MATLAB
在最优化计算中的应用

黄雍检 赖明勇 陶冶 著

Optimization Calculating Application for MATLAB

湖南大学出版社

国家自然科学杰出青年基金项目70925006

MATLAB
在最优化计算中的应用

黄雍检 赖明勇 陶冶 著

Optimization Calculating Application for MATLAB

湖南大学出版社

内 容 简 介

最优化计算是运筹学中的重要课题，本书利用MATLAB中的有关函数，以及作者给出的自编函数，应用到最优化计算，结果简明，可读性好。书中所有例题，只要输入相关参数，就能得到相关问题的解。例题计算程序，购书者可在湖南大学出版社网站上自行下载。

本书可用作高等院校管理类本科生和研究生学习运筹学的教材或教学参考书，也可供从事管理科学研究和实践的相关人员参考使用。

图书在版编目（CIP）数据

MATLAB在最优化计算中的应用/黄雍检，赖明勇，陶冶著．
—长沙：湖南大学出版社，2013.11

ISBN 978-7-5667-0500-6

Ⅰ.①M… Ⅱ.①黄… ②赖… ③陶… Ⅲ.①Matlab软件
Ⅳ.①TP317

中国版本图书馆CIP数据核字（2013）第268744号

MATLAB在最优化计算中的应用
MATLAB ZAI ZUIYOUHUA JISUANZHONG DE YINGYONG

作　　者：黄雍检　赖明勇　陶　冶　**著**
责任编辑：厉　亚　郭　蔚　**责任校对：**全　健　**责任印制：**陈　燕
印　　装：衡阳顺地印务有限公司
开　　本：787×1092　16开　**印张：**8.75　**字数：**201千
版　　次：2014年1月第1版　**印次：**2014年1月第1次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5667-0500-6/F·355
定　　价：28.00元

出 版 人：雷　鸣
出版发行：湖南大学出版社
社　　址：湖南·长沙·岳麓山　　**邮　　编：**410082
电　　话：0731-88822559(发行部),88821094(编辑室),88821006(出版部)
传　　真：0731-88649312(发行部),88822264(总编室)
网　　址：http://www.hnupress.com
电子邮箱：press@hun.net.cn

前　言

最优化计算是运筹学的重要课题，本书利用 MATLAB 中的有关函数，以及作者给出的自编函数，应用到最优化计算，其结果简明，可读性好。与本书相关的自编函数可在湖南大学出版社网站上自行下载。

本书共 13 章。

第 1 章　介绍微积分的 MATLAB 运算。其中包括微分与积分的基本运算。

第 2 章　介绍矩阵的 MATLAB 运算。其中包括用函数 rref 和自编函数 rref1 求解线性方程组，和用函数 orth 和自编函数 orth1 将对称矩阵对角化。

第 3 章　线性规划。介绍函数 linprog 及其应用。

第 4 章　0－1 规划。介绍函数 bintprog 及其应用。

第 5 章　非线性规划。介绍函数 fminbnd 求一元函数的最小值。介绍函数 fminsearch 求无约束非线性多元函数的最小值。介绍函数 fmincon 求有约束非线性多元函数的最小值。

第 6 章　多目标规化。介绍函数 fgoalattain 及其应用。

第 7 章　最小二乘法。介绍函数 regress 和函数 nlinfit，前者用作线性回归，后者既可作线性回归也可用作非线性回归。

第 8 章　最大最小问题。介绍函数 fminimax 及其应用。

第 9 章　动态规划。介绍了动态规划解题过程，不少例题还用非线性规划求解，与其成对应。

第 10 章　矩阵对策。利用自编函数 chek 解最优纯策略问题，利用自编函数 matp 解混合策略问题，都得到非常好的结果。

第 11 章　层次分析法。利用自编函数 ahpalys，自编函数 ahp1，自编函数 ahp2 对层次分析法的计算问题作了很好的处理，层次清楚，条理分明。

第 12 章　整数规划。介绍用枚举法解整数规划。

第 13 章　广义系统正则化的 MATLAB 算法。本章利用 MATLAB 中函数 rref 得到了离散广义系统的正则化方法，论述清楚，可操作性强。

限于作者水平，书中不妥之处在所难免，欢迎大家批评指正。

作　者

目　次

第 1 章 微积分的 MATLAB 运算

1.1 函数求值

例 1.1 求函数 $f=x^2+2\sin(x)$ 在 $x=\mathrm{pi}/2$ 的值.

解 作 $f='x\hat{}2+2*\sin(x)'$

$x=\mathrm{pi}/2$;

$f_1=\mathrm{eval}(f)$; % eval 为求值指令.

$f_1=4.4674$.

f_1 就是所述函数在 $x=\mathrm{pi}/2$ 的值.(pi 为圆周率)

例 1.2 求函数 $f=2x_1x_2+x_2^2+3$ 在 $x_1=2,x_2=3$ 的值.

解 作 $f='2*x(1)*x(2)+x(2)\hat{}2+3'$;

$x=[2,3]$;

$f_1=\mathrm{eval}(f)$;

$f_1=24$ 为所述函数在 $x_1=2,x_2=3$ 的值.

例 1.3 求函数组 $f_1=x_1x_2+x_2^2,f_2=\exp(x_1+x_2^3)$ 在 $x_1=1,x_2=2$ 的值.

解 作 $f='[x(1)*x(2)+x(2)\hat{}2,\exp(x(1)+x(2)\hat{}3)]'$;

$x=[1,2]$;

$f_1=\mathrm{eval}(f)$;

$f_1=1.0*\mathrm{e}+3*[0.0060,8.1031]$;

即 $f_1=[6,8103.1]$为所述函数组在 $x_1=1,x_2=2$ 的值.

1.2 函数作图

函数作图是微积分中常用的，函数图形给出了函数在其定义域内的变化情况，这对函数的研究是非常有用的.

例 1.4 作函数 $y=2e^x\sin x$,[0,2pi]的图形.

解 fplot('2 * exp(x) * sin(x)',[0,2 * pi]); % 作 2 * exp(x) * sin(x)在[0,2pi]的图形.

title('2 * exp(x) * sin(x)'); % 图上加标题.

见图 1-1.

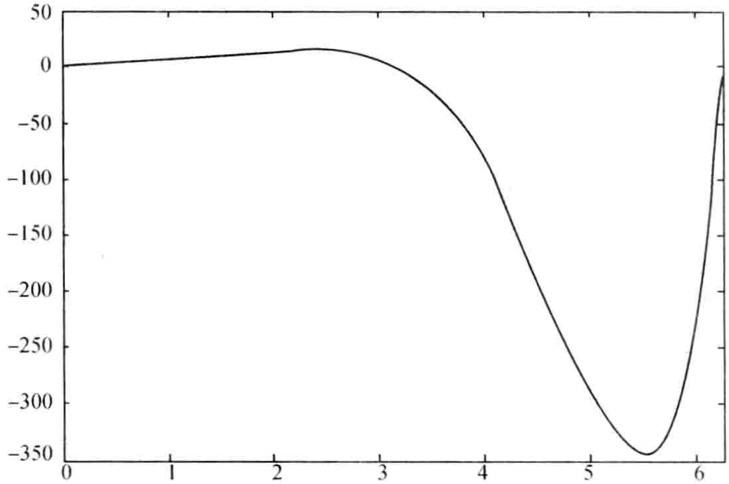

图 1-1　函数 $y=2e^x\sin x$ 在[0,2pi]的图形

例 1.5　作函数 $y=\cos x\cosh x-1$ 在[0,5]上的图形.

解　fplot('cos(x) * cosh(x) − 1',[0,5]);　%　作 $y=\cos x\cosh x-1$ 在[0,5]的图形.

title('y=cos(x) * cosh(x)−1');　%　图上加标题.

见图 1-2.

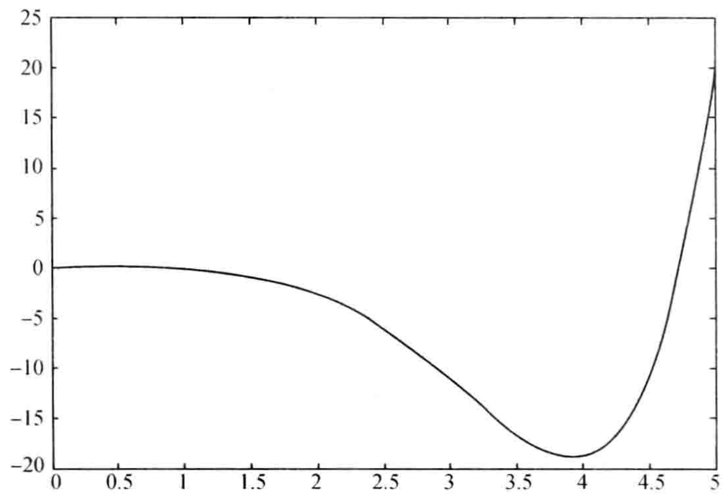

图 1-2　函数 $y=\cos x\cosh x-1$ 在[0,5]上的图形

例 1.6　作 $y=x^3+10x^2-2\sin x-50$ 在[−12,5]上的图形.

解　fplot('x^3 + 10 * x^2 − 2 * sin(x) − 50',[−12,5]);　%　作出所述函数在[−12,5]上的图形.

title('y=x^3+10x^2−2sin(x)−50');　%　图上加标题.

grid;　%　图上加网格.

见图 1-3.

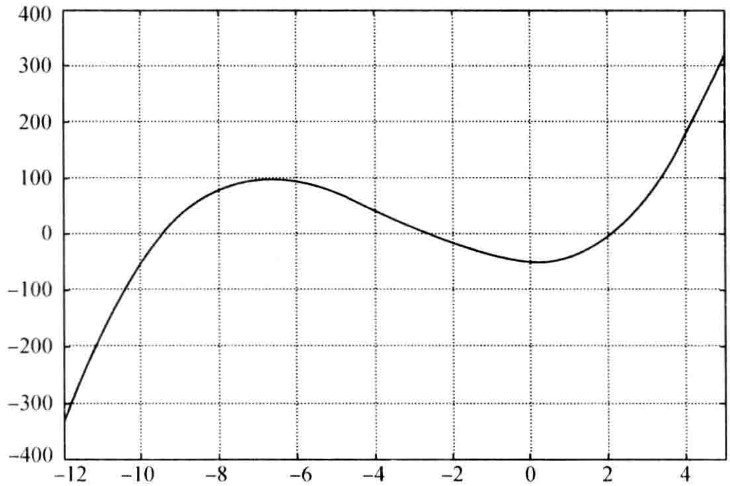

图 1-3　函数 $y=x^3+10x^2-2\sin x-50$ 在[－12,5]上的图形

1.3　多项式运算

这里介绍一些多项式的 MATLAB 运算.

q_1=[1,3,5];q_2=[2,4,5];　%　[1,3,5]=x^2+3x+5,[2,4,5]=$2x^2+4x+5$.

f_1=poly2sym(q_1)=x^2+3*x+5;　%　f_1 为 q_1 表述的多项式.

f_2=poly2sym(q_2)=x^2+4*x+5;　%　f_2 为 q_2 表述的多项式.

f_3=conv(q_1,q_2);

%　f_3 为所述两多项式的乘积. f_3=[2,10,27,35,25].

f_3p=poly2sym(f_3)=2*x^4+10*x^3+27*x^2+35*x+25;　%　f_3p 为 f_3 表述的多项式.

f_4=[2,－6,3,0,7];　%　f_4 为一多项式.

f_5 =poly2sym(f_4);

　=2*x^4－6*x^3+3*x^2+7;　%　f_5 为 f_4 所表述的多项式.

f_6=diff(f_5);

　=8*x^3－18*x^2+6*x;　%　f_6 为多项式 f_5 的导数.

f_7=roots(f_4);　%　f_7 为 f_4=0 的根.

　=1.9322+0.4714i

　1.9322－0.4714i

　－0.4322+0.8355i

　－0.4322－0.8355i

f_8=polyval(f_4,1);

　=6;　%　f_8 为多项式 f_4 在 x=1 的值.

$a=[1,2;3,4]$；

$f_9=\text{polyvalm}(f_4,a)$；

$=[204,286;429,633]$.　%　f_9 为多项式 f_4 在 $x=a$ 的值，其结果为矩阵.

1.4 微积分的符号运算

在微积分符号运算中，如果存在准确解，符号运算会给出准确解.

syms x h

$f=\text{limit}((\cos(x+h)-\cos(x))/h,h,0)$；

$=-\sin(x)$　%　这是求极限.

$f_1=\text{sym}('x+2-x\hat{}2')$；　%　$f_1=x+2-x^2$.

$f_2=\text{diff}(f_1)$；　%　求 f_1 的一阶导数.

$=1-2*x$

$f_3=\text{diff}(f_1,2)$；　%　求 f_1 的二阶导数.

$=-2$

$f_4=\text{int}(f_1)$；　%　求 f_1 的不定积分.

$=1/2*x\hat{}2+2*x-1/3*x\hat{}3$；

$f_5=\text{int}(f_1,-1,2)$；　%　求 f_1 从 -1 到 2 的定积分.

$=9/2$

$f_6=\text{solve}('\sin(x)=1/2')$；　%　求方程 $\sin x=1/2$ 的根.

$=1/6*\text{pi}$

$f_7=\text{solve}('x\hat{}3-1=0')$；　%　求方程 $x^3-1=0$ 的根.

$=1$

$-1/2+1/2*i*3\hat{}(1/2)$

$-1/2-1/2*i*3\hat{}(1/2)$

$f_8=\text{dsolve}('\text{Dy}=5')$；　%　求微分方程 $\text{d}y/\text{d}t=5$ 的解.

$=5*t+c_1$

$f_9=\text{dsolve}('\text{Dy}=x','x')$；　%　求微分方程 $\text{d}y/\text{d}x=x$ 的解. x 为指定的自变量.

$=1/2*x\hat{}2+c_1$

$f_{10}=\text{dsovle}('\text{D}_2y=1+\text{Dy}')$；　%　求微分方程 $\text{d}^2y/\text{d}t^2=1+\text{d}y/\text{d}t$ 的解.

%　$y=\exp(t)*c_1-t+c_2$

$f_{11}=\text{dsovle}('\text{D}_2y=1+\text{Dy}','y(0)=1','\text{Dy}(0)=0')$；

%　求微分方程 $\text{d}_2y/\text{d}t_2=1+\text{d}y/\text{d}t$ 在条件 $y(0)=1,\text{d}y(0)/\text{d}t=0$ 的解.

$=-t+\exp(t)$.

$[f_{12},f_{13}]=\text{dsolve}('\text{D}x=y+x','\text{Dy}=2*x')$；

%　求微分方程组 $\text{d}x/\text{d}t=y+x,\text{d}y/\text{d}t=2x$ 的解.

$f_{12}=-c_1*\exp(-t)/2+c_2*\exp(2*t),f_{13}=c_1*\exp(-t)+c_2*\exp(2*t)$

$[f_{14},f_{15}]=\text{dsolve}('\text{D}x=y+x','\text{Dy}=2*x','x(0)=0','y(0)=1')$；

%　求微分方程组 $dx/dt=y+x, dy/dt=2x$ 在条件 $x(0)=0, y(0)=1$ 的解.

f_{14}=1/3 * exp(2 * t)−1/3 * exp(−t), f_{15}=2/3 * exp(−t)+1/3 * exp(2 * t)

f_{16}=dsolve('Dy=−2 * y+2 * x^2+2 * x','y(0)=1','x');

%　求方程 $dy/dx=-2y+2x^2+2x, y(0)=1$ 的解.

f_{16}=x^2+exp(−2 * x)　%　$f_{16}=x^2+e^{(-2x)}$

1.5　定积分的近似计算

q_6=quad('x+2−x.^2',−1,2); q_6=4.5

%　quad('f',a,b)是求 f 从 a 到 b 的定积分近似值,它基于辛普森法.

x=−1:0.01:2;　%　将区间[−1,2]分段,步长为 0.01.

y=x+2−x^2;

q_7=trapz(x,y); q_7=4.5

%　trapz(x,y)是求函数从−1 到 2 的定积分近似值,它基于梯形法公式.

q_8=int('x+2−x^2',−1,2); q_8=9/2

%　q_8 是上述定积分的符号解,是准确值.

q_9=quad('1/(x^2+4 * x+5)',0,1); q_9=0.1419

x=0:0.01:1;　%　将区间[0,1]分段,步长为 0.01.

y=1/(x^2+4 * x+5);

q_{10}=trapz(x,y); q_{10}=0.1419

q_{11}=int('1/(x^2+4 * x+5)',0,1); q_{11}=−atan(2)+atan(3)　%　q_{11} 为准确解.

q_{12}=double(q_{11}); q_{12}=0.1419　%　q_{12} 给出 q_{11} 的近似值.

第 2 章　矩阵的 MATLAB 运算

在 MATLAB 语言中，矩阵运算非常重要，本章将择要介绍.

2.1　矩阵运算

$a=[3,4,-1;6,5,0;1,-4,7];b=[1,2,4;7,9,16;8,11,20];$

$f_1=a+b;$　%　矩阵相加.其规则与线性代数中相同.

$$f_1=\begin{bmatrix}4 & 6 & 3\\13 & 14 & 16\\9 & 7 & 27\end{bmatrix}$$

$f_2=a-b;$　%　矩阵相减.其规则与线性代数中相同.

$$f_2=\begin{bmatrix}2 & 2 & -5\\-1 & -4 & -16\\-7 & -15 & -13\end{bmatrix}$$

$f_3=3*a;$　%　数乘矩阵.其规则与线代教中相同.

$$f_3=\begin{bmatrix}9 & 12 & -3\\18 & 15 & 0\\3 & -12 & 21\end{bmatrix}$$

$f_4=3.*a;$　%　数点乘矩阵，这是 MATLAB 的矩阵运算，是数遍乘矩阵，$f_4=f_3$.

$f_5=3+a;$　%　a 的所有元素都加 3，这是 MATLAB 的矩阵运算，是线性代数中没有的.

$$f_5=\begin{bmatrix}6 & 7 & 2\\9 & 8 & 3\\4 & -1 & 10\end{bmatrix}$$

$f_6=a*b;$　%　这是线性代数中的矩阵相乘，a 的列数要等于 b 的行数.

$$f_6=\begin{bmatrix}23 & 31 & 56\\41 & 57 & 104\\29 & 43 & 80\end{bmatrix}$$

$f_7=a.*b;$　%　这是矩阵的 MATLAB 运算，为矩阵对应元素相乘，要求 a、b 同阶.

$$f_7=\begin{bmatrix}3 & 8 & -4\\42 & 45 & 0\\8 & -44 & 140\end{bmatrix}$$

$f_8=\det(a)$；　%　方阵 a 的行列式. $f_8=-34$.

$f_9=\text{rank}(a)$；　%　求矩阵 a 的秩. $f_9=3$.

$f_{10}=\text{rank}(b)$；　%　求矩阵 b 的秩. $f_{10}=2$.

$f_{11}=\text{inv}(a)$；　%　求方阵 a 的逆阵. 这是线性代数中的运算.

$$f_{11}=\begin{bmatrix}-1.0294 & 0.7056 & -0.1471\\ 1.2353 & -0.6471 & 0.1765\\ 0.8529 & -0.4706 & 0.2647\end{bmatrix}$$

$f_{12}=\text{sum}(a)$；　%　a 的每列相加，构成一个行矩阵. $f_{12}=[10,5,6]$.

$f_{13}=\text{sum}(\text{sum}(a))$；　%　f_{13} 为矩阵 a 各元素之和. $f_{13}=21$.

$f_{14}=\max(a)$；　%　f_{14} 为矩阵 a 每列的最大值，构成一个行矩阵. $f_{14}=[6,5,7]$.

$f_{15}=\max(a')$；　%　f_{15} 为矩阵 a 每行的最大值，$f_{15}=[4,6,7]$.

$f_{16}=\min(a)$；　%　f_{16} 为矩阵 a 每列的最小值，$f_{16}=[1,-4,-1]$.

$f_{17}=\min(a')$；　%　f_{17} 为矩阵 a 每行的最小值，$f_{17}=[-1,0,-4]$.

$f_{18}=\max(\max(a))$；　%　f_{18} 为矩阵 a 元素中最大值，$f_{18}=7$.

$f_{19}=\min(\min(a))$；　%　f_{19} 为矩阵 a 元素中最小值，$f_{19}=-4$.

$f_{20}=b/a$；　%　a 为方阵. $f_{20}=b*\text{inv}(a)$.

$$f_{20}=\begin{bmatrix}4.8529 & -2.4706 & 1.2647\\ 17.5588 & -8.4118 & 4.7941\\ 22.4118 & -10.8824 & 6.0588\end{bmatrix}$$

$f_{21}=a\backslash b$；　%　a 为方阵. $f_{21}=\text{inv}(a).*b$.

$$f_{21}=\begin{bmatrix}2.7353 & 2.6765 & 4.2353\\ -1.8824 & -1.4118 & -1.8824\\ -0.3235 & 0.3824 & 1.1765\end{bmatrix}$$

下面介绍 MATLAB 的矩阵运算 $c.\backslash d$、$c./d$、$c.\hat{}d$. 此处要求 c、d 为同阶矩阵.

设 $c=[1,2;3,4]$；$d=[5,6;7,8]$；

运算 $c.\backslash d=[\text{dij}/\text{cij}]$.

$f_{22}=c.\backslash d$；　%　$f_{22}=[5.0000,3.0000;2.3333,2.0000]$.

$f_{23}=c./d$；　%　$c./d=[\text{cij}/\text{dij}]$. $f_{23}=[0.20000,0.3333;0.4286,0.50000]$.

$f_{24}=c.\hat{}d$；　%　$c.\hat{}d=[\text{cij}\hat{}\text{dij}]$. $f_{24}=[1,64;2187,65536]$.

即 $f_{24}=[1^5,2^6;3^7,4^8]$

当 $e=3$ 时，则

$f_{25}=c.\hat{}e$；　%　$f_{25}=[1,8;27,64]$.

即 $f_{24}=[1^3,2^3;3^3,4^3]$.

2.2　矩阵的删改和拼接

$a=[1,2,3;4,5,6;7,8,9]$；$b=[9,8,7;6,5,4;3,2,1]$；

$e_1=a(1,:)$；　%　e_1 为矩阵 a 的第一行.

$e_2=a(:,3)$; % e_2 为矩阵 a 的第三列.

$e_3=a(1:2,1:3)$; % e_3 为矩阵 a 除去第三行而成.

$e_4=a$; $e_4(3,:)=[]$; % e_4 为矩阵 a 去掉第三行而成,$e_4=e_3$.

$e_5=a(1:3,1:2)$; % e_5 为矩阵 a 去掉第三列而成.

$e_6=a$;$e_6(:,3)=[]$; % e_6 为矩阵 a 去掉第三列而成. $e_5=e_6$.

$e_7=a$; $e_7=e_7(:)$;$e_7=e_7'$;

% 矩阵 a 按先列后行变列矩阵,再用行阵 e_7 显示. $e_7=[1,4,7,2,5,8,3,6,9]$.

$e_8=a'$;$e_8=e_8(:)$;$e_8=e_8'$;

% 矩阵 a 先行后列变列阵,再用行阵 e_8 显示. $e_8=[1,2,3,4,5,6,7,8,9]$.

$h=[1,2,3,4,5,6]$; $e_9=\text{reshape}(h,2,3)$; % 行阵 h 变为 2 行 3 列矩阵.

$e_9=[1,3,5;2,4,6]$.

$e_{10}=\text{reshape}(h,3,2)$;$e_{10}=e_{10}'$;

$e_{10}=[1,2,3;4,5,6]$.

$e_{11}=[a,b,\text{zeros}(3),\text{eye}(3)]$; % e_{11} 为 3 行 12 列矩阵.

% zeros(3)=[0,0,0 ;0,0,0;0,0,0]为三阶 0 矩阵.

% eye(3)=[1,0,0;0,1,0;0,0,1]为三阶单位矩阵.

2.3 线性方程组求解

现介绍函数 rref:

$[d,\text{ip}]=\text{rref}(c)$

a 为系数矩阵,b 为常数项列阵. $c=[a,b]$.

d 为最终变换矩阵,ip 指明自由未知量.

下面举例 rref 的使用说明.

例 2.1 求线性方程组的解.

$$\begin{cases}2x_1-x_2-3x_3=1\\x_1-x_2-x_3=2\\3x_1+2x_2-5x_3=0\end{cases}$$

解 $a=[2,-1,-3;1,-1,-1;3,2,-5]$;

$b=[1,2,0]'$;$c=[a,b]$;

用函数 rref:

$[d,\text{ip}]=\text{rref}(c)$;

求得:

$$d=\begin{bmatrix}1&0&0&5\\0&1&0&0\\0&0&1&3\end{bmatrix}$$

ip=[1,2,3].

d 相当消出结果：

$$\begin{cases} x_1=5 \\ x_2=0 \\ x_3=3 \end{cases}$$

这表示所述线性方程组的解为：

$x_1=5, x_2=0, x_3=3.$

ip 是标明自由未知量，下面再举例说明.

在线性代数中已证明方程组有解的充要条件为 a 的秩和增广矩阵 $c=[a,b]$ 的秩相等，为解题的完整性，给出自编函数 rref1：

```
finction  [r1,r2,d,ip]=rref1(a,b)
c=[a,b];
r1=rank(a);
r2=rank(c);
[d,ip]=rref(c);
```

此处 r_1 为系数矩阵的秩，r_2 为增广矩阵的秩.

例 2.2　求线性方程组的解.

$$\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3-4x_4=4 \\ x_1+x_2-x_3+x_4=-3 \\ x_1+2x_2+x_3+2x_4=2 \end{cases}$$

解　
```
a=[1,-2,3,-4;1,1,-1,1;1,2,1,2];
b=[4,-3,2]';
[r1,r2,d,ip]=rref1(a,b);
```

上述程序执行后求得：

$r_1=3, r_2=3$, ip$=[1,2,3]$，以及

$$d=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.6 & -1.4 \\ 0 & 1 & 0 & 1.4 & 0.6 \\ 0 & 0 & 1 & -0.2 & 2.2 \end{bmatrix}$$

由 $r_1=3, r_2=3$ 知系数矩阵和增广矩阵的秩相等，故方程组有解.

由 d 可知：

$$\begin{cases} x_1-0.6x_4=-1.4 \\ x_2+1.4x_4=0.6 \\ x_3-0.2x_4=2.2 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} x_1=-1.4+0.6x_4 \\ x_2=0.6-1.4x_4 \\ x_3=2.2+0.2x_4 \end{cases}$$

从 ip 可知 x_4 为自由未知量. 这说明线性方程组有无限多, 当 x_4 取一值时, 便得一解.

例 2.3 求线性方程组的解.

$$\begin{cases}3x_1+4x_2+x_3+2x_4=3\\6x_1+8x_2+2x_3+5x_4=7\\9x_1+12x_2+3x_3+10x_4=13\end{cases}$$

解 用自编函数 rref1 求解.

$a=[3,4,1,2;6,8,2,5;9,12,3,10]$;

$b=[3,7,13]'$;

$[r_1,r_2,d,\mathrm{ip}]=\mathrm{rref1}(a,b)$;

上述程序执行后求得:

$r_1=2, r_2=2$, 以及

$$d=\begin{bmatrix}1 & 1.3333 & 0.3333 & 0 & 0.3333\\0 & 0 & 0 & 1 & 1\\0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$\mathrm{ip}=[1,4]$

由系数矩阵和增广矩阵的秩均为 2, 故方程组有解. 由 $\mathrm{ip}=[1,4]$, 故 x_2、x_3 为自由未知量, 方程组有无限多解, 它可表示为:

$x_1=0.3333-1.3333x_2-0.3333x_3$

$x_4=1$

例 2.4 求线性方程组的解.

$$\begin{cases}x_1+x_2=1\\x_1-x_2=3\\-x_1+2x_2=-3\end{cases}$$

解 用自编函数 rref1 求解.

$a=[1,1;1,-1;-1,2]$;

$b=[1,3,-3]'$;

$[r_1,r_2,d,\mathrm{ip}]=\mathrm{rref1}(a,b)$;

上述程序执行后求得: $r_1=2, r_2=3$. 因系数矩阵的秩和增广矩阵的秩不相等, 故方程组无解.

例 2.5 求解线性齐次方程组的解.

$$\begin{cases}x_1-x_2+x_3+x_4=0\\x_1-x_2+x_3-2x_4=0\\x_1-x_2-2x_3+x_4=0\end{cases}$$

解 用自编函数 rref1 求解.

$a=[1,-1,1,1;1,-1,1,-2;1,-1,-2,1]$;

$b=[0,0,0]'$;

$[r_1,r_2,d,\mathrm{ip}]=\mathrm{rref1}(a,b)$;

上述程序执行后求得：

$r_1=2,r_2=2,\mathrm{ip}=[1,3,4]$,

$$d=\begin{bmatrix}1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

由 ip 可知 x_2 为自由未知量.

取 $x_1=k,x_3=0,x_4=0$,

用 syms k

%　k 为任意实数.

$x=[k,k,0,0]$

由 $h=a*x$　得：$h=[0,0,0]'$

即 $x=[k,k,0,0]'$为所要求的线性齐次方程组的解.

例 2.6　设 $a=[2,-1,-3;1,-1,-1;3,2,-5]$,$b=[1,-9;2,-4;0,-8]$. 求 x 使 $ax=b$.

解　$a=[2,-1,-3;1,-1,-1;3,2,-5]$;

$b=[1,-9;2,-4;0,-8]$;

$[r_1,r_2,d,\mathrm{ip}]=\mathrm{rref1}(a,b)$;

上述程序执行后求得：

$r_1=3,r_2=3,\mathrm{ip}=[1,2,3]$以及：

$$d=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 5 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2\\ 0 & 0 & 1 & 3 & 3\end{bmatrix}$$

由此可得 $x=[5,1;0,2;3,3]$为 $ax=b$ 的解,这一点可直接验证.

例 2.7　求解方程组的解.

$$\begin{cases}x_1-x_2+x_3+x_4=0\\ x_1-x_2+x_3-2x_4=0\\ x_1-x_2-2x_3+x_4=0\end{cases}$$

这是一个线性齐次方程组.

解　用自编函数 rref1 求解.

$a=[1,-1,1,1;1,-1,1,-2;1,-1,-2,1]$;

$b=[0,0,0]'$;

$[r_1,r_2,d,\mathrm{ip}]=\mathrm{rref1}(a,b)$;

上述程序执行后求得：$r_1=2,r_2=2$.