

从零开始，助您快速成为高手的全方位学习方案！

零点
起飞

零点起飞学 ANSYS 14.5 有限元分析

从零开始，实用为主：从易于上手和快速掌握的实用角度出发

图解案例，清晰直观：案例操作过程配有关节的图片说明

实例引导，专业经典：实例驱动，知识点与实际范例
相结合

注重实践，学练结合：每章配有课后练习，学练
结合理解更深刻

精品图书
超值光盘

◎ 闫法义 许向荣 张涵 编著



光盘中包括多媒体教学视
频及主要实例源文件

清华大学出版社

零点
起飞

零点起飞学

ANSYS 14.5

有限元分析

◎ 闫法义 许向荣 张涵 编著

清华大学出版社
北京

内 容 简 介

ANSYS 是融结构、流体、电场、磁场和声场分析于一体的大型通用有限元分析软件。本书以 ANSYS 14.5 软件版本为基础，对应用 ANSYS 进行有限元分析所采用的基本方法、思路、操作步骤和技巧进行了详细讲述。全书共分 11 章，全面介绍了 ANSYS 14.5 的基本知识，包括实体建模、网格划分、有限元模型的生成、加载和求解、结果后处理等有限元分析的基本技术，对工程中常见的机械结构的静力学分析、模态分析和非线性分析等的分析方法和过程进行了详细讲解。

本书在章节内容的安排上注重实例驱动、学以致用，结合实例详细讲解有限元分析的基本操作步骤，操作过程配有非常详细的图片说明，内容翔实、实践性强，能够帮助读者尽快掌握产品结构分析和有限元分析的操作步骤。

本书适用于 ANSYS 软件的初、中级用户，可以作为高等学校相关专业有限元分析的教材，也适合作为从事结构分析等相关行业的工程技术人员的参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签，无标签者不得销售。

版权所有，侵权必究。侵权举报电话：010-62782989 13701121933

图书在版编目 (CIP) 数据

零点起飞学 ANSYS 14.5 有限元分析 / 闫法义, 许向荣, 张涵编著. —北京: 清华大学出版社, 2014
(零点起飞)

ISBN 978-7-302-35167-2

I. ①零… II. ①闫… ②许… ③张… III. ①有限元分析 – 应用软件 IV. ①0241.82

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 013730 号

责任编辑: 袁金敏

封面设计: 张 洁

责任校对: 胡伟民

责任印制: 何 莹

出版发行: 清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址: 北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编: 100084

社 总 机: 010-62770175 购: 010-62786544

投稿与读者服务: 010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈: 010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者: 北京富博印刷有限公司

装 订 者: 北京市密云县京文制本装订厂

经 销: 全国新华书店

开 本: 185mm×260mm 印 张: 25.25 字 数: 635 千字
(附光盘 1 张)

版 次: 2014 年 7 月第 1 版 印 次: 2014 年 7 月第 1 次印刷

印 数: 1~3500

定 价: 59.00 元



目 录

第 1 章 ANSYS 基础	1
1.1 有限单元法简介	1
1.1.1 数值分析与有限单元法	1
1.1.2 有限单元法的基本解法	2
1.1.3 有限单元法的基本步骤	2
1.2 ANSYS 简介	4
1.2.1 主要特点	4
1.2.2 组成模块	5
1.2.3 主要功能介绍	5
1.3 ANSYS 工作界面	7
1.3.1 启动界面	7
1.3.2 ANSYS 的工作界面	8
1.3.3 ANSYS 14.5 主窗口介绍	10
1.3.4 退出 ANSYS	19
第 2 章 ANSYS 有限元分析基本步骤	20
2.1 ANSYS 有限元分析典型步骤	20
2.2 有限元模型的建立	20
2.2.1 建立和修改工作文件名和标题	21
2.2.2 定义单元类型	23
2.2.3 定义材料属性	25
2.2.4 创建有限元模型	26
2.3 加载和求解	29
2.3.1 定义分析类型和设置分析选项	29
2.3.2 施加载荷	29
2.3.3 选择求解方法	30
2.3.4 求解	31
2.4 结果后处理	31
2.5 综合实例——带孔薄板受力分析	33
第 3 章 坐标系与工作平面	41
3.1 ANSYS 坐标系	41
3.1.1 坐标系简介	41
3.1.2 总体坐标系及其操作	42
3.1.3 局部坐标系及其操作	43

3.1.4 节点坐标系及其操作	51
3.1.5 单元坐标系	54
3.1.6 显示坐标系及其操作	55
3.1.7 结果坐标系及其操作	56
3.2 【WorkPlane】工作平面	56
3.2.1 工作平面的显示和隐藏	56
3.2.2 设置工作平面的显示风格和捕捉功能	57
3.2.3 工作平面的平移和旋转变换	58
3.3 思考与练习	61
第 4 章 实体建模技术	62
4.1 ANSYS 中的实体建模技术简介	62
4.1.1 建模方法	62
4.1.2 实体建模的思路	62
4.2 实体建模	64
4.2.1 关键点和硬点	64
4.2.2 线	67
4.2.3 面	73
4.2.4 体	75
4.3 实体模型的相关操作	79
4.3.1 拖拉	79
4.3.2 延伸线	81
4.3.3 比例缩放	81
4.3.4 实体模型图元相关的几何项信息计算和打印	83
4.4 布尔运算	84
4.4.1 布尔运算的设置	85
4.4.2 交运算	86
4.4.3 加运算	87
4.4.4 减运算	88
4.4.5 切分运算	89
4.4.6 搭接运算	90
4.4.7 粘接运算	91
4.4.8 分割运算	92
4.5 移动与复制	92
4.5.1 移动	93
4.5.2 复制	93
4.6 镜面映射	96
4.7 删除实体	98
4.8 CAD 几何模型导入 ANSYS	99
4.8.1 ACIS 文件导入 ANSYS	101
4.8.2 Parasolid 文件导入 ANSYS	103
4.8.3 UG 几何模型导入 ANSYS	105

4.8.4 其他几何模型导入 ANSYS	106
4.9 综合实例——建立轴承座模型	106
4.10 思考与练习	120
第 5 章 网格划分及有限元模型的建立	121
5.1 网格划分概述	121
5.1.1 直接法创建有限元模型的基本步骤	121
5.1.2 网格划分建模法的基本步骤	122
5.2 定义单元属性	122
5.2.1 单元类型	123
5.2.2 单元实常数	125
5.2.3 材料常数	126
5.3 网格划分控制	130
5.3.1 单元属性分配设置	131
5.3.2 智能单元尺寸控制	136
5.3.3 人工单元尺寸控制	138
5.3.4 网格划分类型及划分器选项设置	148
5.3.5 通过网格划分工具进行网格划分控制	151
5.4 实体模型的网格划分	153
5.4.1 关键点划分质量单元网格	154
5.4.2 线上划分网格	156
5.4.3 面上划分网格	156
5.4.4 体上划分网格	158
5.4.5 体上划分扫掠网格	159
5.4.6 由刻画面生成体网格	160
5.5 直接生成有限元模型	161
5.5.1 创建节点	161
5.5.2 创建单元	163
5.6 修改网格	163
5.6.1 细化网格	163
5.6.2 改进网格	166
5.7 检查网格	167
5.7.1 网格检查	168
5.7.2 检查控制	169
5.8 清除网格	170
5.9 综合实例——支撑件的不同网格划分	171
5.10 习题	178
第 6 章 施加载荷和求解	179
6.1 加载概述	179
6.1.1 载荷的定义	179
6.1.2 载荷施加的对象	180

6.1.3 载荷步选项设置	181
6.2 分析类型与求解控制选项	186
6.2.1 分析类型设置	186
6.2.2 求解控制	187
6.3 载荷定义的基本操作	191
6.3.1 定义载荷的设置	192
6.3.2 删除载荷	196
6.3.3 载荷操作	197
6.4 载荷的施加方法	198
6.4.1 自由度约束	198
6.4.2 集中力载荷	200
6.4.3 面载荷	204
6.4.4 体载荷	209
6.4.5 惯性载荷	212
6.5 求解	215
6.5.1 求解当前步载荷	215
6.5.2 根据载荷步文件求解	215
6.6 综合实例——多步载荷的结构分析	216
6.7 习题	227
第 7 章 通用后处理器	228
7.1 通用后处理概述	228
7.1.1 通用后处理器处理的结果文件	228
7.1.2 结果文件读入通用后处理器	228
7.1.3 浏览结果数据集信息	229
7.1.4 读入结果数据集	229
7.2 结果输出方式控制与图形显示方式	231
7.3 图形显示计算结果	233
7.3.1 绘制变形图	233
7.3.2 绘制等值图和等值线图	233
7.3.3 绘制矢量图	236
7.4 路径操作	237
7.4.1 绘制路径图	241
7.4.2 沿路径的结果数据处理	242
7.4.3 路径数据的存档以及恢复	248
7.5 单元表	250
7.5.1 创建和修改单元表	250
7.5.2 基于单元表的数学运算	251
7.5.3 根据单元表绘制结果图形	256
7.6 列表显示结果	257
7.6.1 结果数据集汇总列表	257
7.6.2 迭代信息汇总	257

7.6.3 排序列表	258
7.7 列表查询计算结果	260
7.8 结果观察器	263
7.9 综合实例——桁架的计算及通用后处理技术	264
7.10 本章小结	274
7.11 习题	275
第 8 章 时间历程后处理器	276
8.1 时间历程后处理器概述	276
8.2 结果选项设置控制	277
8.2.1 环境设置	277
8.2.2 存储后处理数据	279
8.2.3 定义变量	280
8.3 列表显示结果	285
8.4 绘制时间—变量曲线	286
8.5 变量的数学运算	287
8.6 变量观察器	288
8.7 综合实例——弹簧质量系统谐响应分析	291
8.8 习题	299
第 9 章 工程结构线性静力分析	300
9.1 静力分析概述	300
9.2 静力分析的求解步骤	301
9.2.1 建模	301
9.2.2 设置求解控制	301
9.2.3 设置其他求解选项	305
9.2.4 施加载荷	307
9.2.5 求解	307
9.2.6 检查分析结果	308
9.3 综合实例——内六角螺栓扳手	310
9.3.1 工程背景	310
9.3.2 问题描述	310
9.3.3 GUI 操作	311
9.3.4 命令流	322
9.4 本章小结	323
9.5 习题	324
第 10 章 模态分析	325
10.1 模态分析的定义及应用	325
10.2 模态分析的方法	325
10.3 矩阵缩减技术和主自由度选择准则	327
10.4 模态分析过程	328
10.4.1 建模	328
10.4.2 加载及求解	328
10.4.3 扩展模态	330

10.4.4 结果观察	332
10.5 综合实例——梁的模态分析	333
10.5.1 工程背景	333
10.5.2 问题描述	333
10.5.3 GUI 操作	333
10.5.4 命令流	343
10.6 本章小结	344
10.7 习题	344
第 11 章 非线性分析	345
11.1 非线性分析概述	345
11.1.1 结构非线性的概念	345
11.1.2 非线性分析的基础知识	345
11.2 结构非线性分析	347
11.2.1 非线性静态分析的步骤	347
11.2.2 非线性瞬态分析的步骤	354
11.2.3 非线性分析的提示	354
11.3 几何非线性	355
11.3.1 大应变效应	355
11.3.2 应力与应变	356
11.3.3 小应变大位移	356
11.3.4 应力刚化	357
11.3.5 旋转软化	358
11.4 材料非线性分析	359
11.4.1 塑性理论简介	359
11.4.2 常用非线性材料本构关系	360
11.4.3 如何使用塑性	361
11.5 屈曲分析	362
11.5.1 屈曲分析的类型	362
11.5.2 非线性屈曲分析	362
11.5.3 特特征值屈曲分析	363
11.6 综合实例 1——悬臂梁的非线性屈曲分析	363
11.6.1 工程背景	363
11.6.2 问题描述	363
11.6.3 GUI 操作	364
11.6.4 命令	379
11.7 综合实例 2——平板蠕变分析	380
11.7.1 工程背景	380
11.7.2 问题描述	380
11.7.3 GUI 操作	381
11.7.4 命令	392
11.8 本章小结	392
11.9 习题	393

4.8.4 其他几何模型导入 ANSYS	106
4.9 综合实例——建立轴承座模型	106
4.10 思考与练习	120
第 5 章 网格划分及有限元模型的建立	121
5.1 网格划分概述	121
5.1.1 直接法创建有限元模型的基本步骤	121
5.1.2 网格划分建模法的基本步骤	122
5.2 定义单元属性	122
5.2.1 单元类型	123
5.2.2 单元实常数	125
5.2.3 材料常数	126
5.3 网格划分控制	130
5.3.1 单元属性分配设置	131
5.3.2 智能单元尺寸控制	136
5.3.3 人工单元尺寸控制	138
5.3.4 网格划分类型及划分器选项设置	148
5.3.5 通过网格划分工具进行网格划分控制	151
5.4 实体模型的网格划分	153
5.4.1 关键点划分质量单元网格	154
5.4.2 线上划分网格	156
5.4.3 面上划分网格	156
5.4.4 体上划分网格	158
5.4.5 体上划分扫掠网格	159
5.4.6 由刻画面生成体网格	160
5.5 直接生成有限元模型	161
5.5.1 创建节点	161
5.5.2 创建单元	163
5.6 修改网格	163
5.6.1 细化网格	163
5.6.2 改进网格	166
5.7 检查网格	167
5.7.1 网格检查	168
5.7.2 检查控制	169
5.8 清除网格	170
5.9 综合实例——支撑件的不同网格划分	171
5.10 习题	178
第 6 章 施加载荷和求解	179
6.1 加载概述	179
6.1.1 载荷的定义	179
6.1.2 载荷施加的对象	180

6.1.3 载荷步选项设置	181
6.2 分析类型与求解控制选项	186
6.2.1 分析类型设置	186
6.2.2 求解控制	187
6.3 载荷定义的基本操作	191
6.3.1 定义载荷的设置	192
6.3.2 删除载荷	196
6.3.3 载荷操作	197
6.4 载荷的施加方法	198
6.4.1 自由度约束	198
6.4.2 集中力载荷	200
6.4.3 面载荷	204
6.4.4 体载荷	209
6.4.5 惯性载荷	212
6.5 求解	215
6.5.1 求解当前步载荷	215
6.5.2 根据载荷步文件求解	215
6.6 综合实例——多步载荷的结构分析	216
6.7 习题	227
第 7 章 通用后处理器	228
7.1 通用后处理概述	228
7.1.1 通用后处理器处理的结果文件	228
7.1.2 结果文件读入通用后处理器	228
7.1.3 浏览结果数据集信息	229
7.1.4 读入结果数据集	229
7.2 结果输出方式控制与图形显示方式	231
7.3 图形显示计算结果	233
7.3.1 绘制变形图	233
7.3.2 绘制等值图和等值线图	233
7.3.3 绘制矢量图	236
7.4 路径操作	237
7.4.1 绘制路径图	241
7.4.2 沿路径的结果数据处理	242
7.4.3 路径数据的存档以及恢复	248
7.5 单元表	250
7.5.1 创建和修改单元表	250
7.5.2 基于单元表的数学运算	251
7.5.3 根据单元表绘制结果图形	256
7.6 列表显示结果	257
7.6.1 结果数据集汇总列表	257
7.6.2 迭代信息汇总	257

7.6.3 排序列表	258
7.7 列表查询计算结果	260
7.8 结果观察器	263
7.9 综合实例——桁架的计算及通用后处理技术	264
7.10 本章小结	274
7.11 习题	275
第 8 章 时间历程后处理器	276
8.1 时间历程后处理器概述	276
8.2 结果选项设置控制	277
8.2.1 环境设置	277
8.2.2 存储后处理数据	279
8.2.3 定义变量	280
8.3 列表显示结果	285
8.4 绘制时间—变量曲线	286
8.5 变量的数学运算	287
8.6 变量观察器	288
8.7 综合实例——弹簧质量系统谐响应分析	291
8.8 习题	299
第 9 章 工程结构线性静力分析	300
9.1 静力分析概述	300
9.2 静力分析的求解步骤	301
9.2.1 建模	301
9.2.2 设置求解控制	301
9.2.3 设置其他求解选项	305
9.2.4 施加载荷	307
9.2.5 求解	307
9.2.6 检查分析结果	308
9.3 综合实例——内六角螺栓扳手	310
9.3.1 工程背景	310
9.3.2 问题描述	310
9.3.3 GUI 操作	311
9.3.4 命令流	322
9.4 本章小结	323
9.5 习题	324
第 10 章 模态分析	325
10.1 模态分析的定义及应用	325
10.2 模态分析的方法	325
10.3 矩阵缩减技术和主自由度选择准则	327
10.4 模态分析过程	328
10.4.1 建模	328
10.4.2 加载及求解	328
10.4.3 扩展模态	330

10.4.4 结果观察	332
10.5 综合实例——梁的模态分析	333
10.5.1 工程背景	333
10.5.2 问题描述	333
10.5.3 GUI 操作	333
10.5.4 命令流	343
10.6 本章小结	344
10.7 习题	344
第 11 章 非线性分析	345
11.1 非线性分析概述	345
11.1.1 结构非线性的概念	345
11.1.2 非线性分析的基础知识	345
11.2 结构非线性分析	347
11.2.1 非线性静态分析的步骤	347
11.2.2 非线性瞬态分析的步骤	354
11.2.3 非线性分析的提示	354
11.3 几何非线性	355
11.3.1 大应变效应	355
11.3.2 应力与应变	356
11.3.3 小应变大位移	356
11.3.4 应力刚化	357
11.3.5 旋转软化	358
11.4 材料非线性分析	359
11.4.1 塑性理论简介	359
11.4.2 常用非线性材料本构关系	360
11.4.3 如何使用塑性	361
11.5 屈曲分析	362
11.5.1 屈曲分析的类型	362
11.5.2 非线性屈曲分析	362
11.5.3 特征值屈曲分析	363
11.6 综合实例 1——悬臂梁的非线性屈曲分析	363
11.6.1 工程背景	363
11.6.2 问题描述	363
11.6.3 GUI 操作	364
11.6.4 命令	379
11.7 综合实例 2——平板蠕变分析	380
11.7.1 工程背景	380
11.7.2 问题描述	380
11.7.3 GUI 操作	381
11.7.4 命令	392
11.8 本章小结	392
11.9 习题	393

第1章 ANSYS 基础

ANSYS 是当前使用最广泛，功能最强大的有限元分析软件。在开始学习之前，应对有限单元法和 ANSYS 软件本身有一些基本了解。本章首先介绍有限元法的特点、基本思想和解题过程，并对 ANSYS 软件的主要特点、组成模块和功能进行简单介绍。然后，介绍 ANSYS 14.5 的系统需求与安装方法。最后，介绍 ANSYS 14.5 的用户界面、工作环境和基本操作等。

1.1 有限单元法简介

1.1.1 数值分析与有限单元法

在科学技术领域内，对于许多力学问题和物理问题，人们已经得到了它们应遵循的基本方程（通常为常微分方程或偏微分方程）和相应的定解条件。但能用解析方法求出精确解的只是少数性质比较简单，且几何形状相当规则的问题。对于大多数问题，由于方程某些特征的非线性性质，或由于求解区域的几何形状比较复杂，不能得到解析的答案。这类问题的解决通常有两种途径。一是引入简化假设，将方程和几何边界简化为能够处理的情况，从而得到问题在简化状态下的解答。但是这种方法只是在有限的情况下是可行的，因为过多的简化可能导致误差很大甚至错误的解答。因此，人们多年来寻找和发展了另一种求解途径和方法——数值解析法。特别是近三十年来，随着电子计算机的飞速发展和广泛应用，数值分析方法已成为求解科学技术问题的主要工具。

已经发展的数值分析方法可以分为两大类。第一类以有限差分法为代表，其特点是直接求解基本方程和相应定解条件的近似解。差分法求解步骤为：首先，将求解区域划分为网格，然后在网格的结点上用差分方程近似微分方程。当采用较多的结点时，近似解的精度可以得到改进。借助于有限差分法，能够求解某些相当复杂的问题，特别是求解建立于空间坐标系的流体流动问题，有限差分法有自己的优势。因此，在流体力学领域内，它至今仍占支配地位，但用于几何形状复杂的问题时，它的精度将降低，甚至发生困难。

另一类数值分析方法是首先建立和原问题基本方程及相应定解条件相等效的积分提法，然后据之建立近似解法，如配点法、最小二乘法、伽辽金法和力矩法等都属于这一类数值方法。上述方法在不同的领域或类型的问题中得到了成功应用，但也只能限于几何形状规则的问题。其基本原因是它们都是在整个求解区域上假设近似函数。因此，对于几何形状复杂的问题，不可能建立合乎要求的近似函数，而有限单元法的出现，是数值分析方法研究领域内重大突破性的进展。

有限单元法的应用已由弹性力学平面问题扩展到空间问题、板壳问题，由静力平衡问

题扩展到稳定问题、动力问题和波动问题。分析的对象从弹性材料扩展到塑性、粘弹性、粘塑性和复合材料等，从固体力学扩展到流体力学、传热学等连续介质力学领域。在工程分析中的作用已从分析和校核扩展到优化设计和计算机辅助设计技术相结合。可以预见，随着现代力学、计算数学和计算机技术等学科的发展，有限单元法作为一个具有巩固理论基础和广大应用效力的数值分析工具，必将在国民经济建设和科学技术发展中发挥更大的作用，其自身也将得到进一步的发展和完善。

1.1.2 有限单元法的基本解法

有限单元法的基本思想是将连续的求解区域离散为一组有限个、且按一定方式相互联结在一起的单元的组合体。由于单元能按不同的联结方式进行组合，且单元本身又可以有不同的形状，因此，可以模型化几何形状复杂的求解域。因此，有限单元法对求解区域的几何形状没有要求，对于力学及其他物理问题的求解具有很好的通用性。有限单元法作为数值分析方法的另一个重要特点是利用在每一个单元内假设的近似函数来分片表示整个求解域上待求的未知场函数。单元内的近似函数通常由未知场函数及其导数在单元的各结点的数值和其插值函数来表达。这样一来，一个问题的有限元分析中，未知场函数或及其导数在各个结点上的数值就成为新的未知量（也即自由度），从而使一个连续的无限自由度问题变成离散的有限自由度问题。一经求解出这些未知量，就可以通过插值函数计算出各单元内场函数的近似值，从而得到整个求解域上的近似解。随着单元数的增加，也即单元尺寸的缩小，或者随着单元自由度的增加及插值函数精度的提高，解的近似程度也将不断改进。如果单元是满足收敛要求的，近似解最后将收敛于精确解。

1.1.3 有限单元法的基本步骤

在工程或物理问题的数学模型（基本变量、基本方程、求解域和边界条件等）确定以后，有限单元法作为对其进行分析的数值计算方法的基本步骤如下。

1. 离散化

一个复杂的弹性体可以看成是由无限个质点组成的连续体，它具有无限个自由度。将一个受外力作用的连续弹性体离散成一定数量的有限个小单元的集合体，单元之间只在节点上互相联系，亦即只有节点才能传递力。因此，该集合体只具有有限个自由度，这就为解算提供了可能。由无限个质点的连续体转化为有限个单元的集合体的过程，称为离散化。在数学意义上说，就是把微分方程的连续形式转化为代数方程组，以便于进行数值求解。

将求解域离散为有限单元，根据基本场变量与坐标的关系而决定采用一维、二维和三维单元。一维单元用线段表示，二维单元可为三角形元或四边形元，三维单元常用四面体或六面体元。单元划分越密，计算精度越高，但计算工作量也越大。

2. 单元分析

根据弹性力学的基本方程和变分原理建立单元节点力和节点位移之间的关系，形成单元有限元方程。

(1) 确定插值函数(形函数)。

有限单元法将整个求解域离散为一系列仅靠公共节点联接的单元，而每一单元本身却视为光滑的连续体。单元内任一点的场变量(如位移)，可根据其在单元中的假定分布规律(插值函数) N_e 由本单元的节点值插值求得。

N 称为单元的形函数矩阵，它与单元节点坐标、节点数目(即单元形状)及插值形式有关。形函数矩阵分量的数目应与单元节点自由度数相等。

所谓“形函数”是一种视单元节点量为“已知量”的插值函数，由单元节点的坐标可直接求出形函数的具体形式。

(2) 建立单元方程。

当问题比较简单时，可以直接根据问题的物理概念建立单元方程。不过，在一般情况下，特别是二维和三维单元，直接法会显得过于繁杂而难以应用。为此，需要采用更为一般的数学方法，如变分法、加权余量法或虚功原理。

3. 计入边界条件，求解有限元方程

组集后的总体特征矩阵(或称为总刚度矩阵)是奇异的，必须计入边界条件才能求得唯一解。计入边界条件的方法有三种。

(1) 直接代入法。

将自由度的已知量(边界条件)从总体方程组中消去，得到一组阶数降低了的修正方程，其原理是按节点位移已知和待定重新组合方程。由于这种方法改变了方程组的阶数，使程序编制复杂化，故程序中一般不采用。

(2) 对角线元素置1法。

当给定位移值是零位移时，如无移动的铰支座，可以将系数矩阵 \mathbf{K} 中与零节点位移相对应行列的主对角元素改为1，其他元素改为0；再将载荷列阵中与零节点位移相对应的元素改为0即可。

这种计入边界条件的方法简单，不改变原方程组的阶数和未知量顺序，但只适用于边界条件为零值的情况。

(3) 对角元素乘大数法。

当有节点位移为给定值 $a_j = \bar{a}_j$ 时，第 j 个方程作如下修改：对角元素 K_{jj} 乘以大数 λ (可取 10^{10} 左右量级)，并将 P_j 用 $\lambda K_{jj} \bar{a}_j$ 取代，即：

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & & K_{2n} \\ \cdots & \cdots & & & \vdots \\ K_{j1} & K_{j2} & \cdots & \lambda K_{jj} & \cdots & K_{jn} \\ \cdots & \cdots & & & & \vdots \\ K_{n1} & K_{n2} & \cdots & & & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_j \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ \lambda K_{jj} \bar{a}_j \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix} \quad (1-1)$$

经过修改后的第 j 个方程为：

$$K_{j1}a_1 + K_{j2}a_2 + \cdots + \lambda K_{jj}a_j + \cdots + K_{jn}a_n = \lambda K_{jj}\bar{a}_j \quad (1-2)$$

对于多个给定位移则按序将每个给定位移都作上述修正，得到全部进行修正后的 \mathbf{K} 和 \mathbf{P} ，

然后解方程则可得到包括给定位移在内的全部节点位移值。这个方法使用简单，对任何给定位移（零值或非零值）都适用。采用这种方法引入强制边界条件时方程阶数不变，节点位移顺序不变，编制程序十分方便，因此，在有限单元法中经常采用。

4. 后处理计算

根据解方程组求得的节点基本场变量（如位移等）计算其他相关量，如应变、应力等，视具体问题而定。

有限单元法有以下主要优点。

(1) 建立于严格理论基础上的可靠性。因为用于建立有限元方程的变分原理或加权余量法在数学上已被证明是微分方程和边界条件的等效积分形式。只要原问题的数学模型是正确的，同时用来求解有限元方程的算法是稳定、可靠的，如果单元满足收敛准则，则近似解最后收敛于原数学模型的精确解。

(2) 适应性强，应用范围广，不仅能成功地分析具有复杂边界条件、非线性、非均质材料和动力学等难题，而且还可以推广到解答数学方程中的其他边值问题，如热传导、电磁场和流体力学等问题。

(3) 适合计算机实现的高效性。由于有限元分析的各步骤可以表达成规范化的矩阵形式，最后导致求解方程可以统一为标准的矩阵代数问题，特别适合计算机的编程和执行。已经出现了许多大型结构分析通用程序，如 NASTRAN、ASKA、ADINA、ANSYS 和 ABAQUS 等，可以直接应用，这些优点使有限单元法得到了广泛应用和发展。

1.2 ANSYS 简介

1970 年成立的美国 ANSYS 公司是世界 CAE 行业最著名的公司之一，长期以来一直致力于设计分析软件的开发、研制，其先进的技术及高质量的产品赢得了业界的广泛认可。ANSYS 软件是融结构、热、流体、电磁和声学分析于一体的大型通用有限元分析软件，广泛应用于工业和科研的各个领域。在我国，ANSYS 用户也越来越多，三峡工程、二滩电站、黄河下游特大型公路斜拉桥、国家大剧院、浦东国际机场、上海科技城太空城、深圳南湖路花园大厦等在结构设计时都采用了 ANSYS 作为分析工具。

1.2.1 主要特点

ANSYS 程序是一个功能强大的设计分析及优化软件包，与其他有限元分析软件相比，它有以下特点。

- ANSYS 是完全的 WINDOWS 程序，界面友好，便于使用。
- 产品系列由一整套可扩展的、灵活集成的各模块组成，满足各行各业的工程需要。
- 强大的非线性分析功能。
- 多场及多场耦合分析。
- 实现前后处理和求解及多场分析统一数据库的一体化。
- 具有多物理场优化功能，是目前唯一具有流场优化功能的 CFD 软件。