液压测试

段长宝 编

国防工业出版社

液 压 测 试

段长宝 编

国防工业出版社

内 容 简 介

本书介绍液压测试中必须掌握的基本原理和分析方法，并结合有关的国际标准，说明液压元件及系统测试的基本回路。主要内容包括：误差分析；测量系统的静、动态性能分析；压力、流量和油液污染度的测定；液压元件与线性伺服系统的测试以及寿命试验分析等。

本书是作为高等院校液压传动专业教材编写的。但也可供从事液压传动的工程技术人员参考。

液 压 测 试

段长宝 编

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行　　各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/16　印张11　255千字

1984年6月第一版　1984年6月第一次印刷　印数：0,001— 5,000册

统一书号：15034·2734　　定价：1.15元

前　言

本书是根据“1981年全国造船专业教材编审会议”确定的计划，为高等院校液压传动及控制专业编写的教材，全书可按40学时讲授。

测试技术的发展非常迅速，随着液压技术的广泛应用，有关的工程技术人员迫切希望能掌握必要的基础理论和测试方法，作为液压专业的大学生也应该接受这方面的训练。为了适应这种形势的需要，作者在“液压测试”教学实践的基础上，总结有关科学研究成果和参阅国外文献资料编写了这本教材。

本书第一章和第二章主要介绍标准偏差 σ_s、标准误差 σ_m 在数据分析中的重要用途，并以油液污染度作为例子，说明正态分布的有关特性。学了第三、四章以后，对测量系统可以有一个总的认识。第五、六、七章都是介绍基本参数的测量，因为油液污染程度对液压元件和系统的性能有很大影响，所以在这里专门介绍了油液污染度的测定。第八章液压元件的试验、第九章线性伺服系统的测试都是以典型液压元件或系统为基础，结合有关国际标准，介绍测试回路、精度要求和基本分析。寿命试验是液压元件及系统性能考核的一项重要内容，第十章专门叙述了这方面的基本理论。

哈尔滨工业大学液压教研室赵玉琢同志审阅了全稿并提出修改意见，在此表示衷心感谢。

目 录

第一章 误差分析 …… 1
§1-1 测量误差 …… 1
§1-2 误差与偏差 …… 2
§1-3 误差的概率理论 …… 5
§1-4 累计频数分布曲线 …… 16
第二章 数据处理初步 …… 22
§2-1 标准误差与标准偏差 …… 22
§2-2 重复测量 …… 26
§2-3 误差的合成 …… 28
§2-4 测量数据的权 …… 31
第三章 测量系统的特性 …… 36
§3-1 静态特性 …… 36
§3-2 动态特性 …… 46
第四章 测量系统的组成 …… 55
§4-1 测量系统的组成 …… 55
§4-2 A-D转换和D-A转换 …… 56
§4-3 信号的传送 …… 60
§4-4 显示与记录 …… 63
§4-5 系统组成的分析 …… 65
第五章 机械参数的测量 …… 70
§5-1 长度与角度的测量 …… 70
§5-2 转速的测量 …… 76
§5-3 力与功率的测量 …… 77
§5-4 扭矩的测量 …… 79
第六章 振动、噪声及温度的测量 …… 82
§6-1 振动的测量 …… 82
§6-2 噪声的测量 …… 84
§6-3 温度的测量 …… 87
第七章 流体参数的测量 …… 89
§7-1 压力的测量 …… 89
§7-2 流量的测量 …… 93
§7-3 流体的污染度 …… 98
§7-4 滤器的试验 …… 103
第八章 液压元件的试验 …… 109
§8-1 油泵、油马达的试验 …… 109
§8-2 液压阀的试验 …… 120
第九章 线性伺服系统的测试 …… 129
§9-1 概述 …… 129
§9-2 时间域 …… 129
§9-3 频率域 …… 132
§9-4 电液伺服阀的测试 …… 134
第十章 寿命试验 …… 141
§10-1 试验时间与应力的关系 …… 141
§10-2 子样大小与应力的关系 …… 143
§10-3 子样大小与试验时间的关系 …… 146
§10-4 子样大小、试验时间、置信度及可靠性之间的关系 …… 151
§10-5 中止试验 …… 153
§10-6 高压软管的寿命试验 …… 158
§10-7 电磁铁寿命试验 …… 159
附录表 …… 164
参考文献 …… 172

第一章　误差分析

§1-1　测量误差

一、读数值

在刻度之间显示的读数值将受到人的主观因素的影响。如图1-1所示压力表的读数值，除了人的主观因素外，刻度线和指针的粗细也会影响读数值的结果。一般说来，人的分辨能力大约是最小刻度间隔值的$\frac{1}{5}\sim\frac{1}{10}$，图中压力表的读数值，多数读成107巴，但也可能读成108或106巴。

假如长度的测量仪表的最小分辨力为1微米，对同一对象作10次测量其结果如下：6.277；6.275；6.276；6.275；6.274；6.276；6.276；6.277；6.276；6.270毫米。

通常对10个数据求算术平均值得

$$\overline{x}=6.276(\text{毫米})$$

因为有限次测量不可能得到绝对正确的结果，在上面求出的算术平均值中，也包括系统误差和偶然误差的影响，它与被测对象的真值之间还是有误差的。

有时，因为测量人员的疏忽、操作错误或仪表故障都会使测量结果出现比较大的差错，这种差错并不属于系统误差或偶然误差的讨论范围，计算测量结果时，也应尽可能剔除这种数据。

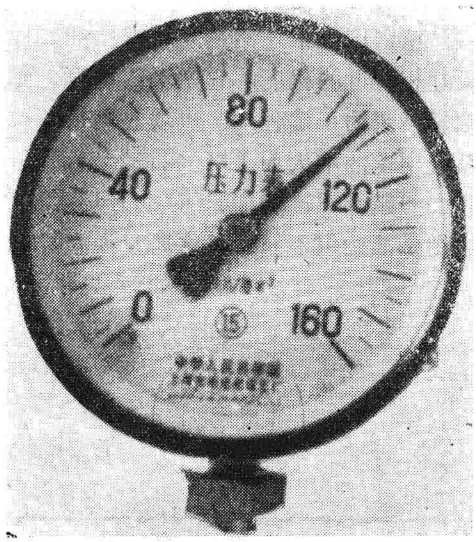

图1-1　压力表读数

二、系统误差

在给定条件下，系统误差具有一定的幅值和相同的符号，它随测量条件的不同而有规律地变化。如果已知系统误差的大小和符号，便可以用符号相反而幅值相当的数值校正测量结果。产生系统误差的原因可归结为以下三方面：

a．自然误差

某些自然现象引起的误差，称为自然误差，如材料的热胀冷缩、气温、气压和温度等都会影响测量的结果。

b．仪器误差

仪器误差简称仪差，它包括仪器本身的结构不完善或使用调节不当所引起的误差。

c．人身误差

人身误差简称人差，这是由于测量人员的感觉器官和运动器官有一定限度而产生的误差；这类误差往往因人而异，并与个人当时的生理与心理状态密切相关。

系统误差的出现经常是有规律的，其原因往往也是可知的或能掌握的，一般地说，应尽可能设法消除系统误差的影响。

如果系统误差存在而我们却不知道，这就会影响测量结果，因为在数据进行统计处理时不一定会发现系统误差存在的具体数值。

三、随机误差

如果测量的分辨能力足够高，即使在消除或校正一切明显的系统误差以后，对同一对象进行反复测量时，每次测量结果仍会出现一些无规律的随机性变化，我们称这种变化为随机误差。

与系统误差不一样，从表面上看，随机误差的出现似乎是偶然现象，故随机误差亦称为偶然误差；其实，随机误差也不是完全偶然的，只是由于产生随机误差的原因太多，各种因素的影响太微小或太复杂，我们还没有完全掌握罢了。利用概率论和数理统计，可以在随机误差中找出一定的规律，确定随机误差对测量结果的影响，并通过适当的处理，尽可能消除随机误差的影响，得到接近真值的测量结果。

§1-2　误差与偏差

一、准确度与精密度

在分析误差以前，先讨论一下准确度与精密度这两个重要概念。

精密度是描述测量的精密、细致程度，也就是对同一对象进行重复测量时，测量结果互相接近的程度；它是对随机误差而言，并随着随机误差的增大而下降。准确度表示测量结果的正确程度，也就是测量结果与真值的一致程度；它是对系统误差而言，并随系统误差的增大而下降。图1-2为枪弹打在靶上的一组结果，(a)和(b)组很精密，而(a)和(c)组都很准确，只有(a)组称得上既精密又准确，(b)组虽然精密但不准确，(c)组则是准确但不精密，之所以说它准确，是指它的平均值接近中心。

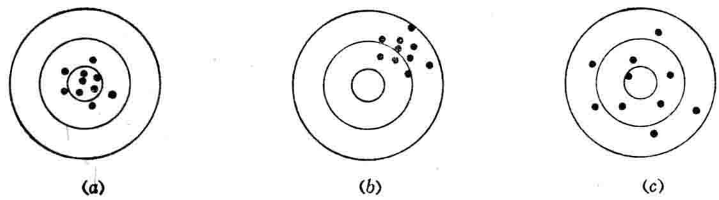

图1-2　准确度与精密度

准确度与精密度可能没有直接的联系，如图1-2所示，(a)与(c)组的准确度差不多，但(c)组的结果却比较分散，精密度差。反过来，精密度并不考虑测量结果相对于真值的正确性，图1-2中(b)组的准确度不好，但它的精密度却与(a)组差不多。

从一组数据求得算术平均值，每个数据与平均值的差异反映一组数据的精密度，但是它并不说明准确的程度。

二、随机误差与正态分布

所谓随机误差，它的出现必须是随机的。例如：一支铅笔从某个高度瞄准地板上的

长方形目标$O-O$，重复落在地板上的图形如图1-3所示。

$O-O$长方形是瞄准的目标，铅笔可能落到其它长方形里，用每个长方形里累计的

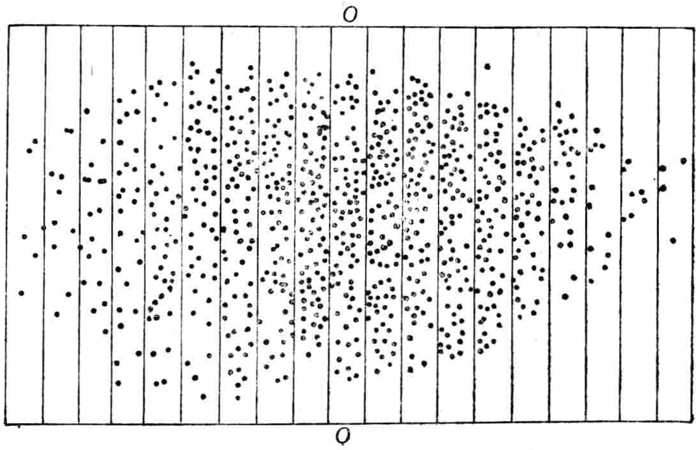

图1-3　铅笔垂落试验

点数作纵坐标画出图1-4的直方图。

大多数随机现象的分布规律与铅笔垂落的试验结果相仿，连接长方形顶端各点组成频数曲线。

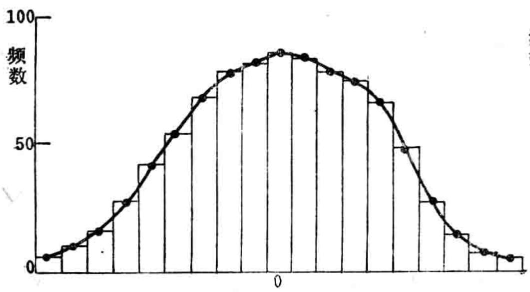

图1-4　铅笔垂落的试验曲线

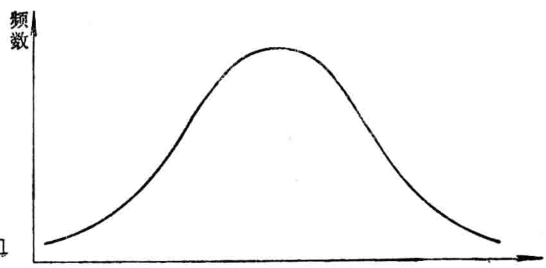

图1-5　测量值的正态分布

如果铅笔垂落的试验重复5000或10000次以上，便可得到比较光滑的钟形曲线，即图1-5所示的正态曲线。它有以下三个特征：

a．与算术平均值差异小的数值出现次数比较多；

b．差异的幅值相等而符号相反的数值，它的出现次数大致相等，也就是曲线左右对称；

c．差异很大的数值很少出现。

实际上，有许多现象都符合这三个特征，例如，一棵树上摘下来的每个苹果的重量；街道上遇到100个人的体重统计；一块田里麦杆的高度；生产钢珠的直径变化以及自行车钢丝的长度等都趋向于正态分布。

关于正态分布的分析，还涉及置信度问题；究竟需要多少次测量才能满足置信度要求呢？粗略地说，如果总体是正态分布，我们经过若干次测量以后，得到的结果近似于

正态分布，就可以认为这组测量是可信的；能够用标准的统计方法处理这些数据，用算术平均值代表这组数据，而每个数据与算术平均值的差异则反映其可信的程度。

三、非对称的频数曲线

图1-4得到的铅笔垂落试验结果，有些向右偏，引起这种不对称的原因，可能是试验次数太少，如果试验次数接近无穷大，便能得到对称的图形。假如得到的曲线对称性很差，就应该再重复多次。

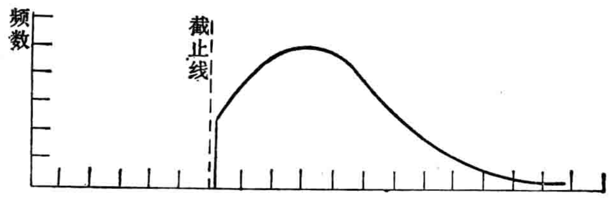

图1-6　乒乓球的试验结果

有时我们去除某个值外的一部分测量数值就会得一个非对称分布。例如，名牌的乒乓球在出厂以前做弹跳试验，乒乓球从一定高度落下来，反跳超过某水平的乒乓球可以通过挡板，作为合格品；不能通过挡板的乒乓球作为处理品，这种试验得到图1-6所示曲线，它的左边有一部分被截去，但总体的频数曲线仍旧是正态分布。

四、误差与偏差

误差与偏差是两个重要的概念，必须严格区别。误差是测量结果与真值之差，由于真值并不知道，所以就不能确定误差。实际工作中，都用一组测量的算术平均值作为最佳值，代替未知的真值，每个测量结果与算术平均值的差叫做偏差。

只有当随机误差的分布完全对称而测量次数无限多时，算术平均值才有可能真正代表真值，但是，实际的测量次数总是有限的，偏差与误差总是有点差别。

实际计算时，用偏差 v 代替误差 x。例如：从10辆汽车的里程表上读得两地的距离 X_i。先令 $v=X_i-\overline{X}$，并计算 Σv^2，再用另一个值 $\overline{X}'$ 代替 $\overline{X}$，计算得到 $\Sigma(v')^2$，比较 Σv^2 和 $\Sigma(v')^2$ 便可以知道用算术平均值得的 Σv^2 比较小。

	X_i	v	v^2	v'*	v'^2
1.	104.8	−0.1	0.01	−0.2	0.04
2.	106.2	+1.3	1.69	+1.2	1.44
3.	103.7	−1.2	1.44	−1.3	1.69
4.	104.5	−0.4	0.16	−0.5	0.25
5.	104.2	−0.7	0.49	−0.8	0.64
6.	104.9	0.0	0.00	−0.1	0.01
7.	104.1	−0.8	0.64	−0.9	0.81
8.	105.2	+0.3	0.09	+0.2	0.04
9.	106.2	+1.3	1.69	+1.2	1.44
10.	105.2	+0.3	0.09	+0.2	0.04
	$\overline{X}=104.9$		6.30		6.40

*　令 $\overline{X}'$ 为105.0且 $v'=X_i-\overline{X}'$。

取大于平均值的 $\overline{X}'$ 为105.0，计算得到偏差平方和 $\Sigma(v')^2=6.40$，它大于 Σv^2（Σv^2 等于6.30）；如果取 $\overline{X}'$ 为104.8，$\Sigma(v')^2$ 也是6.40，无论 $\overline{X}'$ 大于或小于平均值 $\overline{X}$，它们的偏差平方和都比平均值求得的偏差平方和大，也就是说算术平均值的特性之一是偏差平方和最小。

对于有限次测量，我们假定有

$$\overline{X}=\overline{X}_0-\frac{\Sigma x}{n}$$

算术平均值＝真值－平均误差

因为 x 可能是正或负，Σx 不会很大，$\frac{\Sigma x}{n}$ 很小，测量次数越多，算术平均值 $\overline{X}$ 越接近真值 $\overline{X}_0$。

假设随机误差为正态分布，图1-7有

$$v_i=x_i-\frac{\Sigma x}{n}$$

(任一偏差)＝(相应误差)－(平均误差)

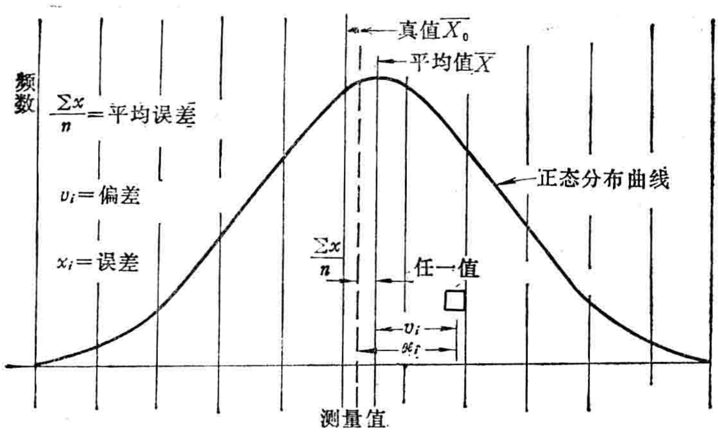

图1-7　误差与偏差

如果测量次数很多，偏差几乎等于误差，虽然不能确定被测量的真值，但可用足够多的测量次数求得接近真值的结果。测量次数太少，算术平均值就不能很好地代表真值。测量次数越多，偏差越接近误差，如果再进一步把偏差限制在一定范围内，则相应的误差也会被限制在某个范围里，这就可以恰当地估计测量结果接近真值的程度。

§1-3　误差的概率理论

一、均方误差和标准偏差

现在的问题是如何描述测量的不一致性，这里先介绍均方误差，它是误差平方的均值的平方根，即

$$\sqrt{\frac{x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_n^2}{n}}=\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}}$$

因为我们并不知道误差 x_1，x_2，x_3，…，只能用偏差 v_1，v_2，v_3，…代替，前面已经介绍过

$$v_i=x_i-\frac{\Sigma x}{n}$$

任何“一次测量”的标准偏差可表示为

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{v_1^2+v_2^2+v_3^2+\cdots+v_n^2}{n-1}}$$

把 σ_s 叫做“一次测量”的标准偏差很容易引起误解，因为标准偏差是子样或一组数值的特性，它不是一次测量得到的结果。我们可以把标准偏差理解为做了若干次测量以后，用 σ_s 来描述下一次测量的特性，也就是在相同采样条件下，用一组数值的特性来描述一个数值。

虽然均方误差与标准偏差有些差别，但是仍经常用标准偏差代替均方误差。有时还以 $\sqrt{\frac{\sum v^2}{n}}$ 代替 $\sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}}$ 来表示 σ_s，只要 n 足够大（超过20次），两次之间的差异就可忽略不计。

统计学告诉我们，子样的标准偏差与总体的标准偏差 σ 之间的关系是

$$\sigma_s=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

例如，某测量仪器做20次测量的结果求得标准偏差 $\sigma_s=\pm 8.5$，再用上式计算总体的标准偏差 σ

$$\sigma=\sigma_s\sqrt{n}=\pm 8.5\sqrt{20}=\pm 38.0$$

再继续进行测量，可以发现总体的标准偏差基本上接近 ± 38.0；但是仍应该强调指出，还是要无数次测量才能得到真正的总体标准偏差。

二、标准误差

一系列测量值的算术平均值，它与真值的不一致性已经比单个测量小许多倍，但是仍希望知道算术平均值与真值的不一致性有多大。一组数值的算术平均值的均方误差是一个值的均方误差除以测量次数的平方根，我们称之为均值的标准误差。以标准偏差代替均方误差，均值的标准误差等于一个测量的标准偏差 σ_s 除以测量次数的平方根

$$\sigma_m=\frac{\sigma_s}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}}\approx\sqrt{\frac{\sum v^2}{n^2}}=\frac{\sqrt{\sum v^2}}{n}$$

应该注意，标准误差是 σ_m；标准偏差是 σ_s。标准误差 σ_m 有时叫做均值的 σ 误差；而标准偏差 σ_s 可叫做 σ 误差。

标准误差是

$$\sigma_m=\sqrt{\frac{\sum v^2}{n(n-1)}}=\frac{\sigma_s}{\sqrt{n}}$$

标准偏差是

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{\sum v^2}{n-1}}$$

必须避免标准误差与标准偏差的混淆。

假如做过一组测量，计算得到的平均值 $\overline{X}$ 和标准偏差 σ_s，平均值 $\overline{X}$ 是最好的代表值，而标准偏差 σ_s 表达数值的散布程度。

标准误差 σ_m 也与测量次数 n 有关，n 值较大可减小平均值 $\overline{X}$ 对真值的误差，如果 n 接近无穷大，σ_m 则趋向零，我们用标准误差表示子样平均值接近总体平均值（也就是接近真值）的程度。这种接近程度的定量描述给出子样平均值的校正范围，使我们更有把握地采用有限次的测量，这就是统计测量的关键。

如图1-8所示，有几个子样（几组测量），每个子样都正确地符合被测对象的特征。这些子样的平均值组成一个正态分布，显然，两个子样的平均值比一个子样好，几个子样的平均值可以更有把握地期望它更接近整个总体平均值。

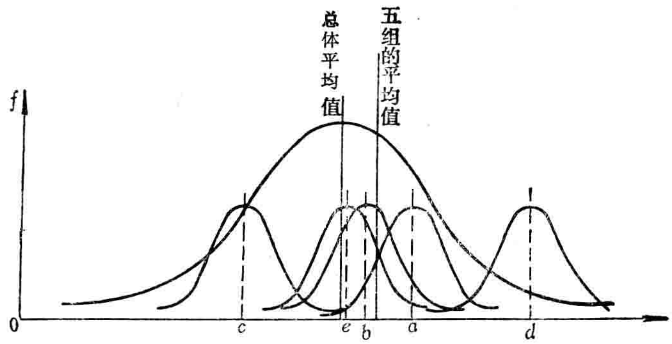

图1-8　子样与总体

在无限次测量得到总体的正态分布以前，可以假设各子样的均值都在总体的范围内正态分布。由子样均值组成的正态分布也有它的标准偏差和标准误差，而且这个标准误差将表示所有的平均值怎样接近总体平均值。

采用表格形式计算均值、标准偏差及标准误差比较方便而清楚。

〔例1-1〕　十个测量距离的数据，求它们的标准偏差及标准误差。

$$平均值\ \overline{X}=\frac{\Sigma X}{n}=\frac{681.615}{10}=68.1615(米)$$

$X(m)$	v	v^2
68.161	−0.0005	0.00000025
68.162	+0.0005	25
68.161	−0.0005	25
68.163	+0.0015	225
68.160	−0.0015	225
68.162	+0.0005	25
68.164	+0.0025	625
68.161	−0.0005	25
68.160	−0.0015	225
68.161	−0.0005	25
$\Sigma X=681.615$	$\Sigma v=0.0000$	$\Sigma v^2=0.00001450$

$$标准偏差\sigma_s=\sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{0.00001450}{9}}\approx\pm0.00127(米)\approx\pm0.001(米)$$

均值的标准误差

$$\sigma_m=\frac{\sigma_s}{\sqrt{n}}=\pm\frac{0.00127}{\sqrt{10}}\approx\pm 0.0004\text{（米）}$$

最佳值为　　　　　68.1615 ± 0.0004（米）

三、标准偏差的简便算法

简便的计算方法是先假定一个平均值，计算中再进行修正。此方法适用于台式计算机或电子计算机，但对于手算可能会带来更大方便。下面的例子先假定平均值 $\overline{X}'$，再修正并得到平均值 $\overline{X}$，任何与平均值的差异记作 v'

$$\overline{X}=\overline{X}'+\frac{\Sigma v'}{n}$$

标准偏差为

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{n}{n-1}}\cdot\sqrt{\frac{\Sigma v'^2}{n}-\left(\frac{\Sigma v'}{n}\right)^2}$$

近似地用

$$\sigma_s\approx\sqrt{\frac{\Sigma v'^2}{n-1}-\left(\frac{\Sigma v'}{n}\right)^2}$$

〔例1-2〕　用假定平均值的方法，上一节的例题更容易手算，先假定平均值为68.160，很容易求得 v'，然后再修正。

平均值

$$\overline{X}=\overline{X}'+\frac{\Sigma v'}{n}=68.160+\frac{0.015}{10}=68.160+0.0015=68.1615\text{（米）}$$

标准偏差

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{n}{n-1}}\ \sqrt{\frac{\Sigma v'^2}{n}-\left(\frac{\Sigma v'}{n}\right)^2}=\sqrt{\frac{10}{9}}\ \sqrt{\frac{0.000037}{10}-\left(\frac{0.015}{10}\right)^2}$$

$$\approx\pm(1.0541)(0.001204)\approx\pm0.00127\text{（米）}\approx\pm0.001\text{（米）}$$

$X(m)$	v'	v'^2
68.161	+0.001	0.000001
68.162	+0.002	4
68.161	+0.001	1
68.163	+0.003	9
68.160	+0.000	0
68.162	+0.002	4
68.164	+0.004	16
68.161	+0.001	1
68.160	+0.000	0
68.161	+0.001	1
($n=10$)	+0.015	0.000037
$\overline{X}'=68.160$	$\Sigma v'$	$\Sigma v'^2$

用近似公式有 $\sigma_s=\pm0.00136$ 或 0.001 米。

还可以进一步简化计算，将数据按大小排列整齐，并用频数表示，上面的例题可整

理成下表：

$X(m)$	f	v'	fv'	v'^2	$f(v'^2)$
68.160	2	0.000	0.000	0.000000	0.000000
68.161	4	1	4	1	4
68.162	2	2	4	4	8
68.163	1	3	3	9	9
68.164	1	4	4	16	16
	$(n=)10$		0.015		0.000037

平均值

$$\overline{X}=\overline{X}'+\frac{\Sigma fv'}{n}=68.160+\frac{0.015}{10}=68.1615\ (\text{米})$$

标准偏差

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{n}{n-1}}\sqrt{\frac{\Sigma f(v'^2)}{n}-\left(\frac{\Sigma fv'}{n}\right)^2}\approx\pm0.00127\ (\text{米})\ \approx\pm0.001\ (\text{米})$$

〔例1-3〕 现有一组儿童的年龄，求平均年龄、标准偏差和平均年龄的标准误差。儿童年龄为

15	12	11	8	13
13	12	8	14	15
9	10	12	11	11

用通常的方法求平均年龄

$$\overline{X}=\frac{\Sigma fX}{\Sigma f}=\frac{174}{15}=11.60$$

再对平均年龄求每个数据的 v 并计算

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{\Sigma fv^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{69.60}{14}}\approx\pm2.23$$

$$\sigma_m=\pm\frac{2.23}{\sqrt{15}}\approx\pm0.58$$

年龄	f	fX	v	v^2	fv^2
8	2	16	−3.6	12.96	25.92
9	1	9	−2.6	6.76	6.76
10	1	10	−1.6	2.56	2.56
11	3	33	−0.6	0.36	1.08
12	3	36	+0.4	0.16	0.48
13	2	26	+1.4	1.96	3.92
14	1	14	+2.4	5.76	5.76
15	2	30	+3.4	11.56	23.12
11.60	15	174			69.60

用假定平均值的方法，先假定平均值为10：

平均值

$$\overline{X}=\overline{X}'+\frac{fv'}{f}=10.00+\frac{24}{15}=10.00+1.60=11.60$$

标准偏差

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{n}{n-1}}\sqrt{\frac{\sum fv'^2}{n}-\left(\frac{\sum fv'}{n}\right)^2}=\sqrt{\frac{15}{14}}\sqrt{\frac{108}{15}-(1.60)^2}\approx\pm 2.23$$

标准误差

$$\sigma_m=\frac{\pm 2.23}{\sqrt{15}}\approx\pm 0.58$$

年龄	f	v'	fv'	$(v')^2$	$f(v')^2$
8	2	−2	−4	4	8
9	1	−1	−1	1	1
10	1	0	0	0	0
11	3	+1	+3	1	3
12	3	+2	+6	4	12
13	2	+3	+6	9	18
14	1	+4	+4	16	16
15	2	+5	+10	25	50
	15		+24		108

〔例1-4〕 用经纬仪测得数值 a，b，c 分别为 63°14′10.5″；63°14′11.0″及 63°14′12.0″，求平均值、标准偏差与标准误差。

观察	X	f	fX	v	fv	fv^2
a	10.5″	2	21.0	−0.72	2(−0.72)	1.04
b	11.0″	4	44.0	−0.22	4(−0.22)	0.20
c	12.0″	3	36.0	+0.78	3(0.78)	1.81
Σ		9	101.0			3.05

平均值

$$\overline{X}=\frac{\sum fX}{n}=\frac{101.0}{9}\approx 11.22''$$

标准偏差

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{\sum fv^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{3.05}{8}}\approx\pm 0.62''$$

标准误差

$$\sigma_m=\frac{0.62}{\sqrt{9}}\approx\pm 0.21''$$

〔例1-5〕 远距离遥测得到 439 个数据，从前三列数据计算平均值，为便于计算，先略去相同的 6.5，并把小数变成整数，在计算 σ_s 时，再将结果除以 1000，恢复到原来数字。

平均值

$$\overline{X}=\frac{\Sigma fX}{n}=\frac{34.317}{439}\approx 78.17$$

或$6.500+0.07817=6.5782$

标准偏差

$$\sigma_s=\sqrt{\frac{\Sigma fv^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{4059}{438}}\approx\sqrt{9.267}\approx\pm 3.04$$

$$\sigma_s=\pm 0.00304 \quad 或 \quad \pm 0.003$$

这是每个测量数据对平均值的标准偏差，再计算平均值的标准误差。

$$\sigma_m=\frac{\sigma_s}{\sqrt{n}}=\pm\frac{0.00304}{\sqrt{439}}\approx\pm 0.00015或0.0002$$

值 X	出现次数 f	乘积，fX (不计6,500)	v 10^{-3}	fv	fv^2
6.571	1	71	−7	−7	49
6.572	8	576	−6	−48	288
6.573	18	1,314	−5	−90	450
6.574	27	1,998	−4	−108	432
6.575	36	2,700	−3	−108	324
6.576	43	3,268	−2	−86	172
6.577	53	4,081	−1	−53	53
6.578	55	4,290	0	0	0
6.579	53	4,187	+1	+53	53
6.580	46	3,680	+2	+92	184
6.581	36	2,916	+3	+108	324
6.582	26	2,132	+4	+104	416
6.583	15	1,245	+5	+75	375
6.584	13	1,092	+6	+78	468
6.585	7	595	+7	+49	343
6.586	2	172	+8	+16	128
6.5782	439	34,317			4,059
平均值	n	ΣfX			Σv^2

四、画直方图及频数密度曲线

图 1-9 表示〔例1-5〕的数值，先画出长方形，再连接顶端中点成为钟形曲线，这是典型的概率曲线。

连接直方图顶端中点得到的频数密度曲线可能波动很大，只有测量次数很多，才能得到光滑对称的钟形曲线。

图 1-9 还画出$\pm\sigma_s$的垂直线，相应的读数是 6.575 和 6.581 ，在此两垂线之间钟形曲线下面包括的面积表示这两个读数之间的数值出现的次数，在 6.575 到 6.581 之间出现的数值大约为68%。

用相同的燃料试验一百个发动机的运转时间，如果用不同的时间间隔，可能得到不同的直方图（见图1-10），选择时间间隔太小，可能使直方图参差不齐而失去意义，如果选择的时间间隔太大，又可能使直方图不反映数据的特性。

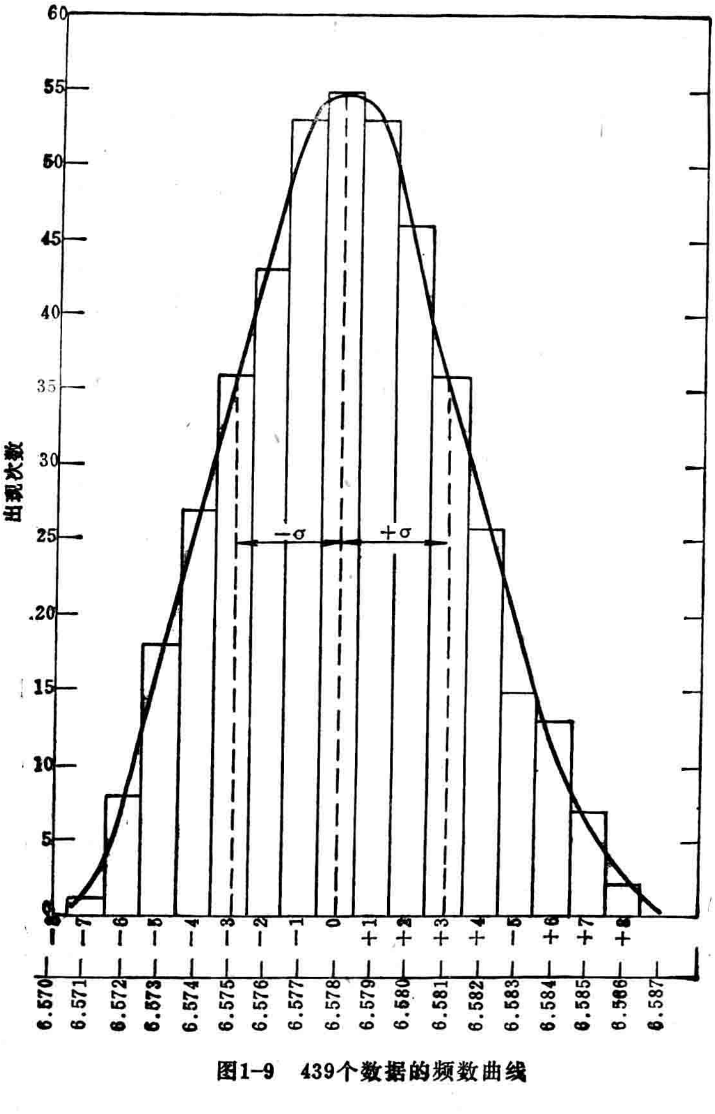

图1-9　439个数据的频数曲线