

21 世纪

数量经济学

Quantitative Economics in the 21st Century

第 14 卷

◎ 主 编 李 平 赵新泉

◎ 副主编 李富强 张 虎

21 世纪
数量经济学

Quantitative Economics in the 21st Century

第 14 卷

◎ 主 编 李 平 赵新泉

◎ 副主编 李富强 张 虎

图书在版编目(CIP)数据

21 世纪数量经济学. 第 14 卷/李平, 赵新泉主编. —北京:
社会科学文献出版社, 2014. 7
ISBN 978 - 7 - 5097 - 6084 - 0

I. ① 2… II. ①李… ②赵… III. ①数量经济学 - 文集
IV. ①F224. 0 - 53

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 114046 号

21 世纪数量经济学 (第 14 卷)

主 编 / 李 平 赵新泉
副 主 编 / 李富强 张 虎

出 版 人 / 谢寿光
出 版 者 / 社会科学文献出版社
地 址 / 北京市西城区北三环中路甲 29 号院 3 号楼华龙大厦
邮政编码 / 100029

责任部门 / 经济与管理出版中心 (010) 59367226 责任编辑 / 蔡莎莎 颜林柯
电子信箱 / caijingbu@ssap.cn 责任校对 / 李有江
项目统筹 / 周 丽 高 雁 责任印制 / 岳 阳
经 销 / 社会科学文献出版社营销中心 (010) 59367081 59367089
读者服务 / 读者服务中心 (010) 59367028

印 装 / 三河市尚艺印装有限公司
开 本 / 787mm × 1092mm 1/16 印 张 / 36.25
版 次 / 2014 年 7 月第 1 版 字 数 / 621 千字
印 次 / 2014 年 7 月第 1 次印刷
书 号 / ISBN 978 - 7 - 5097 - 6084 - 0
定 价 / 138.00 元

本书如有破损、缺页、装订错误, 请与本社读者服务中心联系更换

 版权所有 翻印必究

前 言

本书是《21 世纪数量经济学》丛书的第 14 卷。

中国数量经济学会 2013 年年会于 2013 年 10 月 18 日至 20 日在湖北省武汉市举行，会议由中国数量经济学会主办、中南财经政法大学承办。来自政府部门、研究机构、大专院校和企业的 520 多位数量经济学专家、学者参加了本次年会，会议共收到学术论文 522 篇。

在年会上，美国南加州大学的萧政教授和中国台湾政治大学的吴柏林教授分别做了主旨演讲。

在名家讲坛上，同济大学的袁先智博士，澳大利亚莫纳什大学的田天海博士，中南财经政法大学的李小平博士、欧阳志刚博士、李春涛博士和胡淑兰博士分别讲授了 G - 风险、贝叶斯估计方法以及随机经济模型的参数估计、资源节约型环境友好型外贸发展模式、协整向量调节参数同为非线性的阈值协整检验、分析师跟踪在公司治理中的作用、隐藏马尔可夫过程的极限理论及其在金融中的应用等前沿性学术问题。会议对数量经济理论与方法，宏观经济增长与运行，货币、银行，资本市场、保险，财政、税收，投资、贸易，区域经济、可持续发展，企业、产业经济，实验经济学及其他分支学科进行了专题讨论，120 多位学者在小组学术交流会上介绍了自己的最新研究成果，会议收到了良好的效果。

本书是由本次年会遴选出来的优秀论文集结而成的，共 32 篇，分为 5 个部分：“数量经济学理论与方法”“宏观经济”“金融 资本市场”“企业产业经济”“区域经济 协调发展”。入选的这些论文均有较高的学术水平，具有一定的理论或实践意义。

囿于编者的能力和水平，本书难免存在错误和疏漏，欢迎广大读者批评指正。

编 者

2014 年 1 月

21 世纪数量经济学

(第 14 卷)

主 编 李 平 赵新泉

副 主 编 李富强 张 虎

编审组长 李 平

成 员 李富强 彭 战 陈星星 王喜峰 郭博文

目 录

1. 数量经济学理论与方法

- 1.1 DF 模式下第三种单位根检验的 Bootstrap 检验研究 江海峰 陶长琪 / 3
- 1.2 OLS 方法与 Fuller 统计量适用于非对称协整的
估计与检验吗 贾凯威 / 19
- 1.3 基于时变条件 Johnson Su 密度的 VaR 研究 彭 伟 / 33
- 1.4 关于对数变换的一个注记 魏瑾瑞 / 51
- 1.5 状态空间模型在时变产出弹性和全要素生产率
测算中的应用 张海波 谢德泳 / 65

2. 宏观经济

- 2.1 中国经济增长中全要素生产率贡献的测度及分析 陈星星 / 85
- 2.2 我国物价波动和汇率波动关系特征实证研究
——基于非线性动力系统模型 (C - NNLDS)
..... 邵明振 陈 磊 / 107
- 2.3 基于价格黏性对流动性过剩的内生化解释
..... 唐 亮 万相昱 / 128
- 2.4 不确定性、投资与经济增长 王 妍 陈守东 / 143
- 2.5 政府投资会受税收收入波动“牵连”吗 苑德宇 / 162
- 2.6 新凯恩斯 DSGE 框架下经济动态效率研究
..... 张 强 白仲林 / 181

3. 金融 资本市场

- 3.1 二元经济结构中金融加速器效应的模拟分析
..... 白仲林 尹金友 张 珺 / 205
- 3.2 中国存在格林斯潘卖权吗
——对前瞻性广义货币政策规则的非线性检验
..... 黄 辰 李 睿 / 225
- 3.3 我国货币政策非平稳性与货币政策联动性的内在
机制研究 朱锦月 / 243
- 3.4 关于通货膨胀、铸币税及福利损失的研究
..... 葛翔宇 叶提芳 刘诗璨 / 256
- 3.5 泰勒规则在我国货币政策中应用的研究
..... 程 娜 付英俊 龔承刚 / 270
- 3.6 空间计量视角的区域金融发展与经济收敛关系研究
..... 陈 高 / 286
- 3.7 我国股票市场周内效应、杠杆效应与跳跃行为分析
..... 何诚颖 王占海 张 帅 / 298
- 3.8 股票期权杠杆的相关理论研究 王 芳 汤 弦 / 317
- 3.9 结构突变下中国股市收益的波动性分析 姚宏伟 蒲成毅 / 332

4. 企业 产业经济

- 4.1 我国高新产业和传统产业的风险溢出效应的对比分析
..... 张 虎 鲁 鸽 / 363
- 4.2 基于分层模型的中国企业技术创新影响因素系统分析
..... 赵卫亚 韩文娟 刘俊强 / 374
- 4.3 企业异质性、贸易成本与服务生产率 胡宗彪 王恕立 / 389
- 4.4 技术差距、人力资本结构与企业自主创新强度 张 望 / 413

- 4.5 反倾销报复威胁机制的有效性研究 郭国峰 田艳青 / 434
- 4.6 天津市制造业中主导产业的选择与研究
..... 薄婷婷 王 昭 曹景林 / 445

5. 区域经济 协调发展

- 5.1 中国农村多维贫困测度与维度分解
..... 洪兴建 齐宁林 皇甫俊丽 / 465
- 5.2 碳减排政策、效率与经济平衡增长
..... 刘 丰 国 涓 高铁梅 / 483
- 5.3 劳动报酬变化对通货膨胀的影响研究 金 林 / 507
- 5.4 污染产业区际分布及各省承接程度分析
..... 王 昭 杨 洁 戴明泽 曹景林 / 521
- 5.5 旅游业效率地区差异及影响因素研究
..... 向 艺 郑 林 王成璋 / 541
- 5.6 柴达木地区工业化与城镇化关系的实证研究 刘晓平 / 556

1. 数量经济学理论与方法

1.1 DF 模式下第三种单位根检验的 Bootstrap 检验研究*

江海峰 陶长琪**

摘 要：根据单位根检验的流程，本文考察了 DF 模式下第三种单位根中的三类检验。提出了基于约束残差的 Bootstrap 检验方法，并利用不变原理、大数定律、Slutsky 定理和埃奇沃斯展开方法证明该方法的合理性和有效性。同时借助蒙特卡洛模拟技术与临界值检验进行对比，模拟结果显示：传统的临界值检验水平失真严重；Hylleberg 和 Mizon 提出的临界值检验虽然可以改善检验效果，但受漂移项和样本容量大小的影响而很难应用于实证分析中；Bootstrap 检验方法不但具有满意的检验效果，而且还不受样本容量和漂移项取值的影响，因此可以在实证研究中广泛使用。

关键词：单位根 Bootstrap 检验 蒙特卡洛模拟 埃奇沃斯展开

1.1.1 引言

单位根检验是现代非经典时间序列分析的基础，自 Dickey^① 提出 DF 检

* 本课题受到国家社会科学基金项目（13BJY011）和自然科学基金项目（71273122）资助。

** 江海峰，安徽工业大学商学院；陶长琪，江西财经大学信息管理学院。

① Dickey, D. A., *Estimation and Hypothesis Testing in Nonstationary Time Series*, Unpublished Ph. D. Thesis, Iowa State University, America, 1976.

验以来,单位根检验理论不断得到完善和发展,先后从不同的角度提出了 ADF^①、PP^②、KPSS^③、DF-GLS^④、NRS^⑤和 NP^⑥等 30 余种检验。这些检验的共同特点是在检验前首先要确定数据生成过程 (Data Generating Process, DGP),且检验量分布和临界值与 DGP 一一对应,因此确定 DGP 中是否包括漂移项或者趋势项至关重要, Campbell 和 Perron^⑦更是强调将检验 DGP 作为单位根检验的必备前提。为此 Perron^⑧和 Doldado 等^⑨都提出了单位根检验的一般过程:首先从包括漂移项和趋势项的一般模型出发检验单位根,同时对漂移项和趋势项进行联合检验,如使用 Dickey 和 Fuller^⑩的 Φ_1 、 Φ_2 和 Φ_3 检验量。我国学者聂巧平和张晓峒^⑪、张凌翔和张晓峒^⑫分别推导了联合检验的 F 检验量、Wald 检验量和 LM 检验量。但以上文献只涉及三种场合下的单位根检验研究,对于数据生成和估计都含有漂移项的单位根过程的第三种检验鲜有文献进行研究。这种检验与其他三种检验不同的是:其他三种检验的检验量,无论是单位根项、漂移项、趋势项还是联合检验量,其极限分布都收敛到维纳过程的泛函,为非标准的分布,且因此缺乏现有的临界值,

-
- ① Dickey, D. A., Fuller, W. A., "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Econometrica*, 1981, 49 (4): 1057 - 1072.
- ② Phillips, P. C. B., Perron, P., "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika*, 1988, 75 (2): 335 - 346.
- ③ Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., Shin, Y., "Testing the Null Hypothesis of Stationary against the Alternative of a Unit Root," *Journal of Econometrics*, 1992, 54 (1): 159 - 178.
- ④ Elliott, G., Rothenberg, T. J. and Stock, J. H., "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root," *Econometrica* 1996, 64 (4): 813 - 836.
- ⑤ Elliott, G., Rothenberg, T. J. and Stock, J. H., "Efficient Tests for an Autoregressive Unit Root," *Econometrica* 1996, 64 (4): 813 - 836.
- ⑥ Ng, S., Perron, P., "Lag Length Selection and the Construction of Unit Root Tests with Good Size and Power," *Econometrica*, 2001, 69 (6): 1361 - 1401.
- ⑦ Campbell, J. Y., Perron, P., "Pitfalls and Opportunities: What Macroeconomics Should Know about Unit Roots," *NBER Macroeconomics Annual*, 1991, 6: 141 - 220.
- ⑧ Pierre, Perron, "Trends and Randomwalks in Macroeconomic Time Series: Further Evidence from a New Approach," *Journal of Economic Dynamics and Control*, 1988, 12 (2): 297 - 332.
- ⑨ Doldado, Juan, Tim Jenkinson and Simon Sosvilla-Rivero, "Cointegration and Unit Roots," *Journal of Economic Surveys*, 1990, 4 (3): 249 - 273.
- ⑩ Dickey, D. A., Fuller, W. A., "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Root," *Econometrica*, 1981, 49 (4): 1057 - 1072.
- ⑪ 聂巧平、张晓峒:《ADF 单位根检验中联合检验统计量研究》,《统计研究》2007 年第 2 期。
- ⑫ 张凌翔、张晓峒:《单位根检验中的 Wald 统计量研究》,《数量经济技术经济研究》2009 年第 7 期;张凌翔、张晓峒:《ADF 单位根检验中联合检验 LM 统计量研究》,《统计研究》2010 年第 9 期。

只能通过蒙特卡洛模拟方法获取临界值;但第三种检验的单位根项、漂移项和联合检验量的极限分布分别收敛于标准正态分布和卡方分布,因此可以使用这些分布的临界值。正是由于存在这种本质的差别,因此很多计量软件如 Eviews、SAS、Stata 等并没有把这种检验情形包括在内。已发表的文献显示,在实证分析中也基本没有考虑这种检验情况,这显然不符合检验逻辑,因此应对这种检验形式加以考虑。和其他三种检验相同的是:在这种情况下三类检验量的分布也只在在大样本下成立,不存在有限样本下的分布,而实证分析中的样本,特别是我国的数据,由于早期统计制度的不健全,在大多数场合下不能满足大样本的要求,此时仍然使用基于大样本条件下的临界值进行检验,结果的有效性显然值得怀疑。例如 Leybourne 和 Newbold^① 对单位根项检验的模拟研究表明,使用有限样本下临界值方法对单位根项进行检验,会产生较大的水平扭曲和功效损失。第三种单位根检验临界值还有一个特殊性,即无论样本容量是多少,临界值只取对应标准正态分布和自由度为 2 的卡方分布的相应结果,因此临界值具有唯一性。例如取显著性水平为 0.05,则单位根项、漂移项及其联合检验的临界值分别为 -1.645、1.96 和 5.99,而其他三种检验则可以通过蒙特卡洛模拟,借助响应面技术得到任意有限样本临界值的近似结果。但即使在这种情况下,也会产生水平扭曲,因此可以猜想,对于只使用唯一临界值的第三种检验,其水平扭曲可能更严重。

为了解决小样本下的临界值检验引发的问题,Basawa 等^② 首先将 Bootstrap 方法应用到单位根项检验中,取得了较好的检验效果。Ferretti 和 Romo^③, Richard^④, Mantalos 和 Karagrigoriou^⑤ 等也采用合适的 Bootstrap 方法

① Leybourne, S. and Newbold, P., "On the Size Properties of Phillips-Perron Tests," *Journal of Time Series Analysis*, 1999, 20, 51-61.

② Basawa, I. V., A. K. Mallik, et al., "Bootstrapping Unstable First-order Autoregressive Processes," *Annals of Statistics*, 1991a, 19 (2): 1098-1101; Basawa, I. V., A. K. Mallik, et al., "Bootstrap Test of Significance and Sequential Bootstrap Estimation for Unstable First-order Autoregressive Processes," *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 1991b, 20 (3): 1015-1026.

③ Ferretti, N. and J. Romo, "Unit Root Bootstrap Tests for AR (1) Models," *Biometrika*, 1996, 83 (4): 849-860.

④ Richard, P., "Modified Fast Double Sieve Bootstraps for ADF Tests," *Computational Statistics and Data Analysis*, 2009, 53 (12): 577-594.

⑤ Mantalos, A., Karagrigoriou, "Bootstrapping the Augmented Dickey-Fuller Test for Unit Root Using the MDIC," *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 2012, 3 (82): 431-433.

对单位根项进行了检验,陶长琪和江海峰^①也尝试使用 Bootstrap 方法对单位根联合 F 检验进行研究,其他类似文献不一而足。这些研究表明:引入适当的 Bootstrap 方法,能够有效改善检验效果。鉴于尚没有文献讨论第三种单位根检验和联合检验的水平扭曲问题,同时也受到以上研究文献的启示,本文试图用 Bootstrap 方法来改进第三种单位根检验。

1.1.2 三类检验量的分布与 Bootstrap 检验量的构建

由于 DF 检验和 ADF 检验的思想相同,本文仅以 DF 检验模式为代表进行研究。假设数据的生成过程为:

$$y_t = \alpha + y_{t-1} + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (1)$$

其中 $\alpha \neq 0$, $\varepsilon_t \sim iid(0, \sigma^2)$ 。估计如下模型:

$$y_t = \alpha + \rho y_{t-1} + \varepsilon_t, t = 1, 2, \dots, T \quad (2)$$

令 $x_t = (1, y_{t-1})'$, $\delta = (\alpha, \rho)'$ 。定义规模对角矩阵 $\Lambda = \text{diag} \left[T^{\frac{1}{2}}, T^{\frac{3}{2}} \right]$, 根据陆懋祖^②的推演有:

$$\Lambda(\hat{\delta} - \delta) = (\Lambda^{-1} \sum_{t=1}^T x_t x_t' \Lambda^{-1})^{-1} \Lambda^{-1} \sum_{t=1}^T x_t \varepsilon_t \xrightarrow{d} N(0, Q^{-1} \sigma^2)$$

$$\text{其中 } Q = \begin{pmatrix} 1 & \alpha/2 \\ \dots & \dots \\ \alpha/2 & \alpha^2/3 \end{pmatrix}。 \text{当检验假设 } H_{01}: \alpha = \alpha_0, H_{02}: \rho = 1, H_{03}: \alpha = \alpha_0,$$

$\rho = 1$ 成立时,根据大样本理论有:

$$z_{11} = T^{\frac{1}{2}}(\hat{\alpha} - \alpha_0) \sim N(0, 4\sigma^2), z_{21} = T^{\frac{3}{2}}(\hat{\rho} - 1) \sim N(0, 12\sigma^2/\alpha_0^2)$$

$$\chi^2 = \frac{[\Lambda(\hat{\delta} - \delta_0)]' Q(\alpha_0) [\Lambda(\hat{\delta} - \delta_0)]}{\sigma^2} \xrightarrow{d} \chi^2(2)$$

其中 $\hat{\delta} = (\hat{\alpha}, \hat{\rho})'$, $\delta_0 = (\alpha_0, 1)'$ 。在实际进行检验时,由于 σ^2 未知,所以使用样本方差 s_T^2 来替代,即有:

① 陶长琪、江海峰:《单位根过程联合检验的 Bootstrap 研究》,《统计研究》2013 年第 4 期。

② 陆懋祖:《高等时间序列经济计量学》,上海人民出版社,1999。

$$\hat{\sigma}^2 = s_T^2 = \frac{1}{T-2} \sum_{i=1}^T (y_i - x_i' \hat{\delta})^2$$

且有 $s_T^2 \xrightarrow{P} \sigma^2$ 。标准化 z_{11} 、 z_{21} 并根据 Slutsky 定理得到:

$$z_{12} = \frac{T^{\frac{1}{2}}(\hat{\alpha} - \alpha_0)}{2s_T} \xrightarrow{d} N(0, 1), \quad z_{22} = \frac{T^{\frac{3}{2}}(\hat{\rho} - 1)}{s_T \sqrt{12/\alpha_0^2}} \xrightarrow{d} N(0, 1)$$

$$\chi_2^2 = \frac{[\Lambda(\hat{\delta} - \delta_0)]' Q(\alpha_0) [\Lambda(\hat{\delta} - \delta_0)]}{s_T^2} \xrightarrow{d} \chi^2(2)$$

另外, 还可以使用样本资料计算估计量的近似方差, 即有以下结论成立:

$$z_{13} = \frac{\hat{\alpha} - \alpha_0}{s_T \sqrt{(\sum_{i=1}^T x_i x_i')^{-1}_{(1,1)}}} \xrightarrow{d} N(0, 1), \quad z_{23} = \frac{\hat{\rho} - 1}{s_T \sqrt{(\sum_{i=1}^T x_i x_i')^{-1}_{(2,2)}}} \xrightarrow{d} N(0, 1)$$

$$\chi_3^2 = \frac{(\hat{\delta} - \delta_0)' (\sum_{i=1}^T x_i x_i') (\hat{\delta} - \delta_0)}{s_T^2} \xrightarrow{d} \chi^2(2)$$

检验量 z_{12} 、 z_{22} 、 χ_2^2 、 z_{13} 、 z_{23} 、 χ_3^2 都不含有任何未知量, 因此可以用于检验, 也可以使用 Bootstrap 方法进行检验。就 Bootstrap 方法而言, 因为它们是渐进 pivotal 检验量, 所以可以起到精练效果。除此之外, Bootstrap 方法还可以对含有未知成分的检验量进行检验, 只要使基于原始样本和 Bootstrap 样本下的检验量具有相同分布即可。因此, 就 Bootstrap 方法而言, z_{11} 、 z_{21} 以及 $\chi_1^2 = \chi^2 \sigma^2$ 也可以用于相应检验, 但它们并非 pivotal 检验量, 检验效果一般不如上述 6 个检验量。本文将同时考虑以上 9 个检验量。

1.1.3 三类检验的 Bootstrap 实现

使用 Bootstrap 方法进行检验, 最关键的是构造 Bootstrap 样本, 为此 Davidson 和 MacKinnon^① 给出了两个准则: 首先, 样本的构造要使原假设能够成立; 其次, 对未知参数应使用一致的估计量进行替代。在实际进行检验时, 既可以使用基于无约束的残差构造 Bootstrap 样本, 也可以使用基于原

① Davidson, R., MacKinnon, J., "Improving the Reliability of Bootstrap Tests with the Fast Double Bootstrap," *Computational Statistics*, 2007, 51 (7): 3259 - 3281.

本对总体分布 F 的估计。类似得到 Bootstrap 检验分布与真实分布的误差为:

$$G_T(x, \hat{F}_T) - G_T(x, F_0) = T^{-1/2} [g_1(x, \hat{F}) - g_1(x, F_0)] + O(T^{-1})$$

根据中心极限定理得到:

$$\sqrt{T} [\hat{F}_T(x) - F_0(x)] \xrightarrow{d} N \left\{ 0, F_0(x) [1 - F_0(x)] \right\}$$

从而有 $g_1(x, \hat{F}_T) - g_1(x, F_0) = O(T^{-1/2})$, 因此有:

$$G_T(x, \hat{F}_T) - G_T(x, F_0) = O(T^{-1}) \quad (7)$$

令 c_α^* 满足 $P\{t_T^* \leq c_\alpha^*\} = G_T(c_\alpha^*, \hat{F}_T) = \alpha$, 即 c_α^* 为 Bootstrap 方法下对应名义水平为 α 的临界值, 因此当使用该临界值进行检验时, 根据式 (7) 有:

$$G_T(c_\alpha^*, \hat{F}_T) - G_T(c_\alpha^*, F_0) = O(T^{-1}) \Rightarrow \alpha - G_T(c_\alpha^*, F_0) = O(T^{-1})$$

而当使用标准正态分布下的临界值 z_α 进行检验时, 根据式 (6) 有:

$$G_T(z_\alpha, F_0) - \Phi(z_\alpha) = O(T^{-1/2}) \Rightarrow G_T(z_\alpha, F_0) - \alpha = O(T^{-1/2})$$

其中 z_α 满足 $P\{Z \leq z_\alpha\} = \Phi(z_\alpha) = \alpha$ 为标准正态分布的 α 分位点。因此, 相对于使用渐进分布, Bootstrap 方法下的两种显著性水平的误差具有更快的收敛速度。

对于漂移项的双侧检验来说, 其渐进检验量的分布具有对称性。记 $|t_T|$ 的分布为 $\bar{G}_T(x, F)$, 则根据分布函数的定义得到:

$$\bar{G}_T(x, F) = G_T(x, F) - G_T(-x, F)$$

对其进行埃奇沃斯展开得到:

$$\bar{G}_T(x, F) = \bar{\Phi}(x) + 2T^{-1}g_2(x, F) + O(T^{-3/2})$$

其中 $\bar{\Phi}(x) = \Phi(x) - \Phi(-x)$ 对应标准正态分布随机变量取绝对值后的分布函数, 因此得到在 H_0 成立时双侧检验下的使用渐进分布近真实分布的误差为:

$$\bar{G}_T(x, F_0) - \bar{\Phi}(x) = 2T^{-1}g_2(x, F_0) + O(T^{-3/2}) = O(T^{-1}) \quad (8)$$

类似的, 对 Bootstrap 检验量进行埃奇沃斯展开得到:

$$\bar{G}_T(x, \hat{F}_T) = \bar{\Phi}(x) + 2T^{-1}g_2(x, \hat{F}_T) + O(T^{-3/2})$$

如果有 $p_{ij}(i, j = 1, 2, 3)$ 小于事先指定的显著性水平 α , 则拒绝对应的原假设。

为了说明上述 Bootstrap 方法的合理性, 就需要证明基于 Bootstrap 样本下构造的各个检验量与原始样本下对应的检验量具有相同的极限分布。下面的定理 1 给出了结论。

定理 1: 当原假设 $H_{01}:\alpha = \alpha_0$, $H_{02}:\rho = 1$, $H_{03}:\alpha = \alpha_0, \rho = 1$ 成立时, 按照上述步骤构造的 Bootstrap 样本, 在 $(y_1, y_2, \dots, y_T, \dots)$ 几乎所有样本路径上有 $z_{ij}^* \xrightarrow{d} N(0, 1)$, $\chi_j^{2*} \xrightarrow{d} \chi_j^2(2) (i = 1; j = 2, 3)$ 成立, 且 z_{11}^* 、 χ_1^{2*} 与 χ_1^2 有相同的极限分布。

证明上述定理需要 Bootstrap 不变原理, 为此首先构造如下部分和序列:

$$R_{T,0}^* = 0, \quad R_{T,k}^* = \sum_{j=1}^k \tilde{\varepsilon}_{T,j}^* (k = 1, 2, \dots, T)$$

并构造如下连续随机过程:

$$U_T^*(s) = \frac{1}{\sqrt{T}s_T} [R_{T, \lfloor Ts \rfloor}^* + (Ts - \lfloor Ts \rfloor) \tilde{\varepsilon}_{T, \lfloor Ts \rfloor + 1}^*], s \in [0, 1] \quad (5)$$

其中 s_T 是由基于约束残差 $\hat{\varepsilon}_t$ 计算的样本标准差。下面的引理 1 给出了 Bootstrap 不变原理, 其证明过程参见文献 16。

引理 1: 设 $\hat{\varepsilon}_t$ 为式 (2) 对应的残差, 中心化处理的残差为 $\tilde{\varepsilon}_t$, $\bar{F}_T$ 为 $\tilde{\varepsilon}_t$ 的经验分布函数, $\varepsilon_{T,i}^*$ 是来自 $\bar{F}_T$ 有放回抽样, 定义式 (5) 中的 $\{U_T^*(s): s \in [0, 1]\}$, 则当 $T \rightarrow \infty$ 时几乎处处依概率有 $U_T^*(s) \Rightarrow W(s)$, $s \in [0, 1]$ 。

此外还需要在文献 16 构造 R_{2T}^* 的基础上再构造 R_{1T}^* 与 R_{3T}^* , 表达式分别如下:

$$R_{1T}^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T U_T^*\left(\frac{t}{T}\right) - \int_0^1 U_T^*(s) ds, \quad R_{2T}^* = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T U_T^{*2}\left(\frac{t}{T}\right) - \int_0^1 U_T^{*2}(s) ds$$

$$R_{3T}^* = \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T t U_T^*\left(\frac{t}{T}\right) - \int_0^1 s U_T^*(s) ds$$

引理 2 给出了有关结论, 证明参见文献 16。

引理 2: 在 $(y_1, y_2, \dots, y_T, \dots)$ 几乎所有样本路径上, 当 $T \rightarrow \infty$ 时有 $R_{iT}^* \xrightarrow{P^*} 0, i = 1, 2, 3$ 。