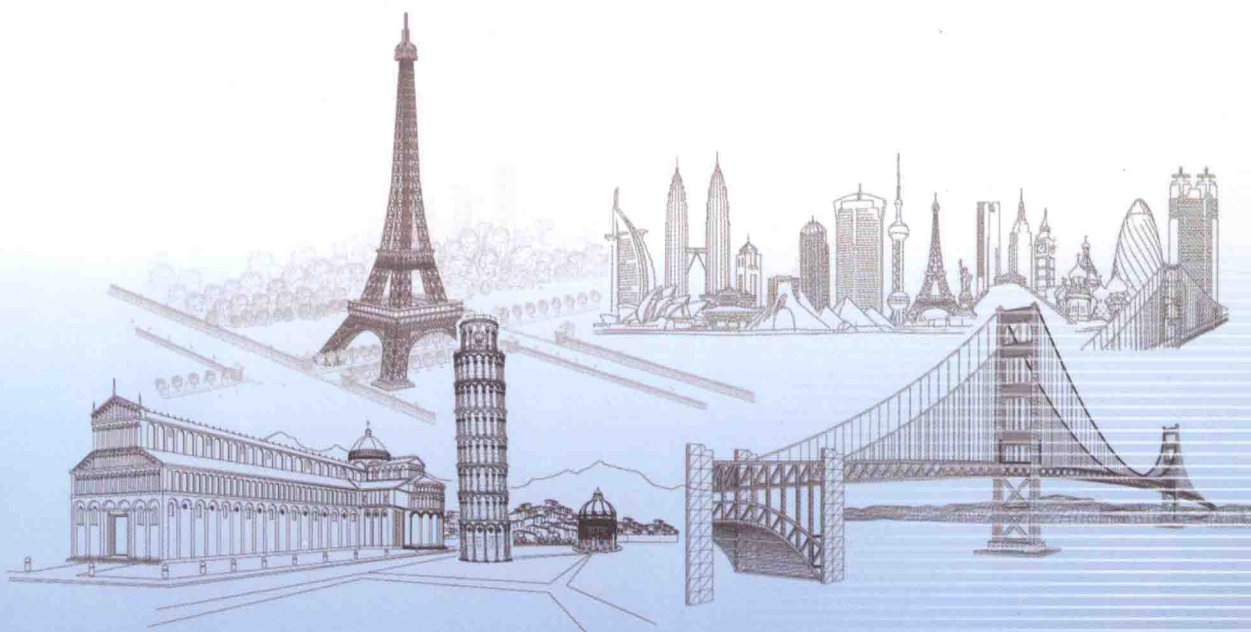




高等学校土木工程专业“卓越工程师”教育“十二五”规划教材  
普通高等教育土木工程专业指导性规范配套“十二五”规划教材

# 材料力学

■ 主 编 孟凡深



武汉理工大学出版社

高等学校土木工程专业“卓越工程师”教育“十二五”规划教材  
普通高等教育土木工程专业指导性规范配套“十二五”规划教材

# 材 料 力 学

主 编 孟凡深

副主编 崔 扬 赵丽君 张东晓

武汉理工大学出版社

· 武 汉 ·

## 内 容 提 要

本书依据材料力学课程教学的基本要求编写,注重对材料力学基本理论与基本概念的阐述,培养学生掌握基本技能和技巧,精选内容,体现少而精的原则。尝试结合材料力学中蕴含的人文因素和工程因素等特色进行编写,体现在每部分的思考题中,力求教材的活泼性,为大学生的素质教育提供保障。

本书涵盖了材料力学课程的基本内容,包括轴向拉伸(压缩)、扭转与剪切及连接、弯曲、组合变形等变形形式的强度和刚度计算,以及应力状态和强度理论、压杆稳定等内容,并针对应力状态理论进行了较深入的分析。突出针对性、适用性和实用性,简化理论推导,力求深入浅出,通俗易懂,便于学习。每章编写有小结、思考题、习题和参考答案。

本书可作为高等院校少课时的土木工程专业教学用书,也可作为机械工程、机电工程、材料工程等本、专科专业教学用书,还可作为有关工程技术人员的参考用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学/孟凡深主编. —武汉:武汉理工大学出版社,2014.6

ISBN 978-7-5629-4214-6

I. ①材… II. ①孟… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 318491 号

项目负责人:高 英 汪浪涛 戴皓华

责任编辑:戴皓华

责任校对:夏冬琴

装帧设计:牛 力

出版发行:武汉理工大学出版社

地 址:武汉市洪山区珞狮路 122 号

邮 编:430070

网 址:<http://www.techbook.com.cn>

经 销:各地新华书店

印 刷:武汉兴和彩色印务有限公司

开 本:787×1092 1/16

印 张:17.75

字 数:420 千字

版 次:2014 年 6 月第 1 版

印 次:2014 年 6 月第 1 次印刷

印 数:1~3000 册

定 价:34.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题,请向出版社发行部调换。

本社购书热线:027-87515778 87515848 87785758 87165708(传真)

· 版权所有,盗版必究 ·

## 前 言

本书是根据高等教育有关材料力学教学内容和课程体系的改革计划而编写的,针对普通工院校本、专科大学生的特点,结合多年的教学实践,兼顾土木工程、机械工程、材料工程、机电工程等本、专科有关专业对材料力学课程的教学要求,适合作为少课时的材料力学课程的教材,也可作为有关工程技术人员的参考用书。

本书编写的内容以必需、够用为原则,着重阐述材料力学的基本概念、基本原理,重视引导学生对基本技能和技巧的掌握,重点培养学生分析问题和解决问题的能力。

本书涵盖了材料力学课程的基本内容,突出针对性、适用性和实用性,简化理论推导,力求深入浅出,通俗易懂,便于学习。本书针对应力状态理论进行了较深入的分析。每章编写有小结、思考题、习题和参考答案。

本书尝试结合材料力学中蕴含的人文因素和工程因素等特色进行编写,体现在每部分的思考题中,力求教材的活泼性,为大学生的素质教育提供保障。

全书共分九章,由洛阳理工学院孟凡深(编写第一、三、四章、附录一、附录二),崔扬(编写第二、五章),张东晓(编写第六、七章),赵丽君(编写第八、九章)等编写。全书由孟凡深任主编并统稿,崔扬、赵丽君、张东晓任副主编。

本书在编写过程中参考了许多文献和一些优秀的教材,在此对其作者表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中不可避免存在一些不妥之处甚至错误,殷切希望读者和专家批评指正。

编 者  
2013.8

# 目 录

第一章 绪论及基本概念 .....	(1)
第一节 材料力学的任务 .....	(1)
第二节 材料力学的发展简述 .....	(1)
第三节 材料力学的基本假设 .....	(3)
第四节 外力、内力与截面法 .....	(3)
一、外力 .....	(3)
二、内力 .....	(4)
三、截面法 .....	(4)
第五节 应力、应变与位移 .....	(5)
一、应力 .....	(5)
二、应变 .....	(6)
三、位移 .....	(6)
第六节 杆件变形的基本形式 .....	(7)
一、杆件 .....	(7)
二、变形的基本形式 .....	(7)
第二章 轴向拉伸和压缩 .....	(9)
第一节 轴向拉伸和压缩的概念 .....	(9)
第二节 轴向拉伸和压缩的内力及内力图 .....	(10)
一、轴向拉伸和压缩的内力 .....	(10)
二、截面法和轴力 .....	(10)
三、轴心拉(压)杆的内力图 .....	(11)
第三节 拉(压)杆的应力 .....	(13)
一、拉(压)杆横截面上的应力 .....	(14)
二、直杆轴向拉伸(压缩)斜截面上的应力 .....	(16)
三、危险截面及危险点 .....	(17)
第四节 拉(压)杆的变形和简单超静定问题 .....	(19)
一、拉(压)杆的变形 .....	(19)
二、拉伸、压缩超静定稳定 .....	(22)
第五节 材料在拉伸与压缩时的力学性质 .....	(24)
一、材料拉伸时的力学性质 .....	(25)
二、材料压缩时的力学性质 .....	(29)
第六节 拉(压)杆的强度条件、许用应力和安全因数 .....	(32)

一、拉(压)杆的强度条件 .....	(32)
二、许用应力 .....	(36)
三、安全因数 .....	(37)
第七节 应力集中的概念 .....	(37)
本章小结 .....	(38)
习题 .....	(39)
<b>第三章 扭转与剪切</b> .....	<b>(43)</b>
第一节 概述 .....	(43)
第二节 扭矩的计算及扭矩图 .....	(44)
一、外力偶矩的计算 .....	(44)
二、扭矩及扭矩图 .....	(44)
第三节 薄壁圆筒扭转时横截面上的切应力 .....	(46)
一、薄壁圆筒横截面上的切应力 .....	(46)
二、切应力互等定理 .....	(47)
三、剪切胡克定律 .....	(48)
第四节 实心圆轴扭转时的应力和强度条件 .....	(48)
一、应力计算 .....	(48)
二、强度条件 .....	(50)
第五节 等直圆杆的扭转变形、刚度条件和扭转超静定问题 .....	(51)
一、等直圆杆的扭转变形计算 .....	(51)
二、圆轴扭转时的刚度条件 .....	(52)
三、简单扭转超静定问题 .....	(53)
第六节 剪切与挤压 .....	(54)
一、剪切与挤压的概念及工程实例 .....	(54)
二、剪切的实用计算 .....	(56)
三、挤压的实用计算 .....	(57)
本章小结 .....	(61)
习题 .....	(62)
<b>第四章 截面几何性质</b> .....	<b>(66)</b>
第一节 静矩和形心 .....	(66)
一、静矩 .....	(66)
二、形心 .....	(66)
三、组合图形的静矩 .....	(67)
第二节 惯性矩和惯性积 .....	(69)
一、惯性矩 .....	(69)
二、惯性积 .....	(70)
三、惯性半径 .....	(70)

第三节	惯性矩和惯性积的平行移轴和转轴公式 .....	(73)
一、	平行移轴公式 .....	(73)
二、	组合图形惯性矩的计算 .....	(74)
三、	转轴公式 .....	(76)
第四节	主惯性轴和主惯性矩 .....	(77)
本章小结	.....	(79)
习题	.....	(80)
<b>第五章</b>	<b>弯曲内力和应力</b> .....	<b>(82)</b>
第一节	弯曲的概念和实例 .....	(82)
第二节	梁的计算简图 .....	(83)
第三节	剪力和弯矩 .....	(85)
第四节	剪力方程和弯矩方程 剪力图和弯矩图 .....	(87)
第五节	荷载集度、剪力和弯矩间的关系 .....	(93)
第六节	纯弯曲时的正应力 .....	(97)
一、	几何关系 .....	(98)
二、	物理关系 .....	(99)
三、	静力关系 .....	(99)
第七节	横力弯曲时的正应力 .....	(101)
第八节	弯曲切应力 .....	(104)
一、	矩形截面梁 .....	(105)
二、	工字形截面梁 .....	(107)
三、	薄壁环形截面梁 .....	(108)
第九节	提高弯曲强度的措施 .....	(113)
一、	合理安排梁的受力情况 .....	(113)
二、	合理选取梁的截面 .....	(114)
三、	合理设计梁的外形 .....	(116)
本章小结	.....	(117)
习题	.....	(119)
<b>第六章</b>	<b>弯曲变形</b> .....	<b>(123)</b>
第一节	概述 .....	(123)
第二节	梁的挠曲线近似微分方程 .....	(124)
第三节	用积分法计算弯曲变形 .....	(125)
第四节	用叠加法计算弯曲变形 .....	(133)
一、	直接叠加计算梁的位移 .....	(136)
二、	间接叠加计算梁的位移 .....	(138)
第五节	梁的刚度校核及减小弯曲变形的措施 .....	(141)
一、	梁的刚度校核 .....	(141)

二、减小弯曲变形的措施 .....	(143)
第六节 简单超静定梁的解法 .....	(144)
一、超静定梁的概念 .....	(144)
二、简单超静定梁的解法分析 .....	(145)
本章小结 .....	(148)
习题 .....	(150)
<b>第七章 应力状态与强度理论 .....</b>	<b>(153)</b>
第一节 应力状态的概念 .....	(153)
一、一点的应力状态 .....	(153)
二、应力状态的研究方法 .....	(153)
三、主平面、主应力、应力状态分类 .....	(154)
第二节 平面应力状态分析 .....	(154)
一、解析法求解斜截面上的应力 .....	(154)
二、应力圆 .....	(155)
三、主平面和主应力 .....	(158)
第三节 基本变形杆件的应力状态分析 .....	(161)
一、拉压杆件应力状态分析 .....	(161)
二、扭转杆件应力状态分析 .....	(162)
三、梁的应力状态分析 .....	(162)
四、主应力轨迹线的概念 .....	(163)
第四节 三向应力状态下的最大应力 .....	(164)
第五节 广义胡克定律 体积应变 .....	(166)
一、广义胡克定律 .....	(166)
二、体积应变 .....	(168)
第六节 应变能和比能 .....	(169)
一、轴向拉压杆件的应变能和比能 .....	(169)
二、三向应力状态的比能 .....	(170)
第七节 强度理论 .....	(171)
一、最大拉应力理论(第一强度理论) .....	(172)
二、最大伸长线应变理论(第二强度理论) .....	(172)
三、最大切应力理论(第三强度理论) .....	(173)
四、形状改变比能理论(第四强度理论) .....	(173)
第八节 弹性常数 $E, G, \nu$ 的关系 .....	(177)
第九节 平面应力状态下的应变分析 .....	(178)
一、任意方向的应变 .....	(178)
二、主应变的大小和方向 .....	(180)
三、应变的测量 .....	(180)



本章小结 .....	(182)
习题 .....	(183)
<b>第八章 组合变形 .....</b>	<b>(189)</b>
第一节 组合变形的概念 .....	(189)
第二节 斜弯曲 .....	(190)
一、斜弯曲的概念 .....	(190)
二、斜弯曲的强度计算 .....	(190)
三、斜弯曲时截面中性轴的位置 .....	(193)
第三节 拉伸(压缩)与弯曲的组合 .....	(197)
一、在轴向力与横向力共同作用下的杆件 .....	(197)
二、偏心拉伸(压缩) .....	(199)
第四节 截面核心 .....	(205)
一、偏心压缩时截面中性轴的位置 .....	(205)
二、截面核心的概念 .....	(205)
第五节 扭转与弯曲的组合 .....	(207)
本章小结 .....	(211)
习题 .....	(213)
<b>第九章 压杆稳定 .....</b>	<b>(218)</b>
第一节 压杆稳定的概念 .....	(218)
一、稳定性问题的提出 .....	(218)
二、稳定性计算的工程意义 .....	(219)
第二节 细长压杆临界力的欧拉公式 .....	(220)
一、两端铰支细长压杆的临界力 .....	(220)
二、其他支承条件下的细长压杆的临界力 .....	(222)
第三节 欧拉公式的适用范围、临界应力总图 .....	(224)
一、弹性范围内中心压杆的临界应力 .....	(224)
二、非弹性范围内中心压杆的临界应力 .....	(225)
三、临界应力总图 .....	(226)
第四节 压杆的稳定计算 .....	(229)
一、实际压杆的稳定系数 .....	(229)
二、压杆的稳定计算 .....	(234)
第五节 提高压杆稳定性的措施 .....	(238)
一、合理地选用材料 .....	(239)
二、适当降低柔度 .....	(239)
本章小结 .....	(241)
习题 .....	(241)

附录一 .....	(245)
试验一 拉伸试验 .....	(245)
一、试验目的 .....	(245)
二、试验设备 .....	(245)
三、拉伸试样 .....	(245)
四、液压式万能材料试验机 .....	(246)
五、试验方法 .....	(247)
六、低碳钢与铸铁强度指标与塑性指标的计算 .....	(248)
试验二 压缩试验 .....	(248)
一、试验目的 .....	(249)
二、试验设备 .....	(249)
三、压缩试样 .....	(249)
四、试验方法与步骤 .....	(249)
五、试验后材料破坏情况 .....	(250)
六、强度指标的计算 .....	(250)
附录二 .....	(251)
参考答案 .....	(266)
参考文献 .....	(274)

# 第一章 绪论及基本概念

## 第一节 材料力学的任务

结构物中承受荷载而起骨架作用的部分称为结构。组成结构物或机械的单个组成部分,统称为构件。如建筑结构的梁、柱,工程中的机械、设备的零部件。材料力学主要研究构件,有时也涉及一些简单的结构。结构的力学计算问题是结构力学的主要内容。

构件在工作时要承受荷载作用,并会产生变形。当结构或机械承受荷载或传递运动时,为保证整个结构或机械的正常工作,每一构件均应保证其能正常工作。为使构件在确定的外力作用下正常工作而不失效,构件应当满足一定的要求。材料力学主要研究物体在外力作用下内力和变形的情况。其主要目的是保证构件在使用过程中有着足够的强度、刚度及稳定性,保证构件及结构的安全。

(1)强度要求。强度是指构件承受荷载或抵抗破坏(断裂或失效)的能力,保证构件不破坏。

(2)刚度要求。刚度是指构件抵抗变形的能力,保证在正常情况下,构件受外力作用产生的变形不超过其相应的允许值。

(3)稳定性要求。稳定性是指构件保持原有平衡状态的能力。

如果构件的材料选用不当,或构件横截面的形状不合理,或横截面的尺寸不足,将不能满足上述三方面的要求,就不能保证构件的正常工作。相反,如果不恰当地采用更优质的材料或加大横截面的尺寸,虽然能够满足上述要求,但势必造成浪费,增加了成本。必须切实解决构件的承载能力与经济合理性之间的矛盾,保证构件在使用过程中既安全又节约。材料力学的主要内容就是研究构件在外力等因素作用下的受力、变形规律及材料的力学性能,建立保证构件正常工作而需要的强度条件、刚度条件和稳定性条件,为构件设计提供理论基础和计算方法。这是材料力学的任务。

构件的强度、刚度和稳定性问题均与材料的力学性能有关;这些力学性能均需通过材料力学试验来测定。因此,材料力学试验也是材料力学的主要内容。

## 第二节 材料力学的发展简述

材料力学与人类的生活、生产实践紧密相关。人类利用材料力学的相关知识来解决生产实践问题的历史可以追溯到非常久远的年代。从古代人类开始建筑房屋起,就有意识地总结材料强度方面的知识,以寻求确定构件安全尺寸的法则。

古希腊人发展了静力学,如阿基米德(公元前 287—公元前 212 年)提出了杠杆平衡原

理及物体重心的求法等,奠定了材料力学的基础。我国东汉经学家郑玄(127—200年)曾提出:“假令弓力胜三石……每加一石,则张一尺。”被认为是最早有关弹性定律的描述。建于隋朝(公元605年前)的河北赵州桥,历经1400余年,仍昂然挺立,是历史最悠久的石拱桥,说明在古代我们的祖先们已懂得充分发挥石料的压缩强度。

中世纪文艺复兴时期,材料力学得到了迅速的发展。著名的艺术家达·芬奇(1452—1519年)在手稿里描述了测定材料强度的试验过程。他是最早用试验方法测定材料强度的倡导者;与他同时代的工匠们仍然是凭经验确定构件的尺寸。

17世纪,伽利略(1564—1642年)首先尝试用解析法求解构件的尺寸;他于1638年发表的《关于两门新学科的谈话和数学证明》被认为是材料力学学科的开端。

17世纪70年代,人们开始系统地研究材料力学。当时的胡克(1635—1703年)和马略特(1620—1684年)分别于1678年和1680年提出了胡克定律。之后,随着微积分的快速发展,为材料力学的研究奠定了重要的数学基础。如欧拉(1707—1783年)和伯努利(1700—1782年)所建立的梁的弯曲理论、压杆稳定理论等,直到今天还依然在应用。同时,一些重要的材料力学研究成果不断涌现。

到18世纪末19世纪初,材料力学这门学科才真正形成比较完整的体系。库仑(1736—1806年)系统地研究了脆性材料的破坏问题,提出了判断材料强度的重要指标。纳维(1785—1838年)提出了应力、应变的概念,给出了各向同性和各向异性弹性体的广义胡克定律,研究了梁的超静定问题及曲梁的弯曲问题。圣维南(1797—1886年)研究了柱体的扭转和一般梁的弯曲问题,提出了著名的圣维南原理,为材料力学应用于工程实际奠定了重要的基础。

19世纪以来,随着工业化进程的高速发展和新型材料的不断出现,材料力学也得到了快速的发展和完善。尤其是建筑、机械、航空航天、核能等行业的发展为材料力学带来很多新的问题,这些问题都得到了较好的解决。同时,断裂力学作为材料力学的一个分支得到了发展。

20世纪60年代,电子计算机技术的飞跃发展,使材料力学进入了近代力学时代,为材料力学等力学学科解决大量复杂、困难力学问题带来了极大的促进。

近年来,新技术、新材料的不断出现,如超轻多孔金属材料、纳米材料、功能梯度材料等新型材料的相继问世,不仅丰富和发展了材料力学的研究领域,同时也促进了材料力学在工程领域的应用和发展。

材料力学与现代生活、生产息息相关。材料力学是一门应用基础学科,也是自然科学中运用定量分析工具——数学最多最深的一门学科。20世纪工程技术的迅猛发展极大地推动了材料力学的发展,使材料力学成为工程技术的基础,直接为工程技术服务。航空航天、建筑、机械、交通、能源、材料、环境、生物医学等领域都需要材料力学。因此,材料力学的发展必将为工程技术的应用和进步发挥更大的作用。

**【思考题 1-1】** 考虑一下你所接触到的力学现象。

### 第三节 材料力学的基本假设

材料力学所研究的问题都是工程实际中经常遇到的问题,而工程实际中结构或构件的构造是复杂的,完全按照实际情况进行受力分析、计算有较大的难度,有时甚至不可能实现,需要从工程实际中观察各种现象,找出主要因素,结合实际情况略去次要因素,经过抽象和简化建立便于分析和计算的力学模型。对同一个工程案例,为了不同的研究目的,所得的力学模型一般是不同的。但所简化的力学模型应该尽可能地反映构件的真实受力情况,并能够使计算尽可能简化,以使用简单的模型解决复杂的工程问题。

材料力学研究外力与变形间的关系,以变形体为研究对象。变形体是指在荷载作用下,尺寸和形状发生改变的物体。受外力作用的变形体,当外力在一定范围时,卸去外力后其变形会完全消失,这种变形称为**弹性变形**。当外力超过一定范围后,卸去外力变形只能部分消失,还残留一部分不能消失的变形,这种不能消失的变形称为**塑性变形**。

变形固体的性质是复杂的,材料力学对变形固体做出了几个基本假设,作为理论分析的一般基础。材料力学中根据研究对象和研究目的不同,作以下基本假设:

(1)连续性假设 假设变形固体内部充满了物质,处处密实无空隙,在整个体积中各点是连续的。而且,在正常工作条件下,变形后的固体仍应保持连续性。根据这一假设,就可在受力构件内任意一点处截取一个体积单元来进行研究。实际上,组成固体的粒子之间存在着空隙,但这种空隙与构件尺寸相比极其微小,可以忽略。

(2)均匀性假设 认为变形固体内任一部分的力学性质是完全相同的,不考虑材料各处实际上存在的缺陷和微观晶粒的不同。也就是说,从物体内任意一点处取出的体积单元,其力学性能都能代表整个物体的力学性能。

(3)各向同性假设 认为材料的各个方向都有相同的力学性能,具有这种属性的材料叫各向同性材料,一般把钢铁、混凝土等看作各向同性材料。沿不同方向力学性能不同的材料,称为各向异性材料,典型的各向异性材料有木材、胶合板等。

(4)小变形假设 认为构件的变形量远小于其外形尺寸。在研究构件的平衡问题时就采用构件变形前的尺寸进行分析,对计算变形的高次项也可以忽略。

一般构件在正常工作中要求材料只发生弹性变形。材料力学所研究的对象主要限于线弹性范围内的小变形问题。

**【思考题 1-2】** 材料力学基本假设与理论力学基本假设的区别是什么?

### 第四节 外力、内力与截面法

#### 一、外力

外力是外部物体对构件的作用力,包括外加荷载和约束力。

按作用方式的不同,外力可分为体积力和表面力。体积力是连续分布于物体内部各

点处的力,如物体的重力、惯性力等。表面力是作用于物体表面上的力,可分为分布力和集中力。分布力是连续作用于物体表面上的力,如水压力、风荷载等。如果作用面积相对于物体的表面积较小,分布力可以简化为作用于一点的力,就是集中力。

## 二、内力

在外力作用下,构件发生变形。这时其内部各质点间的相对位置将发生变化。相应地,各质点间的相互作用力也将发生变化。构件内部各质点间由外力引起的相互作用力的改变量,就是材料力学所研究的内力。也可理解为构件内部各部分之间产生抵抗这种变形的作用力,这种作用力称为内力。内力具有力图保持物体原形状、抵抗变形的性质,所以也称为抗力。内力是由于外力而引起的,伴随着变形的产生而产生。

由于材料力学有均匀连续性假设,这种物体内部相邻部分间的相互作用力实际上是分布于截面上的连续分布的内力系。这个分布力系的合成,就是内力。

构件的强度、刚度及稳定性与内力的大小及在构件内的分布情况密切相关。所以,内力分析是解决构件强度、刚度及稳定性的基础。

## 三、截面法

内力是构件内部相邻部分之间的相互作用力,为显示内力,一般应用截面法。截面法是分析构件内力的一种常用方法。以图 1-1(a)为例来说明。要分析杆件  $AB$  的横截面  $m-m$  上的内力,则假想用一平面从该处将杆截开,分成  $A$ 、 $B$  两部分。根据牛顿第三定律,作用在  $A$  部分截面上的内力与作用在  $B$  部分同一截面上的内力在对应点上,大小相等,方向相反。

现取  $B$  部分为研究对象,称为隔离体  $B$ 。因原构件在外力作用下处于平衡状态,则在  $B$  部分的  $m-m$  上分布内力系与隔离体  $B$  部分受的外力相平衡,如图 1-1(b)所示。将  $m-m$  截面上内力系向截面上某一点简化,可得到如图 1-1(c)所示的主矢和主矩,就是隔

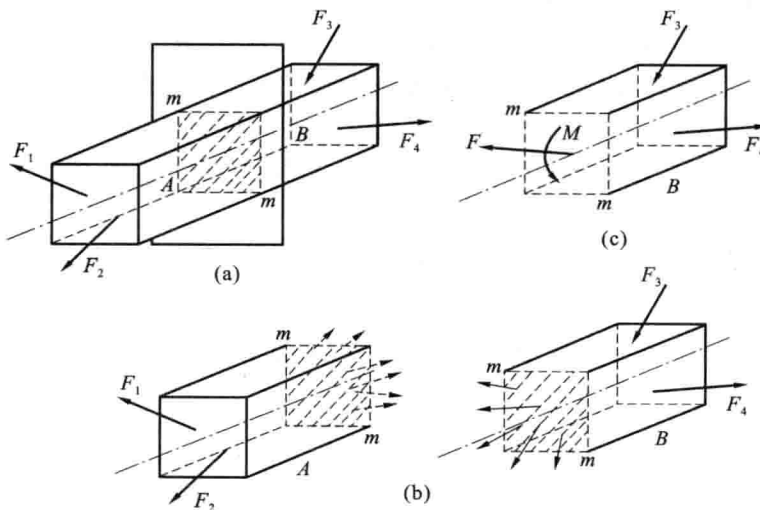


图 1-1 截面法

离体  $B$  在  $m-m$  截面上的内力。对所取的隔离体  $B$  利用静力平衡方程可以求出内力的大小。

上述求内力的方法就是截面法。

截面法可以归纳为以下三步：

- ①截开 用假想的平面将构件在所求内力的截面处截开。
- ②取隔离体 取截开后构件的一部分为隔离体。把截面上的内力也作为一种力，画隔离体的受力图。
- ③平衡 建立隔离体的平衡方程，求解未知内力。

## 第五节 应力、应变与位移

### 一、应力

为描述截面上每一点的内力情况，引入应力的概念。**应力**是受力构件某截面上一点处的内力集度。如图 1-2(a)所示是一个隔离体，若分析这个隔离体截面  $m-m$  上  $O$  点的应力，在  $O$  点处划分出一个小面积  $\Delta A$ ， $\Delta A$  面积上分布内力的合力假设为  $\Delta F$ ，那么  $\Delta F$  在面积  $\Delta A$  上的内力平均集度就是：

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

一般情况下，截面上的内力分布是不均匀的，当面积取得很小时，其极限值为：

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-2)$$

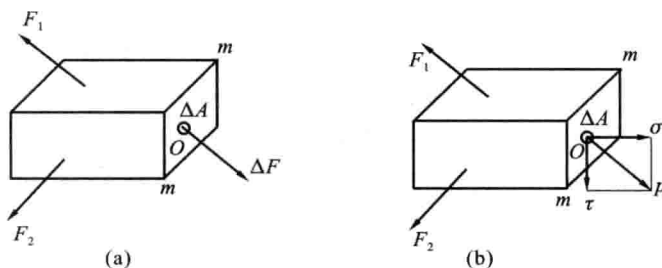


图 1-2 应力分析

公式中  $p$  就是点  $O$  处的内力集度，称为截面上  $O$  点处的总应力。如图 1-2(b)所示。点  $O$  处的总应力  $p$  往往与截面成一个角度，将  $p$  沿截面的法向与切向分解，可得到截面上该点法向应力分量  $\sigma$  和截面上该点切向应力分量  $\tau$ 。法向应力分量  $\sigma$  称为这个截面上  $O$  点处的**正应力**，切向应力分量  $\tau$  称为这个截面上  $O$  点处的**切应力**。

正应力  $\sigma$  和切应力  $\tau$  是两个重要的概念。必须注意以下几点：

- ①必须明确正应力  $\sigma$  和切应力  $\tau$  是指构件上某个截面的某一点处的正应力和切应力。
- ②因某一截面上一点处的应力是矢量，必须明确应力的正负号，也就是正应力  $\sigma$  和切应力  $\tau$  的正负号。一般规定正应力  $\sigma$  的指向离开截面时，正应力  $\sigma$  为正号，反之为负号。

切应力  $\tau$  对所取的隔离体内任一点产生顺时针的力矩时,切应力  $\tau$  为正号,反之为负号。图 1-2(b) 中的正应力  $\sigma$  和切应力  $\tau$  均为正号。

③应力的单位为 Pa,  $1\text{Pa} = 1\text{N}/\text{m}^2$ 。工程中常用 MPa 和 GPa。  $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$ ;  $1\text{GPa} = 10^9\text{Pa}$ 。

④整个截面上各点处的应力与微面积  $\Delta A$  的乘积,即为该截面上的内力。

【思考题 1-3】 试讨论内力与应力的关系。

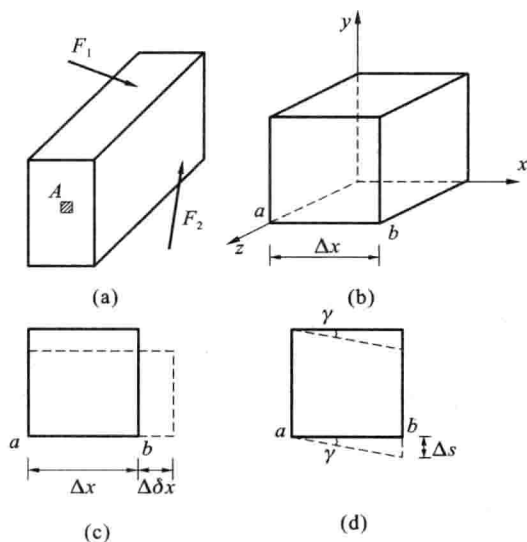


图 1-3 变形

## 二、应变

引入应变的概念来研究固体的变形。所谓变形,是指在外力作用下,物体形状和尺寸的改变,如图 1-3 所示。在构件上某点 A 处取一微小正六面单元体。当构件受外力作用时,微单元体发生变形。图 1-3(c) 中原长为  $\Delta x$  的  $ab$  边,变形后的长度为  $\Delta x + \Delta\delta x$ ,  $\Delta\delta x$  为线变形量。线变形量  $\Delta\delta x$  与原长  $\Delta x$  的比值为:

$$\bar{\epsilon}_x = \frac{\Delta\delta x}{\Delta x}$$

$\bar{\epsilon}_x$  称为棱边  $\Delta x$  的平均线应变。取  $\Delta x$

趋于 0,  $\frac{\Delta\delta x}{\Delta x}$  的极限值为:

$$\epsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\delta x}{\Delta x} = \frac{d\delta x}{dx} \quad (1-3)$$

$\epsilon_x$  称为点 A 在  $x$  方向的线应变。变形体在同一点的不同方向,其线应变一般也不相同。某点在  $x, y, z$  三个坐标轴方向的线应变,分别表示为  $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 。

在图 1-3 所示单元体的变形过程中,有时单元体的两个面之间原有直角夹角也会发生改变,如图 1-3(d) 所示的夹角改变量  $\gamma$  称为角变形,也称为该点处这两个方向的面之间的角应变或切应变。在小变形情况下,可近似地写作:

$$\gamma = \frac{\Delta s}{\Delta x} \quad (1-4)$$

线应变  $\epsilon$  和切应变  $\gamma$  是描述构件内一点处变形程度的两个基本量。它们是单位为 1 的量。 $\gamma$  也可用弧度(rad)来表示。

## 三、位移

物体发生变形后,物体上的各点、直线和面都可能发生空间位置的改变。这种改变称为位移。位移分为角位移和线位移两种。线位移是指构件上某一点在变形前后所在位置的连线,角位移是指角度,称为该线或该面的角位移。如图 1-4 所示的一悬臂梁在均布荷载作用下,构件上 A 点移动到 A' 点,从 A 到 A' 的连线就是 A 的线位移。角  $\theta$  就是 A 点所



在端面的角位移。

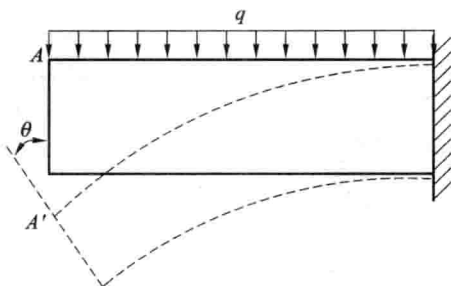


图 1-4 位移

## 第六节 杆件变形的基本形式

### 一、杆件

一般把长度尺寸远大于横向尺寸的构件称为杆件或简称为杆。杆件有直杆和曲杆。

直杆的横截面与杆长度方向相垂直。

各横截面形心的连线为杆轴线，它是一条直线。各横截面相等的直杆称为等直杆。

曲杆的横截面是指垂直于其弧长方向的截面；曲杆的轴线同样是各横截面形心的连线，但曲杆的轴线是一条曲线。

直杆和曲杆的横截面都与其杆轴线相垂直。如图 1-5 所示。材料力学主要研究等直杆。

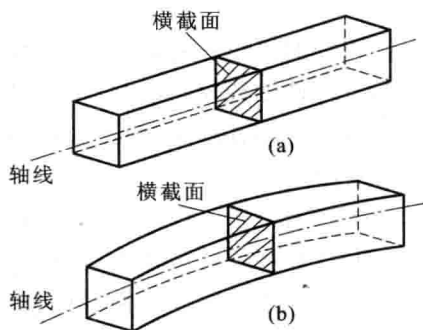


图 1-5 杆件  
(a)直杆；(b)曲杆

### 二、变形的基本形式

杆件的变形有多种形式，有时会比较复杂，但都无外乎以下四种基本变形或由这四种基本变形组合而成。

#### 1. 轴向拉伸或压缩变形

这种变形的一对外力作用线与杆轴线相重合，引起的主要变形是杆件长度的伸长或缩短，相应地其横截面变细或变粗，如图 1-6 所示。这种变形形式称为轴向拉伸或压缩变形。简单桁架在荷载作用下，桁架的杆件就发生轴向拉伸或压缩变形。

#### 2. 剪切变形

剪切变形是由一对相距很近且方向相反的横向外力引起的，其变形特点是横截面沿外力作用方向发生错动，如图 1-7 所示。这种变形形式就是剪切变形。一般在发生剪切变形的同时，构件还存在其他的变形形式。