



北京高等教育精品教材
普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学 (第二版)

杨庆生 崔芸 龙连春 编著



科学出版社

014055237

TB12-43
66-2

北京高等教育精品教材
普通高等教育“十二五”规划教材

工程力学

(第二版)

杨庆生 崔 芸 龙连春 编著



科学出版社

北京



北航 C1740816

TB12-43
66-2

014022537

内 容 简 介

本书是在参考国内外不同类型相关教材的基础上编写而成的。在保证课程基本要求的前提下,重视知识发生的过程,注重对力学概念的理解,紧密联系工程实际,培养学生的工程意识与创新能力,提高学生综合分析和处理问题的素质。

本书包括静力学、材料力学、运动学和动力学四部分,共有19章。

本书可作为各专业中、多学时工程力学课程的教材,也可作为各类继续教育和专业人员的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/杨庆生,崔芸,龙连春编著.—2版.—北京:科学出版社,2014.6
北京高等教育精品教材·普通高等教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-03-040901-0

I. ①工… II. ①杨…②崔…③龙… III. ①工程力学-高等学校-教材
IV. ①TB12

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第120046号

责任编辑:朱晓颖 / 责任校对:李 影
责任印制:闫 磊 / 封面设计:迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717

<http://www.sciencep.com>

安泰印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2008年1月第 一 版 开本:787×1092 1/16

2014年6月第 二 版 印张:20 3/4

2014年6月第六次印刷 字数:544 000

定价:46.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

第二版前言

《工程力学》第一版自 2008 年出版以来,已被多所高校用做中多学时“工程力学”课程的教材,得到广大读者的认可。以本书为基础制作的电子教案课件多次获得北京市、河北省和全国多媒体课件大赛的优胜奖。2011 年,本书被评为北京市高等教育精品教材。

本次修订在保留第一版结构体系的基础上,补充、完善了教学内容,对书中措辞不够严谨或表述不恰当之处进行了修改;更换、重新绘制了部分插图,更正了原书文字、插图及计算中的疏漏。

全书由河北科技大学崔芸老师执笔修改完成。

对于使用本书的广大师生提出的意见、批评和建议表示衷心的感谢。

作者

2014 年 3 月

第一版前言

工程力学是许多工科专业的重要专业基础课,它不仅是后续相关课程的基础,而且其自身的科学方法具有直接解决工程实际问题的能力。工程力学课程具有完整系统的基本概念、基本原理和基本方法,同时具有独特的数学推理和分析与求解问题的科学思维方法,是一门将严密科学推理与灵活工程应用相结合的课程。它不仅可以培养和训练学生综合研究与工程素质、逻辑思维与抽象简化能力,还能增强学生的工程实践能力。工程力学始终将工程问题的分析、近似、抽象、建模、求解、设计等过程贯穿于教学中,是处理工程实际中简单力学问题的基本方法和技术。

在对国内工程力学课程教学现状调研和分析的基础上,结合多年教学改革和实践的体会,作者深感工程力学课程面临着人才培养模式转变、课时压缩的严峻形势,同时面临着进行教学内容与教学方法改革的历史机遇。为了培养具有创新素质的复合型人才,工程力学要发挥出这门课程不可替代的重要作用。因此,在工程力学的教学过程中,要努力做到以下两点。

(1) 要掌握扎实的基础知识。注重知识发生的过程,注重启发学生如何获得工程力学中的定理、公式及结论,使学习理论知识的过程成为一个知识发现的过程;在公式、方法的应用上,注重理解其力学原理和物理意义,弄清楚应用的条件与限制;在基础知识的外延上,阐述清楚所学知识对以后专业的作用、目前研究的热点问题与尚需进一步完善的问题。紧密联系工程实际,理论与实际工程相结合,培养发现问题、分析问题和解决问题的意识和能力。

(2) 要重视实验和实践教学与理论教学紧密结合,并注重实验的先进性、开放性。要结合实际并根据学科特点,设计具有系统性、科学性和完整性的实验,全面培养科学作风、实验技能、综合分析能力及创新和实践能力。要以认真的态度弄懂弄通实验和计算原理,正确实施实验过程、分析实验结果,按实验的要求完成每个实验项目。

根据突出创新素质教育和实践能力训练的要求,为满足不同专业工程力学教学要求,作者新编了这本多学时工程力学教材。这本教材的主要特点是,兼顾不同专业的要求,适应面广;加强工程背景的介绍,显示工程力学解决工程问题的能力;适当增加最新的力学知识,为学生提供了解前沿知识的窗口;同时,对原有的内容体系进行适当的重新组合,更加利于教学。

本书由杨庆生编写绪论、第10章、第12章和第19章,崔芸编写第1~9章和第11章,龙连春编写第13~18章,全书由杨庆生统稿。

在本书编写过程中,得到了北京工业大学和河北科技大学相关老师和研究生的大力支持和帮助,特此向他们表示衷心的感谢。

衷心希望使用本书的各位教师和学生提出宝贵意见。

作者

2007年10月

目 录

第二版前言

第一版前言

绪论..... 1

第一篇 静 力 学

第 1 章 静力学的基本知识和物体的受力

分析..... 4

1.1 力学基本概念..... 4

1.2 静力学基本原理..... 10

1.3 约束和约束力及物体的受力分析

..... 12

思考题..... 20

习题..... 21

第 2 章 平面力系..... 23

2.1 平面汇交力系..... 23

2.2 平面力偶系..... 28

2.3 平面任意力系..... 29

2.4 物体系统的平衡..... 36

思考题..... 39

习题..... 40

第 3 章 空间力系..... 44

3.1 空间汇交力系..... 44

3.2 力对点的矩和力对轴的矩..... 47

3.3 空间力偶系..... 50

3.4 空间任意力系的简化..... 51

3.5 空间力系的平衡方程..... 54

3.6 重心..... 55

思考题..... 59

习题..... 59

第二篇 材 料 力 学

第 4 章 材料力学的基本概念..... 61

4.1 引言..... 61

4.2 材料的基本假定..... 62

4.3 杆件变形的的基本形式..... 63

4.4 弹性杆件的内力与截面法..... 64

4.5 基本变形的内力及符号规定..... 66

4.6 应力与应变的概念..... 70

思考题..... 71

习题..... 72

第 5 章 轴向拉伸和压缩..... 74

5.1 杆件轴向拉压的概念与轴力图

..... 74

5.2 横截面上的应力与强度计算..... 75

5.3 材料的力学性质..... 79

5.4 直杆拉伸和压缩时的变形..... 85

5.5 简单的拉压静不定问题..... 88

思考题..... 91

习题..... 92

第 6 章 圆轴扭转..... 96

6.1 圆轴扭转的概念与扭矩图..... 96

6.2 扭转的基本理论..... 98

6.3 圆轴扭转时横截面上的应力与
变形..... 100

6.4 圆轴扭转的强度和刚度计算..... 104

思考题	107	思考题	166
习题	108	习题	167
第 7 章 平面弯曲	110	第 10 章 剪切与挤压	170
7.1 弯曲的概念	110	10.1 剪切与挤压的概念	170
7.2 平面弯曲时梁的内力——剪力和弯矩	111	10.2 剪切与挤压的工程实用计算	170
7.3 弯曲正应力和强度计算	116	10.3 连接件的剪切与挤压强度计算算例	172
7.4 梁的位移分析与刚度计算	123	思考题	175
7.5 简单的静不定梁	131	习题	175
7.6 提高梁抗弯能力的措施	133	第 11 章 压杆稳定	177
思考题	138	11.1 压杆稳定性的概念	177
习题	139	11.2 细长压杆的临界载荷和欧拉公式	179
第 8 章 应力状态与强度理论	144	11.3 压杆的分类和临界应力总图	181
8.1 引言	144	11.4 提高压杆稳定性的措施	185
8.2 平面应力状态	145	思考题	186
8.3 空间应力状态与广义胡克定律	148	习题	187
8.4 强度理论的基本概念	152	第 12 章 交变应力与疲劳强度	189
8.5 强度理论	153	12.1 交变应力及其描述	189
思考题	156	12.2 疲劳的概念与材料的疲劳极限	191
习题	157	12.3 影响疲劳极限的主要因素	193
第 9 章 组合变形	159	思考题	194
9.1 组合变形概述	159	习题	194
9.2 拉伸(压缩)与弯曲的组合	160		
9.3 弯曲和扭转组合变形的强度计算	164		

第三篇 运 动 学

第 13 章 一点的运动分析	195	13.7 点的加速度合成法	208
13.1 运动学引言	195	思考题	210
13.2 点的运动分析	195	习题	212
13.3 平行移动刚体内各点的运动分析	201	第 14 章 刚体的平面运动	215
13.4 定轴转动刚体内各点的运动分析	202	14.1 刚体平面运动的运动方程	215
13.5 点的运动合成法	205	14.2 求平面图形内各点速度的基点法	217
13.6 点的速度合成法	206	14.3 求平面图形内各点速度的瞬心法	219

14.4 平面图形内各点的加速度	223	习题	227
思考题	225		

第四篇 动力学

第 15 章 质点动力学基础	230	17.3 动量定理	260
15.1 牛顿定律	230	17.4 质心运动定理	262
15.2 质点运动微分方程	232	思考题	267
15.3 质点动力学的两类基本问题	233	习题	267
思考题	235	第 18 章 动量矩定理	270
习题	236	18.1 动量矩	270
第 16 章 动能定理	238	18.2 动量矩定理	271
16.1 力的功	238	18.3 刚体绕定轴转动的微分方程	272
16.2 功率	242	思考题	275
16.3 刚体的转动惯量	243	18.4 质点系相对于质心的动量矩定理	275
16.4 质点系和刚体的动能	245	18.5 刚体平面运动微分方程	275
16.5 质点的动能定理	248	18.6 动力学普遍定理的综合应用	277
16.6 质点系的动能定理	249	思考题	280
16.7 功率方程和机械效率	251	习题	281
16.8 势力场、势能和机械能守恒定律	252	第 19 章 达朗贝尔原理	285
思考题	254	19.1 惯性力与达朗贝尔原理	285
习题	255	19.2 惯性力系的简化	287
第 17 章 动量定理	257	19.3 动静法的应用	289
17.1 动量	257	思考题	292
17.2 力的冲量	259	习题	292
		习题	301
附录 A 平面图形的几何性质	296	附录 B 型钢规格表	303
A-1 静矩和形心	296	附录 C 部分习题答案	314
A-2 惯性矩和惯性积	296	参考文献	322
A-3 平行移轴公式	298		
思考题	300		

绪 论

1. 力学在工程技术和教育中的作用

力学是研究物体宏观机械运动的学科,有人简单地定义为“运动和力的科学”。机械运动表示物体空间位置的改变,如物体的运动和变形、气体和流体的流动等。自然界以及工程技术过程中普遍包含机械运动。

力学是物理的一个分支。在力学中产生的概念,如力、功、能及动量等同样也对物理和工程的其他分支具有重大意义。力学所研究的问题决定了它在自然科学中的基础地位。力学研究的方法论具有普遍性,力学具有数学的抽象思维和物理的基于实验的思维特点。力学中的方法有一部分可以直接用于物理和工程的其他领域。

工程力学涉及工程中的各个领域,机械工程、材料加工及土木和交通工程均需利用力学所提供的基础知识。同时,工程力学自身的科学方法具有直接解决实际工程问题的能力。因此从这个意义上说,工程力学具有技术科学的属性。工程力学的问题及其原理和方法已经渗透到所有的工程学科领域。

狭义工程力学的基本内容包括刚体静力学和杆件变形体力学,扩展内容包括质点和刚体的运动学、动力学。广义工程力学还包括弹性力学、流体力学和有限元法。本书所指的工程力学范围限定在狭义工程力学的基本内容和扩展内容之内。

作为工科专业的重要专业基础课,工程力学的基本概念、基本理论和基本方法,经过长期的发展,已经成为相关工科专业必不可少的基础知识。另外,工程力学不仅是一门理论基础课,同时还含有实验课,通过实验可以验证理论,并巩固所学的知识。因此,工程力学对学生来说是培养创造性思维的独特训练和终身学习的基础。

从本门课程在工科专业中的地位看,工程力学是培养学生工程意识的启蒙课程,本门课程所具有的特殊的科学方法对培养学生的科学素质和处理工程问题的能力具有不可替代的作用。从学生的知识体系看,工程力学前接高等数学、大学物理等重要基础课,后续机械设计原理、结构设计原理、材料设计原理等主要专业课程,起到了承上启下、从基础向专业转换的关键作用。从本门学科的发展规律看,力学学科已经在多个方面取得重要的发展,包括研究对象的扩大、研究方法的更新等各个方面。这些新的知识既有在某些知识点上的完善和发展,也有以全新知识体系形成的学科分支。

2. 工程力学的任务

工程力学研究自然界及各种工程中机械运动的最普遍、最基本的规律,以指导人们认识自然界,正确从事工程技术工作。工程力学研究两大类问题:一是物体的运动,即作用在物体上的力与运动之间的关系;二是物体的变形,即作用在物体上的力与变形之间的关系。这两类问题互相交叉、渗透和融合,研究运动物体的变形时,必须首先分析运动;而研究某些运动(如振动)问题时,也必须考虑变形。在本书限定的范围内,工程力学具有四个方面的任务。

(1) 研究结构的受力状态。一个能够承担一定外部载荷(外力)的系统称为结构。组成结

构的元件称为**构件**。一个结构中的各构件在工作状态或者极限状态时的受力情况,对于结构的安全与否有直接的关系,也是结构设计者进行结构设计的基础。对一个构件进行受力分析,关键是建立结构所承受的外力与构件之间相互作用的关系,需要对结构的载荷、与外界的联系以及内部构件的相互联系进行分类和简化,需要建立受力分析与计算的基本方法和步骤。这部分内容在第一篇中讲述。

(2) **研究工程构件的失效或破坏**。工程构件的失效形式很多,工程力学主要研究三种失效:**强度失效**,构件在外力作用下发生不可恢复的塑性变形或发生断裂破坏;**刚度失效**,构件在外力作用下产生过量的弹性变形;**稳定失效**,构件在外力作用下,其平衡形式突然转变。工程力学的任务之一就是正确分析各种构件的受力和变形,为工程结构的安全设计提供力学原理的指导和方法。这部分内容在第二篇中讲述。

(3) **研究物体运动的几何规律**。在考虑物体在空间上随着时间的运动时,一般将研究对象看作质点或刚体,因为物体自身的变形对于宏观运动来讲,可以忽略不计。物体的运动规律用空间坐标的时间函数表示。这是第三篇运动学的内容。

(4) **研究力与运动的关系**。力是物体运动的驱动者。研究作用力与物体运动关系的科学称为**动力学**。动力学的基本方程是牛顿第二定律,但也可从能量原理角度研究动力学。动力学一般有两类问题:第一类是已知运动,求作用于物体的力;第二类是已知作用力,求物体的运动。动力学的内容将在第四篇中讲述。

3. 工程力学的思维方法和学习方法

工程力学的目的是为工程结构的计算提供适当的方法。工程力学一般采用演绎的方法。按照对自然界或实验的观察,由观察的现象而建立概念,在物理上陈述物质运动的规律;但是如果由已知的规律,利用理论分析,导出一些推论,并据此对具体的机械系统(或力学系统)的性能作出预测,这就属于工程力学的演绎法。它应向工程师提供完成设计任务所需的准则。如果没有一个完善的理论,就难以做到这一点。因而在工程力学中,理论具有突出的重要意义。每个理论必须从一定的基本定律(公理或原理)出发,这就是力学区别于数学之处。这些基本定律其实表达了经过千百年艰苦的探索,通过归纳经验所获得的最终认识。当理论家将已知的事实综合起来并建立起假设时,他就离开了这个由经验形成的并建立在经验上的基石。他将这些假设应用于一些尚未积累经验的领域。如果他能用演绎的方法对一些特殊情况作出一些专门的预测,而这些预测与现实没有矛盾,那就可以说他的理论经受住了考验。

工程力学的研究方法主要有理论解析法、模型实验法、数值模拟法。

理论解析法:在工程力学发展的过程中,人们致力于采用数学的公式或方程表示一个力学问题;然后求解这些方程,得到问题的解。由于这种方法要求精密的力学模型,因此在理论解析方法中,进行了各种假设和简化。这些经过简化的力学模型不仅能够很好地描述实际工程问题的本质,而且形成了工程力学中的经典力学问题,成为检验新问题和新研究方法的标准。例如,对于直杆的拉(压)、扭转和弯曲变形,分别采用不同的假设和简化模型,得到了不同的解析公式。由解析方法得到的力学问题解答,一般称为**解析解**或**精确解**。

模型实验法:将实际工程结构按一定的比例做成实验模型,并采用尽可能逼真的工作环境,进行力学性能的实验,是力学研究的重要方法。力学实验不仅能够提供力学问题的真实解答,而且能够检验其他研究方法的模型与解答的正确性。经过长期的积累,有些工程力学实验已经发展成为标准的实验,从试件、仪器、数据获取等都有相应的规范。有些新的力学问题,必

须通过力学实验才能得到对力学本质的理解。但是由于力学实验要耗费很大的人力、物力,有时周期也比较长,因此对于新的力学实验,需要精心设计。

数值模拟法:现代计算技术与计算机的应用为工程力学的研究提供了强有力的工具。数值模拟法的实质是采用数值分析技术求解工程力学的基本方程,从而得到力学问题的数值解答。数值模拟法的快速发展和成功应用,使得经典力学的研究状况发生了很大的变化。不仅极大地扩大了力学的研究范围,而且更加逼近实际工程的细节。数值模拟方法已经成为工程力学中解决复杂问题的首选方法。

力学是与数学同时发展起来的古老学科,力学的理论充分利用了数学的工具和描述方法,以致最后可看到的力学模型或解答是成套的方程或公式。从这些数学系统,专家可以看到一些通过直接经验往往无从察觉到的因果关系。但是,数学的外衣也增加了力学初学者的困难。如果想成功地解决力学问题,就必须既按照物理学的又按照数学的思维方式进行。

学习工程力学要着重掌握其科学的思维方法,培养发现问题、分析问题和解决问题的综合素质。在学习中,既要善于运用高等数学、普通物理学的基础知识,也要尽可能地联系工程和生活实际,在实际中发现力学问题、细心体会力学原理。只有这样才能学以致用,真正体会工程力学的实质和价值。

第一篇 静力学

第1章 静力学的基本知识和物体的受力分析

静力学研究作用于物体上的力及其平衡的一般规律。平衡是指物体相对于惯性参考系处于静止或匀速直线运动状态。工程上一般把惯性参考系固定在地球上,研究物体相对于地球的平衡问题。

静力学研究以下三个问题:①物体的受力分析,即分析某个物体和周围物体的相互联系,明确表示该物体所受的每个力。②讨论力系的简化,即用一个简单力系等效地替换一个复杂力系。研究力系简化的目的是明确力系总的效果,导出力系的平衡条件,并为动力学提供基础。③建立力系的平衡条件。力系的平衡条件在工程中有着十分重要的意义,是设计结构、构件和机械零件的静力计算基础。因此,静力学在工程中有着广泛的应用。

本章在复习物理学相关知识的基础上,阐述工程力学的基本概念和理论,给出约束、约束力的概念和物体受力分析的方法。

1.1 力学基本概念

1.1.1 力的概念

力是物体之间的相互机械作用,这种作用使物体的运动状态发生变化,以及使物体发生变形。

由力的概念可知,物体受力后产生的效应有两种:一种是物体的机械运动状态发生变化,称为力的运动效应;另一种是物体的变形,称为力的变形效应。

必须强调指出,既然力是物体之间的相互机械作用,所以力不能脱离物体单独存在,且每谈到一个力,必将有施力体和受力体。

力对物体的作用效果取决于以下三个因素。

(1) 力的大小:表示物体间相互机械作用的强弱,用运动状态的变化情况或物体变形大小来体现。采用国际单位制,力的单位为牛[顿](N)或千牛[顿](kN)。

(2) 力的方向:静止质点受一个力作用,开始运动的方向即为力的方向。

(3) 力的作用点:表示物体相互作用的位置。实际上物体之间相互作用的位置不是一个点,而是一定的面积或体积。当力的作用区域和物体尺寸相比很小时,就可将作用区域抽象为一点,即力的作用点。作用于一点的力称为**集中力**。当物体之间的接触区域较大时,就形成面分布力,如风压力、水压力等。当物体内每一点都受到力的作用时,就形成了体分布力,如重力等。如果实际问题的结构和承载具有对称性,则常将分布力简化为线分布力,单位长度分布力的大小称为**载荷集度**,用符号 q 表示(单位为N/m)。如图1-1中卡车轮胎对路面的作用力可简化为集中力,路面对横梁的作用力则为分布力。

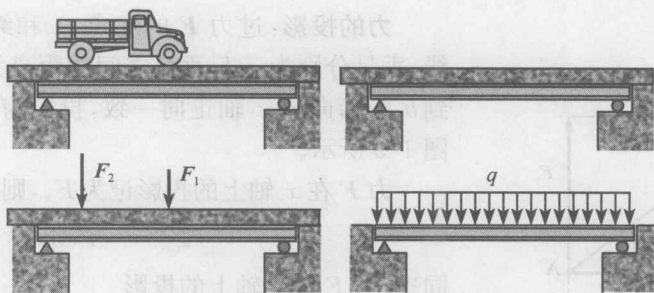


图 1-1 集中力与分布力

在分析力的运动效应时,为了简化问题,常将分布力进行等效替换,用一个力或几个力来代替其作用,如重力就用作用于重心的一个集中力来代替。但在分析力的变形效应时,不能将分布力用一个力来代替。需要强调的是,在很多情况下,物体的自重引起的效应与其他力的效应相比可以忽略不计,因此,如果不明确说明,一般不考虑自重。

力是矢量,按矢量的表示方法表示,有向线段的长度表示力的大小,箭头表示力的方向,有向线段所在的直线称为力的作用线,有向线段的起点或终点表示力的作用点。图 1-2(a)和(b)都表示在物体的 A 点作用着力 F 。

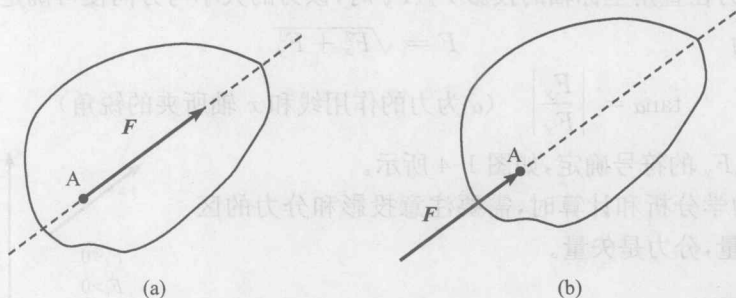


图 1-2 力的图示法

1.1.2 力系与平衡力系

力系是指作用于物体上的一群力。按各力作用线所在的位置,力系可分为平面力系和空间力系。按各力作用线的相互关系,力系又分为共线力系、汇交力系、平行力系和任意力系。

如果作用在物体上的两个力系作用效果相同,则这两个力系互为等效力系,二者可以互相替换。

如果一个力与一个力系等效,则该力称为力系的合力,力系中各个力称为合力的分力。已知力系,求其合力的过程称为力系的合成;已知一力,求其分力的过程称为力的分解。

若使物体处于平衡状态,作用在物体上的力系必须满足一定的条件,这些条件称为力系的平衡条件。作用于物体上的力系,恰使物体处于平衡状态,该力系称为平衡力系,或称满足平衡条件的力系为平衡力系。不同力系的平衡条件各有不同的特点。

1.1.3 力的投影

力的运算应符合矢量的运算法则。为将力的矢量运算转化为代数运算,使力学的分析计算既方便快捷又准确,可借助于力在直角坐标轴上投影的概念。

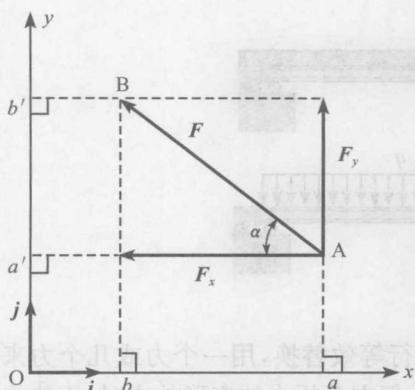


图 1-3 力的投影

力的投影:过力 F 的起点 A 和终点 B 向 x 轴作垂线,垂足分别为 a, b ;垂足之间的距离为投影的大小,由 a 到 b 的指向与 x 轴正向一致,投影为正;反之,为负。如图 1-3 所示。

力 F 在 x 轴上的投影记为 F_x , 则

$$F_x = F \cos \alpha$$

同理,力 F 在 y 轴上的投影

$$F_y = F \sin \alpha$$

若把力沿直角坐标轴分解,可分解为两个分力 F_x 、 F_y ,分力与投影之间的关系为

$$F_x = F_x i, \quad F_y = F_y j$$

也就是,在直角坐标系中,投影的绝对值等于相应分力的大小,分力的方向与坐标轴正向一致时,投影为正;反之,为负。因此,力的解析表达式为

$$F = F_x i + F_y j$$

显然,已知力在直角坐标轴的投影 F_x, F_y 时,该力的大小与方向便可确定。

力的大小为

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

力的方位

$$\tan \alpha = \left| \frac{F_y}{F_x} \right| \quad (\alpha \text{ 为力的作用线和 } x \text{ 轴所夹的锐角})$$

力的指向由 F_x, F_y 的符号确定,如图 1-4 所示。

在以后的力学分析和计算时,需要注意投影和分力的区别:投影是代数量,分力是矢量。

1.1.4 刚体的概念

刚体是指在力的作用下,其内部任意两点之间的距离始终保持不变,或受力作用而不变形的物体。

刚体是一种理想化的力学模型。在力的作用下,实际物体都会产生程度不同的变形。工程实际中的构件受力后的变形一般都极其微小,对讨论力的运动效应影响甚微,可以忽略不计,故抽象为刚体,这样可使问题的研究大为简化。

引入刚体的概念是有条件的,在讨论物体受力后的变形和破坏时,需要把物体视为变形体而不能再抽象为刚体。

1.1.5 力矩的概念

在一般情况下,力对物体的运动效应是使物体移动和转动,力的移动效应取决于力的大小和方向,而力对点的矩(简称力矩)是度量力对物体转动效应的物理量。

以拧螺母为例,如图 1-5 所示。在扳手的 A 点施加一力 F ,将使扳手和螺母一起绕 O 点(实际上为过 O 点垂直于图面的直线)转动。由经验可知,这种转动效应,不仅与力的大小成正比,而且与该力的作用线到 O 点的距离 d 成正比。转动中心 O 点称为矩心,距离 d 称为力

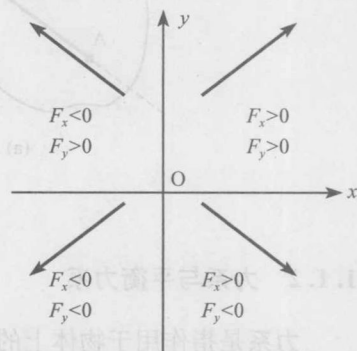


图 1-4 投影符号和力指向的关系

臂。力的转动效应还与物体的转动方向有关。在平面问题中,力使物体绕矩心的转动方向或逆时针或顺时针。

对于一般情况,力 F 与点 O 位于同一平面,如图 1-6 所示,力 F 对点 O 的力矩定义为

$$m_O(\mathbf{F}) = \pm Fd$$

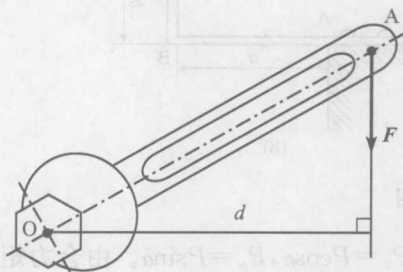


图 1-5 力的转动效应

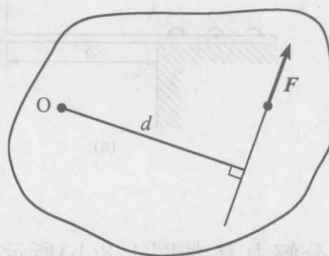


图 1-6 力对点的矩

符号规定:力使物体绕矩心逆时针方向转动时,力矩为正;力使物体绕矩心顺时针方向转动时,力矩为负。力使物体转动的方向也称为力矩的转向。因此在平面问题中,力矩是代数量,单位为 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 。

显然,当力沿作用线移动时,力矩不发生变化;力的作用线通过矩心时,力矩为零。在理论分析和计算时,力可以对平面内任意点求力矩。

讨论直齿圆柱齿轮的啮合力 F_n 对齿轮的转动效应,如图 1-7 所示,即确定啮合力对轮轴中心 O 点的力矩。若齿轮的节圆半径为 r ,啮合力与节圆切线方向的夹角 α 称为压力角,则啮合力对 O 点的力矩为

$$m_O(\mathbf{F}) = Fd = Fr \cos \alpha$$

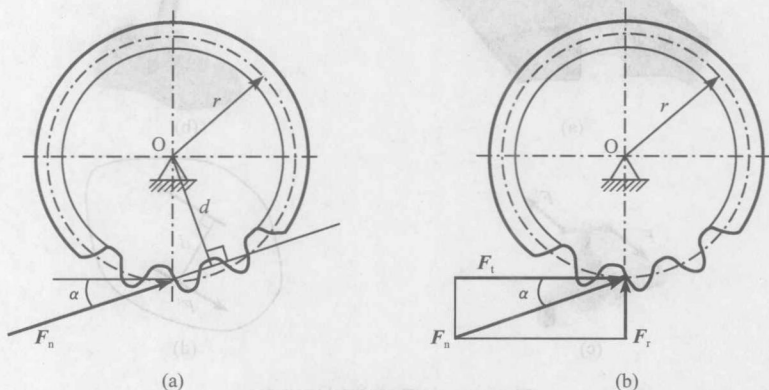


图 1-7 齿轮啮合力对轴心的矩

若将啮合力分解为圆周力 F_t 和径向力 F_r ,如图 1-7(b)所示,力 F_t 和 F_r 对轮轴中心 O 的力矩的代数和为

$$m_O(\mathbf{F}_t) + m_O(\mathbf{F}_r) = F \cos \alpha r + 0 = Fr \cos \alpha = m_O(\mathbf{F})$$

上式表明,合力对于平面内一点的力矩等于各分力对同一点力矩的代数和。这就是合力矩定理,它说明了合力与分力对一点力矩的关系,适用于任何有合力的力系。

例 1-1 力 P 作用在直角折杆的 C 点,如图 1-8 所示,若尺寸 a, b 及角 α 均为已知,试计算力 P 对 A 点的力矩。

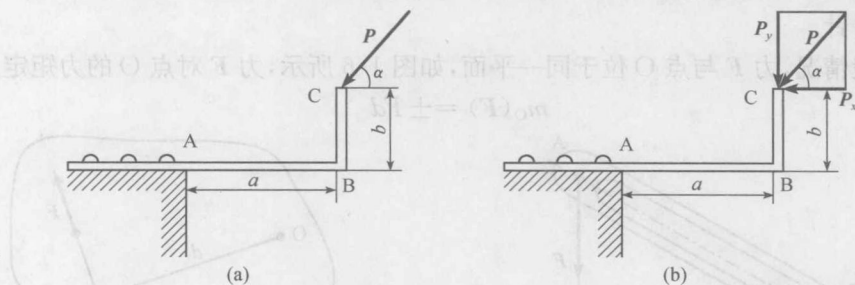


图 1-8 例 1-1 图

解 分解力 P , 如图 1-8(b) 所示, 各分力大小为: $P_x = P \cos \alpha$, $P_y = P \sin \alpha$ 。由合力矩定理, 力 P 对 A 点的力矩为

$$m_A(P) = m_A(P_x) + m_A(P_y) = P_x b - P_y a = P b \cos \alpha - P a \sin \alpha$$

1.1.6 力偶的概念及性质

在日常生活和工程实际中, 常遇到物体受到大小相等、方向相反、相互平行而不共线的两个力的作用。如钳工用丝锥攻螺纹、驾驶人双手转动方向盘、用两个手指拧水龙头等, 如图 1-9(a)、(b)、(c) 所示。

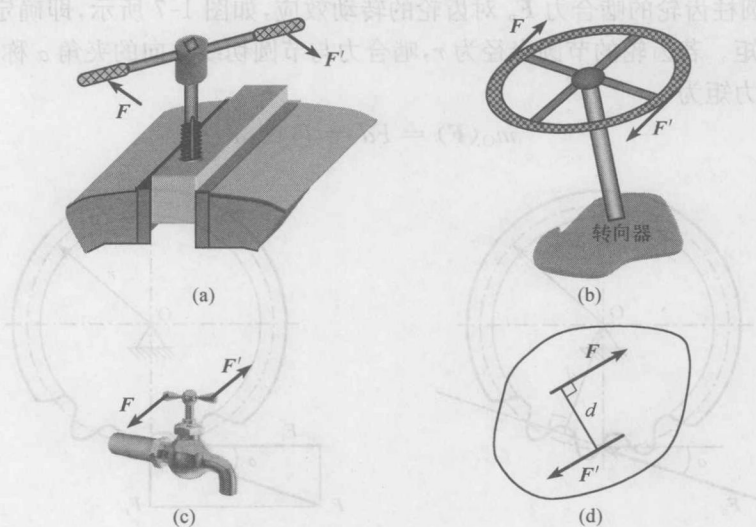


图 1-9 力偶的实例与定义

定义大小相等、方向相反且不共线的两个平行力为力偶, 记作 (F, F') 。两力作用线之间的距离 d 称为力偶臂, 如图 1-9(d) 所示。两力所在的平面称为力偶作用面。

力偶是物体之间客观存在的一种机械作用方式。力偶只能使物体转动, 转动效应用力偶矩来度量, 由于力偶在作用平面内使物体逆时针或顺时针转动, 两个方向可用正负号表示。因此, 平面力偶矩是代数数量, 其定义式为

$$m(F, F') = \pm Fd$$

符号规定: 力偶使物体逆时针转动时为正, 使物体顺时针转动时为负。力偶矩的单位与力矩的单位相同, 为 $N \cdot m$ 或 $kN \cdot m$ 。

1. 力偶的特点

(1) 力偶不能合成为一个合力,也不能用一个力来平衡,力偶只能由力偶来平衡。

(2) 力偶中两个力在任一坐标轴上的投影的代数和恒为零,如图 1-10 所示。

证明 设力 F, F' 与 x 轴夹角为 α 。二力大小相等, $F = F'$ 。

$$\sum F_x = F \cos \alpha - F' \cos \alpha = 0$$

(3) 力偶对其作用面内任一点的矩恒等于力偶矩,即力偶对物体转动效应与矩心无关。

证明 如图 1-11 所示,将力偶对平面内任一点 O 取矩,得

$$m_O(F) + m_O(F') = F(d+a) - F'a = Fd = m_O(F, F')$$

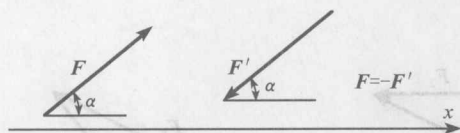


图 1-10 力偶的投影



图 1-11 力偶对任一点的矩

2. 力偶的三要素

经验证明,力偶对物体的转动效应,取决于以下三个要素:(1) 力偶矩的大小;(2) 力偶的转向(使物体转动的方向);(3) 力偶的作用面。

3. 力偶的等效

根据力偶的三个要素可知,在同一平面内的两个力偶,如果力偶矩相等(大小相等、转向相同),则两个力偶等效。由此可以得出如下两个结论。

(1) 力偶可以在它的作用面内任意移动、转动,不改变它对刚体的作用。因此,力偶对刚体的作用与力偶在其作用面内的位置无关。

(2) 只要保持力偶矩的大小和力偶的转向不变,可以同时改变力偶中力的大小和力偶臂的长短,而不改变力偶对刚体的作用。力偶的等效表示如图 1-12 所示。

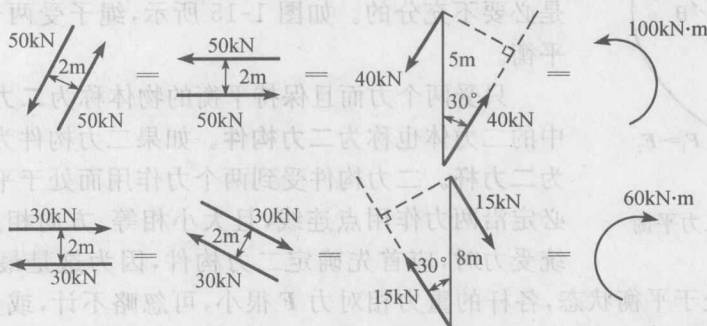


图 1-12 力偶的等效表示