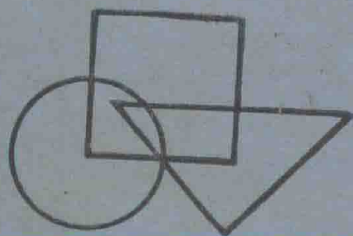


高中 数学 课堂 教学 评测



郭思乐

谭保夏 郭伟才
谢国生 黄国昭

编

广东高等教育出版社

高中数学课堂教学评测

郭思乐 谭保夏 谢国生 编
郭伟才 黄国昭

广东高等教育出版社

高中数学课堂教学评测

《高中数学课堂教学评测》编写小组编

*

广东高等教育出版社出版

广东省怀集县印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 12.9印张280千字

1988年1月第1版 1988年9月修订版

印数1—18,000

ISBN 7-5361-011C-4/G, 28

定价：2.40元

目 录

绪言	(1)
一 数学课堂教学中的诊断性测验和形成性测验	(1)
二 在课堂教学形成性测验中选择题的采用	(4)
三 解数学选择题的常用方法	(8)
四 对本书使用方法的说明	(12)

代 数 第 一 册

第一章 幂函数、指数函数和对数函数	(14)
一 集合	(14)
二 映射与函数	(23)
三 幂函数	(28)
四 一一映射与反函数	(33)
五 指数函数和对数函数	(38)
第二章 三角函数	(51)
一 角的概念的推广与弧度制	(51)
二 任意角的三角函数	(55)
三 诱导公式和已知三角函数值求角	(60)
四 三角函数的图象和性质	(64)
第三章 两角和与差的三角函数	(80)
一 两角和与差的三角函数	(80)
二 倍角与半角的三角函数	(84)
三 三角函数的和积互化	(91)

代数第二册

第一章	反三角函数和简单三角方程.....	(96)
一	反三角函数.....	(96)
二	简单三角方程.....	(109)
第二章	数列与极限.....	(115)
一	数 列.....	(115)
二	数列的极限.....	(125)
第三章	不等式.....	(129)
一	不等式的性质.....	(129)
二	不等式的解法与含有绝对值的不等式.....	(136)
第四章	复数.....	(143)
一	复数的概念.....	(143)
二	复数的运算.....	(146)
三	复数的三角形式.....	(151)

代数第三册

第一章	排列、组合、二项式定理.....	(156)
一	基本原理、排列.....	(156)
二	组合.....	(160)
三	二项式定理.....	(166)

立体几何

第一章	直线与平面.....	(171)
一	平面.....	(171)
二	空间两条直线.....	(175)
三	空间直线和平面.....	(181)
四	空间两个平面.....	(189)

第二章	多面体和旋转体.....	(194)
一	棱柱.....	(194)
二	棱锥.....	(196)
三	棱台.....	(199)
四	圆柱、圆锥、圆台.....	(202)
五	球与球冠.....	(205)
六	棱柱、圆柱的体积.....	(207)
七	棱锥、圆锥的体积.....	(209)
八	棱台、圆台的体积.....	(212)
九	球与球缺的体积.....	(214)

平面解析几何

第一章	直线.....	(216)
一	有向线段、定比分点.....	(216)
二	直线的方程.....	(220)
三	两条直线的位置关系.....	(225)
第二章	圆锥曲线.....	(232)
一	曲线和方程.....	(232)
二	圆.....	(237)
三	椭圆.....	(243)
四	双曲线.....	(248)
五	抛物线.....	(254)
第三章	坐标变换(平移).....	(258)
第四章	参数方程、极坐标.....	(268)
一	参数方程.....	(268)
二	极坐标.....	(275)

答案及提示

代数第一册

第一章	幂函数、指数函数和对数函数.....	(285)
一	集合.....	(285)
二	映射与函数.....	(288)
三	幂函数.....	(289)
四	一一映射与反函数.....	(292)
五	指数函数与对数函数.....	(294)
第二章	三角函数.....	(302)
一	角的概念的推广与弧度制.....	(302)
二	任意角的三角函数.....	(303)
三	诱导公式和已知三角函数值求角.....	(306)
四	三角函数的图象和性质.....	(308)
第三章	两角和与差的三角函数.....	(312)
一	两角和与差的三角函数.....	(312)
二	倍角与半角的三角函数.....	(314)
三	三角函数的和积互化.....	(317)

代数第二册

第一章	反三角函数和简单三角方程.....	(320)
一	反三角函数.....	(320)
二	简单三角方程.....	(325)
第二章	数列与极限.....	(330)
一	数列.....	(330)
二	数列的极限.....	(337)

第三章	不等式	(339)
一	不等式的性质	(339)
二	不等式的解法与含有绝对值的不等式	(343)
第四章	复数	(348)
一	复数的概念	(348)
二	复数的运算	(349)
三	复数的三角形形式	(351)

代 数 第 三 册

第一章	排列、组合、二项式定理	(354)
一	基本原理和排列	(354)
二	组合	(356)
三	二项式定理	(358)

立 体 几 何

第一章	直线与平面	(361)
一	平面	(361)
二	空间两条直线	(362)
三	空间直线与平面	(363)
四	空间两个平面	(365)
第二章	多面体和旋转体	(367)
一	棱柱	(367)
二	棱锥	(368)
三	棱台	(370)
四	圆柱、圆锥、圆台	(371)
五	球与球冠	(373)

六	棱柱、圆柱的体积.....	(374)
七	棱锥、圆锥的体积.....	(375)
八	棱台、圆台的体积.....	(377)
九	球与球缺的体积.....	(378)

平面解析几何

第一章	直线.....	(380)
一	有向直线、定比分点.....	(380)
二	直线的方程.....	(381)
三	两条直线的位置关系.....	(383)
第二章	圆锥曲线.....	(385)
一	曲线和方程.....	(385)
二	圆.....	(386)
三	椭圆.....	(391)
四	双曲线.....	(393)
五	抛物线.....	(396)
第三章	坐标变换(平移).....	(398)
第四章	参数方程、极坐标.....	(404)
一	参数方程.....	(404)
二	极坐标.....	(407)

绪 言

为了方便于高中数学教学的课堂教学诊断和评测，我们编写了这本《高中数学课堂教学评测》一书。本书按高中数学的各分科、各章节、单元，列出以填空题和选择题形式出现的评测题目及答案。题目突出了形成性和循序渐进性，主要用于随堂进行应答式的测验或提问，也可以供学生自我检查，或在高中数学复习中使用。为了使读者更清楚地了解形成性测验和采用填空题和选择题作课堂应答测验方式的意义，掌握选择题的解法，从而更好地使用本书，下面就有关的知识作出介绍，并对本书的使用方法作出说明。

一 数学课堂教学中的诊断性测验和形成性测验

课堂教学是一种半控制过程。由教师设计一定的教学方法，把教材内容展现出来，实现信息的传递，这是一种有目的的行动，因而需要有反馈信息，才能更好地调节教师的教学进程，为达到一定的教学目的服务。课堂教学中，更需要的是超短反馈，即在极短时间内，就了解到学生的存在问题。通常，这都是通过在教学中观察学生的反应，例如学习的外部状态如表情、情绪来察知，但更重要的是通过一系列问题的应答过程去测验。测验可以是集中考查式的，也可以是随时问答式的，可以是书面的，也可以是口头的。在课堂教学中获取信息，了解学生学习存在问题的测验，称为课堂教学中的诊断性测验。

课堂测验不仅要了解整个班级或某个学生掌握特殊高级技能水平的信息，同时也是为了更普遍地了解学习某一部分课程的进步情况。①了解学生掌握知识结论、综合解题能力等高级技能水平的总结性测验，历来是被重视的。但“某一部分课程的进步情况”，则常常被忽视。一般的平时测验或单元测验都往往盲目追求综合性和总结性，只考查结论的应用，而对教学过程中的学生认识的变化，即结论被建立的过程的目标达成程度，则缺乏检查。相应地，教学亦出现只重“结论”，不重“过程”的状况，结果只会用结论，却不知道理论的实质意义，学生得到的知识是事实性的而不是程序性的。在这些知识和更基本的知识间缺乏联系，不能形成知识结构，也不能迁移到学习新知识和解决新问题中去，不能灵活运用。譬如，我们对一间农村中学进行考查的题目是：

题A. 解不等式 $4x - 5 > 2x + 7$ 。

题B. 找出两个 x 的值，使不等式 $4x - 5 > 2x + 7$ 成立。

题A 答对的人数占82%，不懂的仅18%。

题B 答对的占28%，不懂的占72%。

题A和题B同在一张试卷中，由此可见尽管大部分人学会了解不等式的操作，然而却同时有大部分人根本不懂得不等式的解和解不等式的实际含义。

类似地，还表现在不少学生对下列类型的问题无法正确作答：

(1) 写出一个多项式，使它因式分解后等于 $(5 - x)(4y + 3)(4y - 3)$ 。

①《心理测量和评价》R.C.桑代克，E.P.哈根著，叶佩华，邹有华、刘蔚成主译。

(2) 填空: _____ $(x-5) = x^3 - 8x^2 + 20x - 25$.

实际上, 这反映了学生对因式分解和除法的意义没有掌握, 而这些知识, 都是在进行操作前必须掌握的。否则, 即使会操作了, 也不能解决复杂的问题。下列例子同样说明了这个问题:

求在 $[-3\pi, 3\pi]$ 中, 满足 $\cos 2x > \frac{1}{4}$ 的 x 的取值范围。

测验结果表明, 仅仅会求简单三角方程的通解而不理解其意义的学生, 对此束手无策。

这些说明了: 课堂教学的测验或提问, 不能仅具有总结性的因素, 更重要的应该是形成性的评估, 即测验知识形成过程中的问题。从而, 使补救措施更加有的放矢, 更加及时和更加抓住关键, 如果从更积极的意义来讲, 则可以使教和学都更重视思维的过程。

例1 设集合 $M = \{\text{圆}\} \cap \{\text{直线}\}$, 则 M 的元素个数为 ()

(A) 1; (B) 2; (C) 有可能 0, 1, 2, 3;
(D) 0.

本题的正确答案为 (D)。但是许多学生却答成 (A) 或 (C)。事实上, 这是由于受圆和直线位置关系的知识的影响, 误以为 $\{\text{圆}\}$, $\{\text{直线}\}$ 分别表示圆上和直线上的点组成的集合。实际上, 按集合的表示法, $\{\text{圆}\}$ 、 $\{\text{直线}\}$ 的元素分别是圆和直线, 当然不存在一个元素既是圆, 又是直线, 所以 $M = \emptyset$ 。

这样的一道测验题, 就紧紧配合了集合的描述性意义的

学习：集合的元素可以是任意对象，集合的元素有确定性和分明性，等等。同时，也更明确了集合的表示法。

数学课堂教学的诊断测验，既然要反映知识形成过程就必须力图使测验具有层次性，可以区分出不同程度的认识水平，此外，还必须突出重点，避免过于繁琐。

二 在课堂教学形成性测验中选择题的采用

课堂教学的形成性诊断测验，要求有一系列同教学同步而不仅是综合复习式的那类题目，需要较快地取得简明的答案，可供教师随时分析，较方便的就是采用填空题和选择题的形式。

填空题和选择题通常被称为客观题型。它由于在各种水平测试、选拔考试中大量出现而引起了重视。如1987年广东高考（理工农医类）数学试题，就含25道选择题和5道填空题，共占65分。使学生及早熟练选择题的解法，是高中教师所关注的问题。但是，仅仅从应考角度来看平时课堂测验中采用部分选择题，还是很不够的。选择题和填空题之所以适合作为课堂教学形成性测验的命题方式，有着更深刻的原因：有利于展开课堂教学，有利于及时诊断，更好地完成传授数学知识和培养能力的任务。

首先，选择题的独特的解法，有利于促使学生打破常规，形成多向思维和解决问题的能力。选择题是把正确解答支和与它相关的若干个谬误答案支排列在一起，供学生选择的题型，选择题既不象计算题那样，完全未显示解答，也不象证明题一样，把要证而必然可证的结论唯一地陈示出来，这

样，选择题就具有同计算题和证明题都不尽相同的解法。在许多情形下，都可以依据选择题自身的特点，灵活改变传统题目的惯常的思路，或者，把传统题目的思考过程中一些有意义而又容易忽略的环节突出出来，从而更好地培养学生的思维能力。

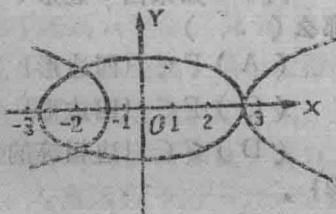
例2 方程组

$$\begin{cases} 4x^2 + 9y^2 = 36, \\ 3x^2 - 4y^2 - 6x = 9 \end{cases}$$

不同的实数解的个数是()

(A) 0; (B) 2; (C) 3; (D) 4.

这个问题，如果通过直接解二元二次方程组来求得结论，则计算相当繁杂，如果运用图形的直观性去判断，则方便得多。事实上，方程组可以化为：



$$\begin{cases} \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1, \\ \frac{(x-2)^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1. \end{cases}$$

画出椭圆和双曲线的草图，立即知道应选择(C)。

这些题型的特点，加上对它们的判断速度的要求，使得学生只有运用逻辑与直觉结合的思维，才能迅速作出解答，它反映了数学教学对直觉思维的新要求。所谓直觉思维，就是对于事物的直观感受和直接的推断。为什么要采取直觉思维呢？这首先因为它是科学思维的一部分。直觉思维是一种复杂的、多途径、多迴路的思维。直觉思维把理论和经验结合在一起，既要求有一定的根据，又不要求有充分的根据。

这就大大提高了它的探查和创造的功能。数学上的许多发现都首先来源于直觉思维，其次才是理论和整理性思维。直觉思维把经验和要解决的问题的实质联系起来，有着简约、自由、生动的特点，有了这种思维能力，就具有了较为敏捷、多端的思维品质。

其次，选择题较为有利于测量解决问题的心理过程，了解可能发生的心理障碍。例如，选择题的分支，可以是若干不完整的心理过程的记录，而当学生选择到某一个层次的答案时，则可反映他的认识达到的水平，这对于有的放矢地进行教学，无疑是十分有益的。

例3 如果凸 n 边形 F ($n \geq 4$) 的所有对角线相等，那么 ()

- (A) $F \in \{\text{四边形}\}$; (B) $F \in \{\text{五边形}\}$;
- (C) $F \in \{\text{四边形}\} \cup \{\text{五边形}\}$;
- (D) $F \in \{\text{边相等的多边形}\} \cup \{\text{内角相等的多边形}\}$.

本题所列，实际上是几个层次的认识：

1. 首先是联想到矩形是合条件的图形，此外想不到还有哪种图形是合条件的；(对应于答(A))

2. 只举出正五边形；(可解答(B))

3. 既然四边形、五边形都可举出，简单归纳，认为应还可举出更多边数的例子，只是一时举不出来，于是选(D)

4. 由(A)成立则(C)成立，否定(A)；由(B)成立则(C)成立，否定(B)，考察(D)有无反例。显见 F 为等腰梯形时是(D)的反例。于是选(C)才正确。

以上答案所反映的四个层次，一个比一个深入，反映了学生对“对角线相等的凸四边形”的概念的完善程度。这

样，只要了解到多数学生选的答案所反映的层次，就可以在教学中作出相应的改进。

例4 平面上有A、B、C、D四个点，没有三点共线，连接这四个点成不封闭的折线，可连成折线的条数是()

(A) 4; (B) 8; (C) 12; (D) 24.

本题答案反映了如下认识层次

1. 无法把问题提炼为排列问题 选(A)，或(B)。

2. 单纯把问题归结为排列问题，而没有顾及到它的实际意义(例如看不出排列A B C D和D C B A属同一折线)，选(D)。

3. 既归结为排列问题，又注意了实际意义，选(C)。

第三，选择题的形式还有助于帮助人学会“笼统地思考”，由粗到细在短时间内完成多种信息变换，借以求得解答，而这正是人在学习和发现中所需要的智慧加工方式，从而，选择题的形式在课堂教学中引起思考方面添注了活力。

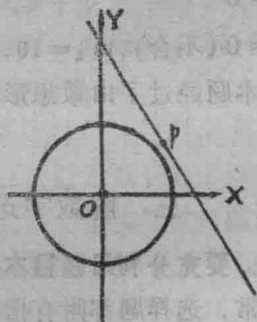
例5 在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上，与直线 $4x + 3y - 12 = 0$ 距离最小的点的坐标是()

(A) $(\frac{8}{5}, \frac{6}{5})$;

(B) $(\frac{8}{5}, -\frac{6}{5})$;

(C) $(-\frac{8}{5}, \frac{6}{5})$;

(D) $(-\frac{8}{5}, -\frac{6}{5})$;



本题只要画出草图，便可以判断要求的点在第一象限，从而判明(A)正确。而如果采用计算去检验的方法，就会繁杂得多。很明显，本题可启发

人们把数字符号信息，转化为图象符号信息。

例6 若实数 x, y ，满足 $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ ，则 $x - 2y$ 的最大值是 ()

(A) $\sqrt{5}$; (B) 10;

(C) 9; (E) $6 + \sqrt{5}$.

在解本题时，若设 $x - 2y = m$ ，则它构成一族直线，而

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$$

表示圆： $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 5$ 。

画草图可知当

直线 $x - 2y = m$

与圆相切时， m 取

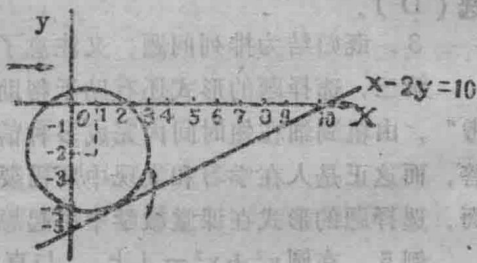
得最大值。这时

$$(2y + m)^2 + y^2 -$$

$$2(2y + m) + 4y =$$

$$0 \text{ 的 } \Delta' = -m^2 +$$

$$10 \cdot m = 0$$



$m_1 = 0$ (不合), $m_2 = 10$, 故应该选 (B)。

解本题经过了由数想形，再由形想数，最后得出答案的过程。

三 解数学选择题的常用方法

1. 要充分利用题目本身的指令性语言

通常，选择题都附有指令性的语言：指出在给出的几个答案中有并且只有一个答案是正确的。因此在思考解法时若能一眼看出某个结论对（是有根据的，而不是胡猜的）或用其他方法肯定一个结论对后，其余的结论就不必过问了。