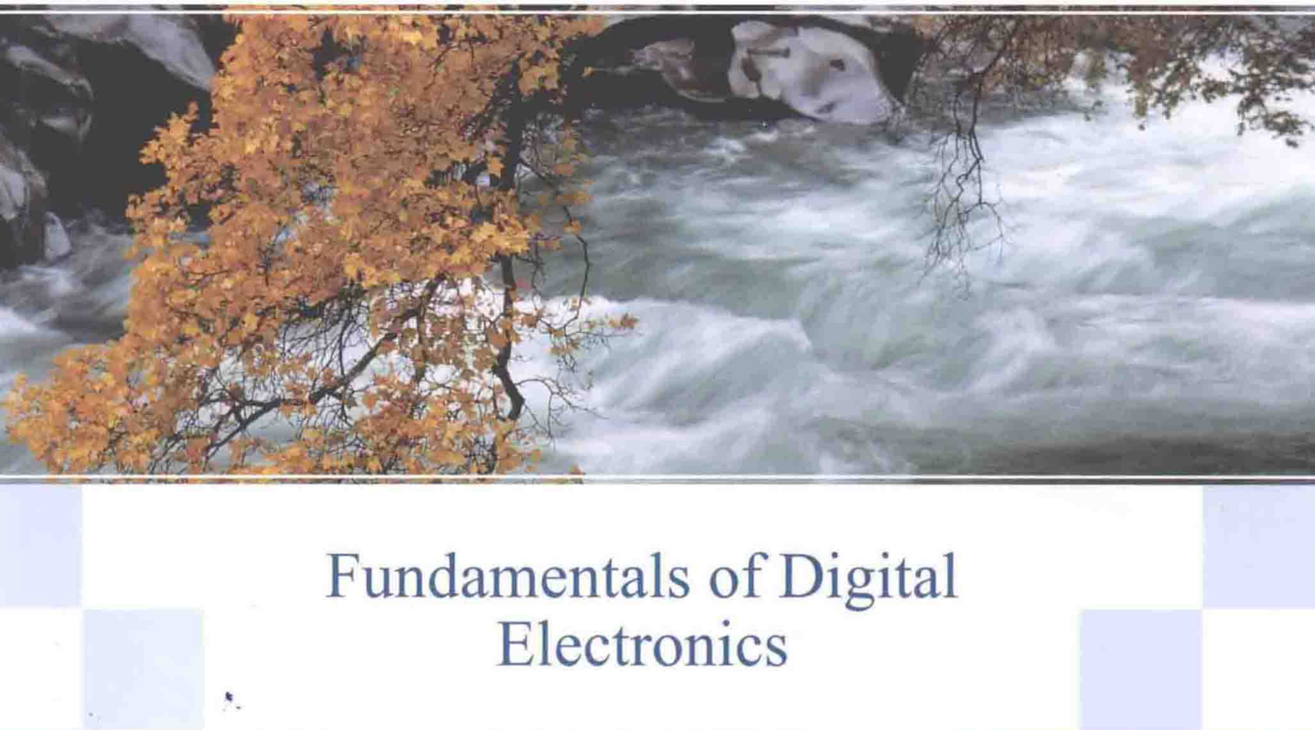
高等职业教育“十二五”规划教材

数字电子技术基础

桑茂兰 濮琼 徐明 主编　　李忠国 主审



Fundamentals of Digital Electronics

引入专业实践，内容通俗易懂

突出基本概念，贴近技术前沿

注重理实结合，培养专业技能

人民邮电出版社
POSTS & TELECOM PRESS

高等职业教育"十二五"规划教材

数字电子技术基础

桑茂兰 濮琼 徐明 主编　李忠国 主审

Fundamentals of Digital Electronics

人民邮电出版社
北京

图书在版编目（C I P）数据

数字电子技术基础 / 桑茂兰，濮琼，徐明主编. --
北京 : 人民邮电出版社，2012.9
高等职业教育“十二五”规划教材
ISBN 978-7-115-28950-6

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①桑… ②濮… ③徐… Ⅲ. ①数字电路—电子技术—高等职业教育—教材 Ⅳ. ①TN79

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第173832号

内 容 提 要

为适应我国高职高专教育的要求，经过教学改革与实践，我们编写了这本《数字电子技术基础》。本教材的特点是淡化理论推导，注重电路的实际应用，内容深入浅出，通俗易懂，便于学生自学和教师施教。

本教材共分为七章，主要内容包括逻辑代数基础、集成逻辑门电路、组合逻辑电路、触发器、时序逻辑电路、脉冲信号的产生与变换、数模和模数转换电路等。各章均配有相应的例题和习题。

本教材可作为高等职业技术院校电子类、机电类专业电子技术基础课程的教材，也可供中等专业学校、高级技工学校或从事电子技术的有关工程技术人员学习、参考。

高等职业教育“十二五”规划教材

数字电子技术基础

◆ 主　　编　桑茂兰　濮　琼　徐　明
主　　审　李忠国
责任编辑　韩旭光

◆ 人民邮电出版社出版发行　　北京市崇文区夕照寺街 14 号
邮编　100061　　电子邮件　315@ptpress.com.cn
网址　http://www.ptpress.com.cn
北京昌平百善印刷厂印刷

◆ 开本：787×1092　1/16
印张：8　　　　2012 年 9 月第 1 版
字数：197 千字　　　　2012 年 9 月北京第 1 次印刷

ISBN 978-7-115-28950-6

定价：19.80 元

读者服务热线：(010)67132746　印装质量热线：(010)67129223
反盗版热线：(010)67171154

前　言

本教材是根据高职高专电子技术课程教学大纲，结合目前高职高专电气、机电类专业教改实际情况和多年从事本课程教学工作经验，综合了部分参考资料编写而成的。

本教材系统地介绍了电子技术——数字电路的基本概念、基本理论、常用电路及其应用。每章知识体系按基本概念、电路构成、工作原理、典型应用层层推进。每章开篇都有“本章导读”和“本章要求”，使学生了解本章要点、明确学习目标，以此激发、引导学生探知究竟、达成目标。

本教材在编写过程中充分考虑到目前高职高专教学实际情况，理论知识以必需、够用为主，注重基本概念和分析方法；对电路构成则淡化内部结构、强调外部特性，尤其突出集成芯片引脚及应用方面的介绍；对电路原理分析以定性为主、定量为辅，弱化理论、强调应用；对常用的逻辑器件的应用，力求贴近学生、贴近生活，旨在培养学生理解应用电路、掌握器件使用的初步能力，加深学生对本门课程重要性、实用性的认识。

本教材的建议学时为60。各校各专业可根据实际情况对书中内容适当删减。本书中带*号内容作为选学内容。

本教材由武汉铁路司机学校桑茂兰、濮琼主编，李忠国主审。全书共分为7章，由濮琼编写第1、2章，由桑茂兰编写第3、4、5、6、7章，全书由桑茂兰统稿。本教材的编写得到了武汉铁路司机学校徐水祥等领导的大力支持，且对本教材编写和出版提出了宝贵的意见，在此表示感谢！

由于编者水平有限，书中存在的一些问题和不妥之处，恳请广大读者批评指正。

编　者

2012年8月

目　录

第 1 章　逻辑代数基础……1

1.1　模拟信号和数字信号……1
1.2　数字电路及其特点……2
1.3　数制和码制……3
1.3.1　数制……3
1.3.2　数制间的转换……4
1.3.3　码制……5
1.4　逻辑代数基础……7
1.4.1　逻辑代数的 3 种基本运算……7
1.4.2　复合逻辑运算……9
1.5　逻辑代数的基本公式和基本规则……9
1.5.1　基本公式……9
1.5.2　基本规则……10
1.6　逻辑函数的表示方法及其转换……11
1.6.1　逻辑函数的表示方法……11
1.6.2　逻辑函数各种表示方法之间的转换……15
1.7　逻辑函数的化简……17
1.7.1　逻辑函数的最简形式……17
1.7.2　逻辑函数的代数化简法……17
1.7.3　逻辑函数的卡诺图化简法……18
1.7.4　具有无关项的逻辑函数的化简……21
本章小结……23
习题 1……23

第 2 章　集成逻辑门电路……26

2.1　半导体器件的开关特性……26
2.1.1　二极管的开关特性……26
2.1.2　三极管的开关特性……27
2.1.3　MOS 管的开关特性……28
2.2　基本逻辑门电路……28
2.2.1　二极管门电路……28
2.2.2　三极管非门……30
2.2.3　复合逻辑门电路……31
2.3　TTL 集成逻辑门电路……32
2.3.1　TTL 与非门……32
2.3.2　TTL 门电路的其他类型……38
2.3.3　TTL 集成逻辑门电路系列简介……42
2.4　CMOS 电路……44
*2.5　逻辑门电路在使用中应注意的问题……45
2.5.1　TTL 与 CMOS 器件之间的接口问题……45
2.5.2　TTL 和 CMOS 电路带负载时的接口问题……46
2.5.3　多余输入端的处理……47
本章小结……47
习题 2……47

第 3 章　组合逻辑电路……51

3.1　组合逻辑电路的分析方法和设计方法……51
3.1.1　组合逻辑电路的定义……51
3.1.2　组合逻辑电路的分析方法……51
3.1.3　组合逻辑电路的设计方法……53
3.2　常用的组合逻辑电路……55
3.2.1　加法器……55
3.2.2　数值比较器……57
3.2.3　编码器……59
3.2.4　译码器……62
3.2.5　数据选择器……67
3.2.6　数据分配器……71

本章小结 …… 72
习题 3 …… 73

第 4 章 触发器 …… 75

4.1 触发器概述 …… 75
4.2 基本 RS 触发器 …… 76
4.3 同步触发器 …… 78
4.3.1 同步 RS 触发器 …… 79
4.3.2 D 触发器 …… 80
4.3.3 JK 触发器 …… 81
4.3.4 T 触发器和 T′触发器 …… 82
4.4 同步触发器类型之间的转换 …… 83
4.4.1 JK 触发器转换成其他类型的触发器 …… 83
4.4.2 D 触发器转换成其他功能的触发器 …… 84
4.5 触发器的应用 …… 85
本章小结 …… 86
习题 4 …… 86

第 5 章 时序逻辑电路 …… 89

5.1 时序逻辑电路概述 …… 89
5.1.1 时序电路的基本特征 …… 89
5.1.2 时序电路逻辑功能的描述方法 …… 90
5.1.3 时序电路的分类 …… 90
5.1.4 时序电路的分析方法 …… 90
5.2 计数器 …… 92
5.2.1 计数器概述 …… 92
5.2.2 同步计数器 …… 93
5.2.3 异步计数器 …… 95
5.2.4 集成计数器 …… 96
5.2.5 集成计数器构成 N 进制计数器的方法 …… 98
5.3 计数器的应用 …… 102
5.4 寄存器 …… 103
5.4.1 数码寄存器 …… 104
5.4.2 移位寄存器 …… 104
5.4.3 集成移位寄存器 …… 105
5.4.4 寄存器的应用 …… 106
本章小结 …… 107
习题 5 …… 107

第 6 章 脉冲信号的产生与变换 …… 111

6.1 集成 555 定时器 …… 111
6.2 单稳态触发器 …… 112
6.3 多谐振荡器 …… 113
6.4 施密特触发器 …… 114
本章小结 …… 115
习题 6 …… 115

第 7 章 数模和模数转换电路 …… 116

7.1 数模转换器 DAC …… 116
7.2 模数转换器 ADC …… 118
本章小结 …… 120
习题 7 …… 121

第 1 章　逻辑代数基础

本章导读　逻辑代数是把事物的逻辑关系用数学关系表示出来的方法，也称布尔代数。在逻辑代数中，事物的状态均可用二进制数 0 和 1 来表示，其基本运算有逻辑与、或、非。逻辑代数已经成为分析和设计数字电路的数学工具，是学习数字电路的基础。本章将首先介绍模拟信号、数字逻辑的基本概念，然后介绍数字电路中几种常见的数制和码制以及逻辑代数的基本概念、公式和定理，在此基础上重点介绍逻辑函数的几种表示方法及逻辑函数的化简。

本章要求　了解数字电路的基本概念；掌握数制和码制，能进行简单的计算；掌握 3 种最基本的逻辑运算；熟悉逻辑代数的基本概念、公式和定理；能用几种不同的方法来表示逻辑函数并能进行转换；掌握逻辑函数的两种化简方法。

1.1　模拟信号和数字信号

自然界的物理量形形色色，按其变化规律可分为两大类：模拟信号和数字信号。模拟信号是在时间上连续、在数值上也连续的物理量。它具有无穷多的数值，其数学表达式也较复杂。自然界中许多物理量属模拟性质的，如速度、压力、温度、声音、重量以及位置等。在工程技术上，为了便于分析，常用传感器将模拟量转换为电流、电压或电阻等电学量。电流和电压常用图形来表示，如正弦函数、指数函数等。图 1-1 所示为模拟信号。

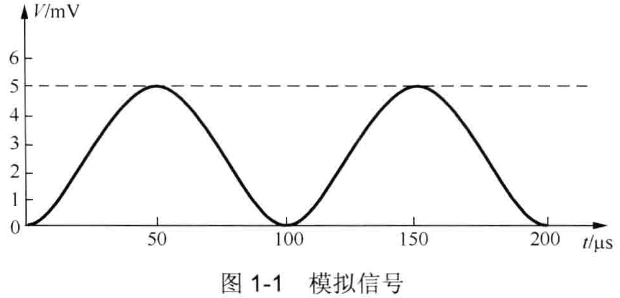


图 1-1　模拟信号

在时间和幅度上都是离散的信号，称为数字信号，如由计算机键盘输入计算机的信号等。如果把输入的高电平信号记为 1，输入的低电平信号记为 0，则电信号的变化非 1 即 0。这里的 1 和 0 不是十进制数中的数字，而是逻辑 1 和 0，称为数字逻辑，数字波形图（即脉冲波形图）如图 1-2 所示。

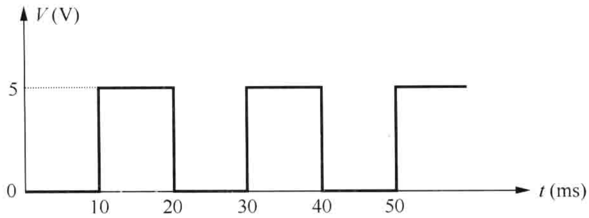


图 1-2　典型的数字信号

1.2　数字电路及其特点

通常将产生、变换、传送、处理模拟信号的电子电路称为模拟电路，将产生存储、变换、传送、处理数字信号的电子电路称为数字电路。在模拟电子技术中介绍的各种放大电路、集成运算放大器、正弦波振荡电路等就是典型的模拟电路，而寄存器、计数器等则是典型的数字电路。从整体来看，数字电路可以分为组合逻辑电路和时序逻辑电路两大类。

由于数字电路主要研究对象是输出与输入间的逻辑关系（因果关系），数字电路中三极管一般是作为开关元件来使用，工作在开关状态（截止区或饱和区），因而在数字电路中不能采用模拟电路的分析方法（加小信号微变等效电路法）。数字电路所采用的主要分析工具是逻辑代数，描述电路的功能主要用真值表、逻辑表达式及波形图等。随着计算机技术的发展，为了分析、仿真与设计数字电路或数字系统，可以采用硬件描述语言和 EDA 软件借助计算机以实现设计自动化。

数字电路与模拟电路相比主要有以下优点。

（1）电路结构简单、易集成和系列化生产，成本低，使用方便。

（2）数字信号在传输时采用高、低电平二值信号，因此数字电路抗干扰能力强、可靠性高，精确性和稳定性好，便于使用、维护和进行故障诊断。

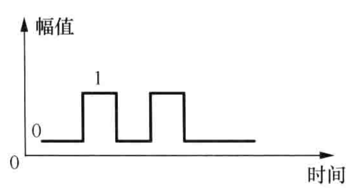
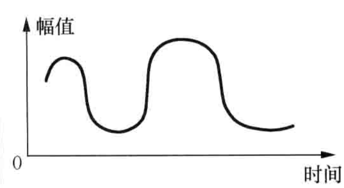
（3）数字电路不仅能完成算术运算，还可以完成逻辑运算，具有逻辑推理和逻辑判断的能力，因此数字电路又称数字逻辑电路。

（4）数字电路中的元件处于开关状态，功耗较小。

由于数字电路具有上述优点，故在计算机、数字通信、数字仪表、数控装置方面得到了广泛的应用。

表 1-1 列出了数字电路和模拟电路的主要区别。

表 1-1　数字电路和模拟电路的主要区别

	数 字 电 路	模 拟 电 路
电路功能（研究的问题）	输入、输出信号间的逻辑关系	如何不失真地进行模拟信号的放大、变换等
工作信号	 在时间和数值上是离散的	 在时间和数值上是连续变化的

续表

	数 字 电 路	模 拟 电 路
三极管的作用及工作区域	开关，一般工作在截止区或饱和区	放大，工作在放大区
主要分析方法	逻辑代数	图解法、微变等效电路法等

1.3　数制和码制

1.3.1　数制

计数进位的规则称为计数体制，简称数制。人们在日常生活中，习惯用十进制数。在数字系统中，常用“1”和“0”来表示电路的通、断或电平的高、低，因此采用二进制数计数方式更加方便和实用。此外，在计算机中为了读写和操作方便，还常使用八进制数和十六进制数。不同进制之间可以相互转换。

1．十进制（Decimal）

十进制是以 10 为基数的计数进制。十进制数中，每一位可取 0～9 十个数码之一，规则为“逢十进一”。一个具有 n 位整数和 m 位小数的十进制数，可以记为 $(D)_{\mathrm{D}}$，下标 D 表示括号中的 D 为十进制数，下标也可用“10”表示。一般表达式为：

$$(D)_{\mathrm{D}} = d_{n-1}\times 10^{n-1} + \ldots + d_1\times 10^1 + d_0\times 10^0 + d_{-1}\times 10^{-1} + \ldots + d_{-m}\times 10^{-m}$$

简单表示为：$(D)_{\mathrm{D}} = \sum\limits_{i=-m}^{n-1} d_i 10^i$

例如，327.56 可以表示成下列多项式

$$327.56 = 3\times 10^2 + 2\times 10^1 + 7\times 10^0 + 5\times 10^{-1} + 6\times 10^{-2}$$

式中，$10^2,10^1,10^0$ 为整数部分的权；$10^{-1},10^{-2}$ 为小数部分的权，它们都是基数 10 的幂。数码与权的乘积称为加权系数，如 3×10^2。因此，十进制的数值为各加权系数之和。

2．二进制（Binary）

二进制数是以 2 为基数的计数进制。在二进制中，每一位二进制数有 0、1 两个不同的数码，计数规则为“逢二进一”，各位的权为 2 的幂。任一个具有 n 位整数和 m 位小数的二进制无符号数可按权展开为：

$$\begin{aligned}(D)_{\mathrm{B}} &= d_{n-1}\times 2^{n-1} + \ldots + d_1\times 2^1 + d_0\times 2^0 + d_{-1}\times 2^{-1} + \ldots + d_{-m}\times 2^{-m}\\ &= \sum_{i=-m}^{n-1} d_i 2^i\end{aligned}$$

【例 1-3-1】将二进制数 $(100110)_2$ 转换为十进制数。

解： $(100110)_2 = 1\times 2^5 + 0\times 2^4 + 0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 1\times 2^1 + 0\times 2^0 = (38)_{10}$

由于二进制数计数规则简单，且与电子器件的开关状态对应。因而在数字系统中获得广泛应用。

3．八进制（Octal）

在八进制数中，每个数位上规定使用的数码为 0，1，2，3，4，5，6，7 共 8 个，故其进位基数只为 8，其计数规则为“逢八进一”。各位的权为 8 的幂。八进制数用下标“8”表示，

也可用下标“o”表示，任一个具有 n 位整数和 m 位小数的八进制无符号数可按权展开为：

$$(D)_{\mathrm{O}} = \sum_{i=-m}^{n-1} d_i 8^i$$

【例 1-3-2】将八进制数 $(167.5)_8$ 转换为十进制数。

解： $(167.5)_8 = 1\times 8^2 + 6\times 8^1 + 7\times 8^0 + 5\times 8^{-1}$

$= 64 + 48 + 7 + 0.625$

$= (119.625)_{10}$

可见，八进制数变为十进制只需要按权展开相加即可。

4．十六进制（Hexadecimal）

在十六进制中，每个数位上规定使用的数码符号为 0，1，2～9，A，B，C，D，E，F，共 16 个，故其进位基数为 16，其计数规则是“逢十六进一”。各位的权值为 16 的幂。十六进制数用下标“16”表示，也可用下标“H”表示，任一个具有 n 位整数和 m 位小数的十六进制无符号数可按权展开为：

$$(D)_{\mathrm{H}} = \sum_{i=-m}^{n-1} d_i 16^i$$

【例 1-3-3】将 16 进制数 $(2\mathrm{B}.4)_{16}$ 转换成十进制数。

解： $(2\mathrm{B}.4)_{16} = 2\times 16^1 + 11\times 16^0 + 4\times 16^{-1} = (43.25)_{10}$

可见，十六进制数变为十进制按权展开相加即可。

在计算机系统中，二进制主要用于机器内部的数据处理，八进制和十六进制主要用于编写程序，十进制主要用于运算最终结果的输出。

1.3.2 数制间的转换

1．任意进制数转换成十进制数

把非十进制数转换成十进制数采用按权展开相加法，在前面的内容中已经说明了此方法，这里不再重复。

2．十进制数转换成二进制数

十进制转换成二进数制时，其整数部分和小数部分的转换方法是不相同的，因此需要分别进行转换。

（1）整数的转换

整数的转换方法是采用“除 2 取余”法，一直除到商数为 0 为止。最先得到的余数为整数部分的最低位 b_0。

【例 1-3-4】将十进制数 23 转换成二进制数。

解： 根据“除 2 取余”法的原理，按如下步骤转换：

$$\begin{array}{r|l l}
2 & 23 & \cdots\cdots\text{余}1\ \ b_0 \\
2 & 11 & \cdots\cdots\text{余}1\ \ b_1 \\
2 & 5 & \cdots\cdots\text{余}1\ \ b_2 \\
2 & 2 & \cdots\cdots\text{余}0\ \ b_3 \\
2 & 1 & \cdots\cdots\text{余}1\ \ b_4 \\
 & 0 &
\end{array}
\quad \uparrow \text{读取次序}$$

则$(23)_D=(10111)_B$

（2）小数的转换

小数的转换方法是采用“乘 2 取整”法，一直进行到乘积的小数部分为 0 或满足要求的精度为止。最先得到的整数为小数部分的最高位 b_{-1}。注意：每次取整后，原整数要变为“0”，再继续乘 2。

【例 1-3-5】 将十进制数（0.562）$_D$ 转换成误差 ε 不大于 2^{-6} 的二进制数。

解： 用“乘 2 取整”法，按如下步骤转换：

$$
\begin{aligned}
& & \text{取整} \\
0.562\times 2 &= 1.124 \ \cdots\cdots & 1\ b_{-1} \\
0.124\times 2 &= 0.248 \ \cdots\cdots & 0\ b_{-2} \\
0.248\times 2 &= 0.496 \ \cdots\cdots & 0\ b_{-3} \\
0.496\times 2 &= 0.992 \ \cdots\cdots & 0\ b_{-4} \\
0.992\times 2 &= 1.984 \ \cdots\cdots & 1\ b_{-5}
\end{aligned}
$$

由于最后的小数 0.984＞0.5，根据“四舍五入”的原则，b_{-6} 应为 1。因此

$$(0.562)_D=(0.100011)_B$$

其误差 $\varepsilon<2^{-6}$。

如果一个十进制数既有整数部分又有小数部分，可将整数部分和小数部分分别按要求进行等值转换，然后合并就可得到结果。

3．二进制与八进制、十六进制间的相互转换

（1）二进制和八进制间的相互转换

由于八进制数的基数 $8=2^3$，故每位八进制数可用三位二进制数构成。将每位八进制数用三位二进制数来代替，再按原来的顺序排列起来，即得到了相应的二进制数。

相反，二进制数转换成八进制数的方法是：整数部分从低位开始，每三位二进制数为一组，最后不足 3 位的，则在高位加 0 补足 3 位；小数部分则从高位开始，每三位二进制数为一组，最后不足 3 位的，则在低位加 0 补足 3 位，然后用对应的八进制数来代替，再按顺序排列写出对应的八进制数。

（2）二进制和十六进制间的相互转换

由于十六进制数的基数 $16=2^4$，故每位十六进制数用 4 位二进制数构成。将每位十六进制数用 4 位二进制数来代替，再按原来的顺序排列起来，即得到了相应的二进制数。

相反，二进制数转换成十六进制数方法与转换成八进制数的方法类似，这里不再赘述。

【例 1-3-6】 将十六进制数 6E.3A5 转换成二进制数。

解： $(6E.3A5)_H=(110\quad 1110.0011\quad 1010\quad 0101)_B$

【例 1-3-7】 将二进制数 1001101.100111 转换成十六进制数。

解： $(1001101.100111)_B=(0100\ 1101.1001\ 1100)_B=(4D.9C)_H$

1.3.3　码制

将一定位数的数码按一定的规则排列起来表示特定对象，称为编码。将形成这种代码所遵循的规则称为码制。在数字系统中，常用一定位数的二进制数码来表示数字、符号和汉字等。将若干个二进制数码 0 和 1 按照一定规律排列起来表示某种特定含义的代码，称为二进

制代码或二进制码。若所需编码的信息为 N 项，则需用的二进制代码的位数 n 应满足：$2^n \geqslant N$

下面介绍几种常用的码制。

1．二-十进制码

将十进制数的 0～9 十个数字用二进制数表示的代码，称为二进制编码的十进制数（Binary Coded Decimal），简称二-十进制码或 BCD 码。4 位二进制数码有 16 种组合，而一位十进制数只需用其中 10 种组合来表示。因此，用 4 位二进制数表示十进制数时，可以有很多种编码方式。表 1-2 所示为几种常用的 BCD 码。

表 1-2 常用的 BCD 码

十进制数	8421 码	2421 码	5421 码	余三码
0	0000	0000	0000	0011
1	0001	0001	0001	0100
2	0010	0010	0010	0101
3	0011	0011	0011	0110
4	0100	0100	0100	0111
5	0101	1011	1000	1000
6	0110	1100	1001	1001
7	0111	1101	1010	1010
8	1000	1110	1011	1011
9	1001	1111	1100	1100
位权	8421 $b_3b_2b_1b_0$	2421 $b_3b_2b_1b_0$	5421 $b_3b_2b_1b_0$	无权

8421BCD 码是 4 位二进制数 0000（0）到 1111（15）16 种组合的前 10 种组合，即 0000（0）～1001（9），其余 6 种为无效码。它是最基本也是应用最多的一种 BCD 码，8,4,2,1 分别表示了每一位的权值，因为每一位的权值固定，因此称之为有权码，表中的 2421 码和 5421 码都为有权码。

余三码是 8421BCD 码的每个码组加 3(0011)形成的。它不能由各位二进制数的权来代表十进制，故属于无权码。

用 BCD 码表示十进制数时，只要把十进制数的每一位数码分别用 BCD 码取代即可。反之，若要知道 BCD 码代表的十进制数，只要把 BCD 码以小数点为起点向左、向右每 4 位分一组，再写出每一组代码代表的十进制数，并保持原排序即可。

如 $(39.85)_{10} = (0011\ 1001.1000\ 0101)_{8421BCD}$

$(010010010011.00100110)_{8421BCD} = (493.26)_{10}$

2．格雷码

格雷码是一种典型的循环码，属于无权码，它有许多形式（如余 3 循环码等），其常用的编码如表 1-3 所示。循环码有两个特点：一个是相邻性，是指任意两个相邻代码之间仅有一位数值不同；另一个是循环性，是指首尾的两个代码也具有相邻性。因为格雷码的这些特性可以减少代码变化时产生的错误，所以它是一种可取性较高的代码。

表 1-3 格雷码编码表

十进制	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
二进制	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001
格雷码	0000	0001	0011	0010	0110	0111	0101	0100	1100	1101

思考:

1. 常用的数制有哪几种，各数制间如何转换？
2. 什么是码制？

1.4 逻辑代数基础

逻辑代数（又称为布尔代数）是由英国数学家乔治•布尔于 19 世纪中叶首先提出并用于描述客观事物逻辑关系的数学方法，广泛地被用于数字逻辑电路和数字系统中，成为逻辑电路分析和设计的有力工具，这就是逻辑代数。

逻辑代数与普通代数的相似之处在于它们都是用字母表示变量，用代数式描述客观事物间的关系。不同的是，逻辑代数是描述客观事物间的逻辑关系，逻辑函数表达式中的逻辑变量的取值和逻辑函数都只有两个值，即 0 和 1。这两个值不具有数量大小的意义，仅表示客观事物的两种相反的状态，如开关的闭合与断开；晶体管的饱和导通与截止；电位的高与低、真与假等。因此，逻辑代数有着不同于普通代数的独立规律和运算法则。数字电路在早期又称为开关电路，因为它主要是由一系列开关元件组成，具有相反的两个状态特征，所以特别适合用逻辑代数对其进行分析和研究，这就是逻辑代数广泛应用于数字电路的原因。

1.4.1 逻辑代数的 3 种基本运算

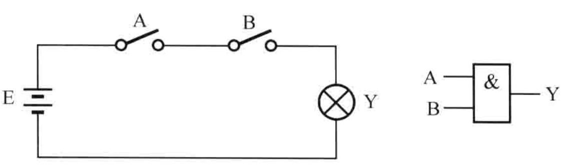
一切互相对立的逻辑状态都可以抽象地用逻辑 1 和逻辑 0 来表示，至于逻辑 1 和逻辑 0 各代表哪种状态，则是人为规定的。一般情况下，我们把用逻辑 1 代表高电平，用逻辑 0 代表低电平的规定称为正逻辑体制；反之则为负逻辑体制，对同一电路使用不同的逻辑体制来分析其逻辑关系，会得出截然不同的结论。所以，分析电路前一定要先确定采用哪一种逻辑体制。本书中，除特殊说明外，一律采用正逻辑体制。

在逻辑代数中，最基本的逻辑关系有 3 种，即与、或、非。

1. 与逻辑

只有当决定事物结果的所有条件全部成立时，结果才会发生，把这种因果关系称为与逻辑，也叫与运算或逻辑乘。

图 1-3（a）表示一个简单的与逻辑电路，只有当开关 A 和 B 全部接通时，灯泡 Y 才亮；有一个或两个开关不接通，Y 都不会亮。



（a）电路 （b）逻辑符号

图 1-3 与逻辑电路图及逻辑符号

如果假设灯泡不亮和开关断开均用逻辑 0 表示，而灯泡亮和开关接通均用 1 表示，则可得到与逻辑的运算表达式

$$Y = A \cdot B \tag{1.4.1}$$

式中的“•”表示 A、B 的与运算符号，读作“与”或“逻辑乘”，也可省略，写成 Y = AB 有的书中也用符号“∩”、“^”表示与运算的。

在数字电路中，把能实现“与运算”功能的电路叫与门，逻辑符号如图 1-3（b）所示。

为了更清晰全面地描述事物的逻辑关系，把输入变量的的所有可能的取值组合对应的输出变量列成表格，这种表格称为真值表。图 1-3（a）所示电路中 A、B 与 Y 的对应关系列成真值表如表 1-4 所示。为了方便记忆，与门的逻辑功能可归纳为“见 0 出 0，全 1 出 1”。

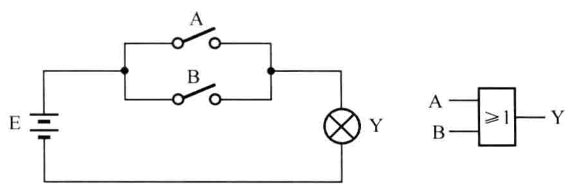
2．或逻辑

当决定一件事情的几个条件中，只要有一个或一个以上条件具备，这件事情就会发生，我们把这种因果关系称为或逻辑。

图 1-4（a）表示一个简单的或逻辑电路，只要开关 A 或 B 接通或两者均接通则灯泡 Y 亮；只有 A 和 B 均断开时，灯泡 Y 才灭。

表 1-4　　与逻辑真值表

A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



（a）电路　　（b）逻辑符号

图 1-4　或逻辑电路图及逻辑符号

或逻辑的逻辑表达式为：$Y = A + B$

式中的“+”表示 A、B 的或运算符号，读作“或”，也可读作“逻辑加”。

有的书中也用符号“∪”、“∨”来表示或运算的。

在数字电路中，把能实现“或运算”功能的电路叫或门，逻辑符号如图 1-4（b）所示。

或逻辑的真值表如表 1-5 所示，为便于记忆，或门的逻辑功能可归纳为“见 1 出 1，全 0 出 0”。

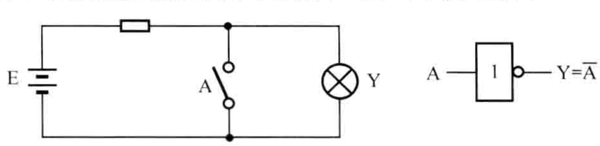
表 1-5　　或逻辑真值表

A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

3．非逻辑

决定事物的结果和条件的状态总是相反的，即条件具备时事情不发生；条件不具备时事情才发生，把这种关系称为非逻辑，或叫逻辑反。

如图 1-5 所示，当开关 A 接通时，灯泡 Y 不亮；而当开关 A 断开时，灯泡 Y 亮。在逻辑代数中，把这种条件和结果的关系称为非运算，也叫求反运算。



（a）电路　　（b）逻辑符号

图 1-5　非逻辑电路及逻辑符号

非逻辑的逻辑表达式为：$Y=\overline{A}$

式中的“-”为求反运算符号，读作“非”或“反”。

有的书中也用“¬”或“～”来表示非运算。

非逻辑的真值表如表 1-6 所示。

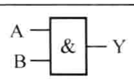
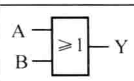
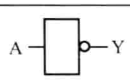
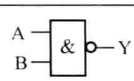
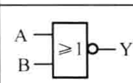
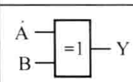
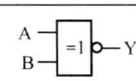
表 1-6　非逻辑真值表

A	$Y=\overline{A}$
0	1
1	0

1.4.2　复合逻辑运算

将基本的与、或、非三种逻辑关系组合起来构成复合逻辑运算，可实现不同的逻辑功能，从而满足应用电路的需要。常用的复合逻辑运算有与非运算、或非运算、与或非运算、异或运算等。表 1-7 列出了几种常用逻辑运算的规则、表达式、逻辑符号及真值表，便于比较学习。

表 1-7　常用的几种逻辑运算

	与			或	非	与非	或非	异或	同或
逻辑规则	见 0 出 0，全 1 出 1			见 1 出 1，全 0 出 0	入出相反	见 0 出 1，全 1 出 0	见 1 出 0，全 0 出 1	相同出 0，相异出 1	相同出 1，相异出 0
表达式	$Y=AB$			$Y=A+B$	$Y=\overline{A}$	$Y=\overline{AB}$	$Y=\overline{A+B}$	$Y=\overline{A}B+A\overline{B}$	$Y=\overline{A}\,\overline{B}+AB$
逻辑符号									
真值表	A	B	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
	0	0	0	0	1	1	1	0	1
	0	1	0	1	1	1	0	1	0
	1	0	0	1	0	1	0	1	0
	1	1	1	1	0	0	0	0	1

思考：

逻辑代数的 3 种基本运算是什么？它们的逻辑功能如何？

1.5　逻辑代数的基本公式和基本规则

1.5.1　基本公式

在逻辑代数中，只有逻辑乘、逻辑加和逻辑非 3 种基本运算，由此可得逻辑运算的一些基本公式和基本定律，现归纳如表 1-8 所示。

【例 1-5-1】证明：$A+AB=A$。

证：等式左 $=A(1+B)=A\cdot 1=A=$ 等式右

【例 1-5-2】证明：$A+\overline{A}B=A+B$。

证：等式左 = $A + AB + \overline{A}B = A + B(A + \overline{A}) = A + B$= 等式右

表 1-8　　逻辑代数的基本公式和基本定律

名　称	公式 1	公式 2
0-1 律	$A+\mathbf{0}=A$ $A+\mathbf{1}=\mathbf{1}$	$A\cdot\mathbf{0}=\mathbf{0}$ $A\cdot\mathbf{1}=A$
互补律	$A+\overline{A}=\mathbf{1}$	$A\cdot\overline{A}=\mathbf{0}$
交换律	$A+B=B+A$	$A\cdot B=B\cdot A$
结合律	$A+B+C=(A+B)+C=A+(B+C)$	$A\cdot B\cdot C=(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$
重叠律	$A+A=A(A+A+A+\cdots+A=A)$	$A\cdot A=A(A\cdot A\cdot A\cdot\ldots\cdot A=A)$
分配律	$A+B\cdot C=(A+B)\cdot(A+C)$	$A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$
吸收律	$A+AB=A$ $A+\overline{A}B=A+B$	$A\cdot(A+B)=A$ $A(\overline{A}+B)=AB$
对合律	$AB+A\overline{B}=A$	$(A+B)\cdot(A+\overline{B})=A$
非非律	$\overline{\overline{A}}=A$	
包含律	$AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$	$(A+B)(\overline{A}+C)(B+C)=(A+B)(\overline{A}+C)$
反演律（摩根定律）	$\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ （或 $\overline{A+B+C+\cdots}=\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}\cdots$）	$\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}$ （或 $\overline{A\cdot B\cdot C\cdots}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\cdots$）

【例 1-5-3】证明： $AB+\overline{A}C+BC=AB+\overline{A}C$

证：等式左 $= AB+\overline{A}C+(A+\overline{A})BC$

$= AB+\overline{A}C+ABC+\overline{A}BC$

$= AB(1+C)+\overline{A}C(1+B)$

$= AB+\overline{A}C$ = 等式右

1.5.2　基本规则

1．代入规则

任何一个含有变量 A 的逻辑等式中，如果用另一个逻辑函数代替式中所有变量 A 的位置，则等式仍然成立，这就是代入规则。

代入规则扩大了基本公式的应用范围。

【例 1-5-4】用代入规则证明 $\overline{A\cdot B\cdot C}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$。

证：在 $\overline{A+B}=\overline{A}\cdot\overline{B}$ 中 B 的位置用 B + C 代入可得

$\overline{A+(B+C)}=\overline{A}\cdot\overline{B+C}=\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$，即得证，同理可将反演律推广到 n 变量。

2．反演规则

由原函数求反函数，称为反演或求反。对于任何一个逻辑表达式 Y，将原函数 Y 中的“•”换成“+”，“+”换成“•”，“0”换成“1”，“1”换成“0”，原变量换成反变量，反变量换成原变量，即可得反函数 $\overline{Y}$，这一规则称为反演规则。

反演规则使我们很容易求已知逻辑函数的反函数。使用时需要注意两点：一，不属于单个变量上的反号应保持不变；二，保持原来的运算优先顺序（即先算括号，再算乘，最后算加）。

【例 1-5-5】 求 $Y=\overline{\overline{A}\,\overline{C}+BD}$ 的反函数。

解： 利用反演规则有 $\overline{Y}=(A+C)\cdot(\overline{B}+\overline{D})$，而不能写成 $Y=A+\overline{B}C+\overline{D}$。

3．对偶规则

对于任何一个逻辑表达式 Y，如果把其中的“•”与“+”互换，“0”与“1”互换，则所得到的表达式就是 Y 的对偶式，记做 Y’。

使用对偶规则需要注意两点：一，不要把原反变里互换，这点与反演规则不同；二，保持原来的运算优先顺序（即先算括号，再算乘，最后算加）。

【例 1-5-6】 求 $Y=A(B+C)$ 的对偶式。

解： 利用对偶规则有 $Y'=A+B\cdot C$

在表 1-5-1 所列公式中，除非非律外，其他均为对偶式，利用对偶规则很容易记忆。

思考：

1. 逻辑代数中的基本定律有哪些？
2. 逻辑代数的基本规则有哪 3 个？你能写出表 1-5-1 中公式 1 的对偶式吗？

1.6　逻辑函数的表示方法及其转换

1.6.1　逻辑函数的表示方法

逻辑函数是描述输入逻辑变量和输出逻辑变量之间的（即条件与结论之间）因果关系，无论是输入变量还是输出变量，都只能取 0 和 1 两种值。逻辑函数的描述方法有真值表、逻辑函数式（逻辑表达式）、逻辑电路图、时序图（波形图）和卡诺图等。

1．真值表

如前面所讲的，真值表是将所有输入逻辑变量的所有可能组合及相应的函数值（输出变量）列成表格的形式。n 个输入变量最多有 2^n 个状态组合。

一个确定的逻辑函数只有一个逻辑真值表，即真值表具有唯一性。

真值表的特点是：能够直观明了地反映变量取值和函数值的对应关系（即逻辑功能），便于把一个实际逻辑问题抽象成数学问题。但当变量较多时真值表显得比较烦琐，为了使输入变量的取值组合不出现遗漏或重复，输入变量的取值组合最好按自然二进制的顺序排列。

下面举一个举重裁判电路的例子。一次举重比赛有 3 个裁判，其中一个为主裁判，两个为副裁判。比赛规则规定，在一名主裁判和两名副裁判中，必须有两人及以上（而且必须包括主裁判）认定运动员动作合格，试举的成绩才为有效。根据要求，列出真值表 1-9，其中 A 表示主裁判掌握的开关，B 和 C 是两名副裁判掌握的开关，“1”表示合格，“0”表示不合格，而 Y 则表示试举成绩，“1”有效，“0”无效。