1, q_2, \dots, q_n$  为系统的一组广义坐标,则第二类拉格朗日方程可以表示为

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial V}{\partial q_k} = 0, \quad k=1, 2, \dots, n \quad (1-4)$$

式中,  $T$  为系统动能;  $V$  为系统势能。

## 1.2 多刚体系统动力学建模方法简介

### 1.2.1 诞生与发展

经典刚体动力学发展至今已有二百多年的历史。两个世纪以来,经典刚体动力学在许多相对简单系统的理论研究及工程实践方面得到了成功的应用。但由于现代工程技术中大多数实际问题的对象是由多个物体组成的复杂系统,特别是从20世纪中期开始,航天、机器人、车辆工程等领域的迅速发展,对动力学提出了新的要求,仅靠古典的理论和方法已很难对系统进行运动学和动力学分析,迫切需要发展新的理论来完成这个任务。

20世纪60年代末至70年代初,美国的Roberson<sup>[1]</sup>、Kane<sup>[2]</sup>、Haug<sup>[3]</sup>和德国的Wittenburg<sup>[4]</sup>、苏联的波波夫等先后提出了各自的方法来解决这些复杂系统的动力学问题。这些方法在系统描述(位置、姿态)、系统方程建立以及方程求解等方面的理论不尽相同,但都有一个共同特点:采用程式化的方法,利用计算机解决复杂力学系统的分析与综合问题,将建模、列写运动微分方程、求解等工作交由计算机来辅助完成,工程技术人员不必考虑推导公式的难易程度。于是,诞生了基于古典的刚体力学、分析力学与现代的电子计算机技术的新的力学分支——多刚体系统动力学。这门新兴的交叉性学科,是刚体力学、分析力学、弹性力学、矩阵理论、图论、计算数学和自动控制等多学科相结合的产物,是目前应用力学和机械、车辆等工程领域最活跃的分支之一。

多刚体系统一般被定义为由构件(物体)、运动副(铰链)、力元素(弹簧、阻尼器等)所连接组成的复杂系统。

几十年来,多体系统动力学理论得到了长足的发展,其应用也日益广泛。在汽车系统动力学、航天飞行器动力学、生物力学、机构学、机器人动力学等领域中都已报道了大量多体系统动力学的研究成果。随着其自身的发展和完善,多体系统动力学日益受到力学界和工程界的重视,很多理论研究成果已转化为商业软件。1977年由国际理论和应用力学联合会(IUTAM)主持召开了第一次国际多体系统动力学讨论会。1985年由国际机器与机构理论联合会(IUTAM和IFTOMM)联合主持举办了第二次国际多体系统动力学讨论会。80年代中后期以后是多体动力学研究进展较快的时期,不仅出现了大量的文献<sup>[5,6]</sup>,还出版了一些专著<sup>[7,8]</sup>。

第一本关于多体系统动力学的著作是Wittenburg<sup>[9]</sup>在1977年出版的《刚体系统动力学》。Kane和Levinson在1985年出版了《动力学:理论和应用》一书。薛伯纳在1989年出版了《多体系统动力学》一书,在1998年出版第二版,该书在多体动力学方面进行了深入论述。1988年Nikravesh<sup>[10]</sup>在《机械系统计算机辅助分

析》一书中首次深入论述了多体系统的计算机辅助分析。1989年 Haug<sup>[3]</sup>在《计算机辅助机械系统运动学和动力学》中介绍了平面和空间机械系统计算机辅助分析的基本方法。

在此重点介绍三位学者的工作:

(1) 德国斯图加特大学(University of Stuttgart)的 Schiehlen 教授在 1990 年和 1993 年出版了两本著作:《多体系统手册》<sup>[11]</sup>,对世界上进行多体系统动力学研究的 17 个团体的工作(包括理论工作及他们开发的软件)作了较详细的介绍;《高等多体系统动力学》<sup>[12]</sup>,介绍了更为深入的多体系统动力学理论及相应的算法和软件。

(2) Amirouche 在 *Computational Methods in Multibody Dynamics*<sup>[13]</sup>一书中分析了前人在多体系统动力学领域的研究成果,深入讨论了刚体和柔性体的建模特点,同时介绍了几种建立动力学方程的方法。尤其值得一提的是,该书将动力学理论与实际工程问题联系得更加紧密。

(3) Rahnejat 在 *Multi-body Dynamics—Vehicles Machines and Mechanisms*<sup>[14]</sup>一书中在介绍多体系统建模和方程求解的基础上较系统地阐述了该理论在汽车整车及部件、飞机动力学问题中的应用,同时介绍了多体系统控制问题的基本特点。

我国的多体系统动力学研究起步较晚,但发展很快。1986年8月在北京召开了中国力学学会一般力学委员会“多刚体系统动力学”组成立大会及学术研讨会。随后,国内出版了多种多体系统动力学方面的教材和著作<sup>[15]</sup>,许多学者在建模理论<sup>[16]</sup>、计算方法<sup>[17]</sup>等方面发表了高质量的论文。

### 1.2.2 多刚体系统动力学理论与方法

多体系统动力学的研究包括建模方法和数值算法两个方面。半个多世纪以来,出现了许多理论方法,如德国 Schiehlen<sup>[11]</sup>的牛顿-欧拉法,美国 Kane<sup>[2]</sup>和 Huston<sup>[18]</sup>的凯恩法,德国 Roberson<sup>[1]</sup>、Wittenburg<sup>[4]</sup>的图论法,美国 Haug<sup>[3]</sup>的拉格朗日方程法以及苏联、保加利亚等国学者的理论。按所采用的坐标不同,多体系统的建模方法分为最小数目坐标法和最大数目坐标法两大类。

最小数目坐标法以铰坐标即邻接刚体之间的相对转角或位移作为广义坐标。其主要优点是变量数少、计算效率高,但动力学微分方程的系数矩阵的构造过程十分复杂,包含大量的非线性运算<sup>[1]</sup>。最大数目坐标法以各构件质心的笛卡儿坐标和描述姿态的欧拉角或欧拉参数作为非独立广义坐标,利用拉格朗日乘子(以下简称拉氏乘子)与约束方程联立建立方程。这种方法易于编制通用程序,但变量数多,计算效率相对较低。



## 1. 图论法(R-W法)

Roberson、Wittenburg 等将图论方法引入多刚体系统动力学研究。该方法应用图论中的一些基本概念和数学工具描述多体系统的拓扑结构,以相邻刚体之间的相对位移为广义坐标,对复杂的树结构动力学关系给出了统一的数学表达式,推导出适用于多体系统的一般形式的动力学方程。该方法已在一些商业软件(如 MESA VERDE)中得到了体现。

## 2. 拉格朗日方程法

该方法以各构件质心的笛卡儿坐标和描述姿态的欧拉角或欧拉参数作为非独立广义坐标,利用拉氏乘子与约束方程联立建立方程。这种方法物理概念清楚,易于编制通用程序。拉格朗日方程法的主要代表 Orlandea、Chace 和 Haug、Nikravesh 分别开发了 ADAMS 软件和 DADS 软件。但他们在建模及计算的具体方法上有所不同,主要体现在描述系统的坐标不同。在 ADAMS 中以各构件质心的笛卡儿坐标和描述姿态的欧拉角作为非独立广义坐标;而在 DADS 中是以各构件质心的笛卡儿坐标和描述姿态的欧拉参数作为非独立广义坐标。

## 1) ADAMS 中的多体动力学方法

设有  $b$  个构件组成一个空间多体系统,第  $i$  个构件的质心笛卡儿坐标为  $x_i, y_i, z_i$ , 描述姿态的欧拉角为  $\psi_i, \theta_i, \phi_i$ , 其广义坐标可以表示为  $q_i, q_i = [x, y, z, \psi, \theta, \phi]_i^T$ 。

若用  $q$  表示描述该系统位形的全部坐标,则

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_b]^T$$

根据带乘子的拉格朗日方程,如果系统含有完整约束和非完整约束,则可以得到描述该系统的微分-代数形式的动力学方程(DAE):

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left( \frac{\partial T}{\partial q} \right)^T + \phi_q^T \rho + \theta_q^T \mu = Q \quad (1-5)$$

完整约束方程:

$$\phi(q, t) = 0$$

非完整约束方程:

$$\theta(q, \dot{q}, t) = 0$$

式中,  $T$  为系统的动能;  $Q$  为广义力列阵;  $\rho$  为对应于完整约束的拉氏乘子列阵;  $\mu$  为对应于非完整约束的拉氏乘子列阵。

如果将系统动能用速度(坐标的一阶导数)和质量表达出来,上述方程可以改写为矩阵形式。

## 2) DADS 中的多体动力学方法

设有  $b$  个构件组成一个多体系统,第  $i$  个构件的质心笛卡儿坐标  $r_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ , 描述姿态的欧拉参数  $p_i = [e_{0i}, e_{1i}, e_{2i}, e_{3i}]^T$ , 其广义坐标可以表示为