

# 灰色预测系统 建模对象拓展研究

曾 波 孟 伟 王正新◎著



科学出版社

国家自然科学基金面上项目（No.71271226）  
教育部人文社会科学研究青年基金项目（No.11YJC630273）共同资助  
重庆市高等学校教学改革研究重点项目（No.1202010）

# 灰色预测系统 建模对象拓展研究

曾 波 孟 伟 王正新◎著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

灰色系统理论是研究和解决“小样本”“贫信息”不确定性问题的新方法。本书主要研究灰色预测系统建模对象的拓展方法，以及在此基础上的灰色预测模型构建方法。根据区间灰数的几何特征、信息特征与属性特征，提出区间灰数序列白化处理的三种方法，构建面向区间灰数序列、离散灰数序列、灰色异构时序数据的多种灰色系统预测模型。本书中灰色异构数据建模为作者首次提出。

本书可作为高等院校理工农医及经管类高年级本科生和研究生教材，也可供政府机关、科研机构及企事业单位科技工作者、管理干部等有关人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

灰色预测系统建模对象拓展研究/曾波, 孟伟, 王正新著. —北京: 科学出版社, 2014. 5

ISBN 978-7-03-040701-6

I. ①灰… II. ①曾… ②孟… ③王… III. ①灰色预测模型—建立模型—研究  
IV. N949

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 105359 号

责任编辑: 杨婵娟 李香叶 / 责任校对: 邹慧卿

责任印制: 赵德静/封面设计: 铭轩堂

编辑部电话: 010-64035853

E-mail: houjunlin@mail. sciencep. com



科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2014 年 6 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2014 年 6 月第一次印刷 印张: 12 3/4

字数: 243 000

定价: 65.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

# 前　　言

1982 年我国著名学者邓聚龙教授创立了灰色系统理论，这是一种研究“小样本”“贫信息”不确定性问题的新方法，是我国对世界系统科学领域的重要贡献之一。该理论主要通过对“部分”已知信息的生成、开发，提取有价值的信息，实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控。由于“贫信息”问题的普遍存在，决定了这一新理论具有十分广阔的发展前景，目前已经在工业、农业、医学、军事、社会等领域得到广泛应用，成功地处理生产、生活中的大量实际问题，并赢得了国内外学术界的广泛肯定和积极关注。

本书在作者著作《面向特殊序列的灰色预测建模方法》（重庆大学出版社，2011 年）的基础上，系统研究区间灰数序列的白化处理方法，并多角度地研究区间灰数预测模型的建模方法，构建面向区间灰数序列的 Verhulst 模型及灰色异构时序数据预测模型。本书的研究内容对拓展灰色预测建模系统的适用范围，促进灰色系统基础理论的研究，丰富与完善灰色系统理论体系，促进灰色理论与实际问题的有效融合，均具有一定价值。

全书由曾波总体策划、主要执笔和统一定稿，其中第 1、4、8、9、10 章由曾波与王正新执笔，第 2、3、6 章由孟伟执笔；第 5、7 章由曾波与孟伟合作撰写。本书在写作和出版的过程中，自始至终得到各方领导和同仁的热情支持和指导。作者在此谨对全国灰色系统研究会副理事长刘思峰教授、中国数量经济学会副理事长王崇举教授、重庆工商大学商务策划学院梁云教授、重庆“巴渝学者”特聘教授李川博士、电子商务及供应链系统重庆市重点实验室黄辉教授以及同门师兄弟关叶青博士、谢乃明博士、崔杰博士、崔立志博士、钱吴永博士等表示衷心的感谢！本书还得到国家自然科学基金面上项

目 (No. 71271226)、教育部人文社会科学研究青年基金项目 (No. 11YJC  
630273) 及重庆市高等学校教学改革研究重点项目 (No. 1202010) 的资助,  
在此, 作者一并表示衷心感谢!

由于作者水平有限, 书中不足之处在所难免, 恳请有关专家和广大读者  
批评指正!

作 者  
2013 年 10 月

# 目 录

## 前言

<b>1 绪论</b>	<b>1</b>
1.1 灰色系统理论产生的背景	1
1.2 灰色预测系统及其建模对象拓展的三个阶段	3
1.3 本书主要研究内容、系统结构	6
1.4 本章小结	9
<b>2 单序列灰色预测模型及其辅助建模软件</b>	<b>10</b>
2.1 引言	10
2.2 GM(1, 1) 模型	11
2.3 DGM(1, 1) 模型	15
2.4 DGM(1, 1) 模型与 GM(1, 1) 模型的关系	16
2.5 纯指数增长序列预测分析	18
2.6 灰色 Verhulst 模型	20
2.7 灰色建模软件简介	21
2.8 本章小结	29
<b>3 区间灰数“核”及“灰度”计算方法拓展研究</b>	<b>30</b>
3.1 研究内容概述	30
3.2 区间灰数与白化权函数的基本概念	31
3.3 区间灰数“核”的计算	32
3.4 区间灰数“灰度”的计算	38
3.5 本章小结	42

<b>4 区间灰数序列的白化方法及其性质</b>	<b>43</b>
4.1 引言	43
4.2 直接构建区间灰数预测模型所面临的问题	44
4.3 区间灰数序列的白化方法	46
4.4 三种区间灰数序列白化方法的对比	63
4.5 本章小结	63
<b>5 白化权函数未知的区间灰数预测模型</b>	<b>65</b>
5.1 研究内容概述	65
5.2 基于几何坐标法的区间灰数预测模型	65
5.3 基于信息分解法的区间灰数预测模型	73
5.4 基于灰色属性法区间灰数预测模型	77
5.5 本章小结	82
<b>6 区间灰数预测模型的比较分析与优化</b>	<b>83</b>
6.1 引言	83
6.2 区间灰数预测模型的误差检验方法	83
6.3 区间灰数预测模型综合模拟相对误差的比较分析	86
6.4 基于核和灰数层的区间灰数预测模型	89
6.5 本章小结	96
<b>7 基于梯形白化权函数的区间灰数预测模型</b>	<b>97</b>
7.1 引言	97
7.2 基于梯形白化权函数的区间灰数预测模型	97
7.3 模型应用举例	111
7.4 本章小结	117
<b>8 区间灰数的 Verhulst 模型</b>	<b>118</b>
8.1 研究内容概述	118
8.2 基于核和信息域的区间灰数 Verhulst 模型	119
8.3 基于信息分解的区间灰数 Verhulst 模型	124
8.4 本章小结	133

---

<b>9 离散灰数预测模型</b>	<b>134</b>
9.1 标准离散灰数与灰单元格	134
9.2 元素取值可能性均等条件下的离散灰数预测模型	135
9.3 元素取值可能性不均等条件下的离散灰数预测模型	143
9.4 本章小结	149
<b>10 灰色异构数据预测模型</b>	<b>151</b>
10.1 引言	151
10.2 灰色异构数据的概念与灰度不减公理	153
10.3 灰色异构数据代数运算法则及性质	155
10.4 区间灰数序列中含一个实参数的灰色异构数据预测模型	157
10.5 多重灰色异构数据预测建模	171
10.6 灰色异构数据预测模型在灾害应急物资需求预测中的应用	173
10.7 本章小结	182
<b>参考文献</b>	<b>183</b>

# 1 緒論

## 1.1 灰色系统理论产生的背景

### 1.1.1 學術背景

经济、社会和科学技术等系统的组合，形成了复杂的大组合系统，由于复杂系统内外扰动的存在、信息获取成本的限制和人类认知水平的局限，人们所得到的关于系统的信息通常带有某种不确定性。随着科学技术的发展和人类社会的进步，人们对各类系统不确定性问题的认识逐步深化，对不确定性系统的研究也日益深入。20世纪后半叶，在系统科学和系统工程领域，各种不确定性系统的理论和方法不断涌现，如扎德（L. A. Zadeh）教授于60年代创立的模糊数学理论（Fuzzy Math）、帕夫拉克（Z. Pawlak）教授于80年代创立的粗糙集理论（Rough Sets Theory）及王光远教授于90年代创立的未确知数学等，这些理论都是不确定性系统研究领域的重要成果，从不同角度、不同侧面论述了处理各类不确定性问题的理论和方法。

### 1.1.2 国内环境

改革开放初期，为了迅速恢复并发展我国长期停滞不前的国民经济，全国各地兴起了一股经济规划的热潮。经济规划需要分析历史、结合现状、规划未来，然而“文化大革命”期间，我国政府统计部门日常工作被迫中断，导致统计数据样本量小且有效性差，难以提供政府经济规划所需的各项重要

历史数据。传统以概率和统计为基础的数理方法，主要通过挖掘大样本数据中所蕴涵的统计规律，进而分析经济发展变化的总体趋势，其建模过程以大样本数据为前提。可见，在当时的历史条件下，应用概率统计方法难以实现对经济发展规律的有效分析。因此，如何针对“小样本”“贫信息”数据有效地建立数学模型，科学合理地指导我国经济发展规划的制订，是摆在我国经济研究者面前的首要问题。

在现实生活中，某些条件下要获取大样本的统计数据同样十分困难，如通过地质勘探预测油气含量，其数据采集不仅难度大且成本高；作物品种改良需要模拟作物生长的各种自然环境，数据获取周期长且过程复杂；研究自然灾害发生后的物资需求预测问题，不仅样本量小而且信息不确定。即使有时存在大样本数据也不一定存在统计规律，在这些情况下，依靠经典统计理论和方法往往难以得到令人满意的结论。

### 1.1.3 邓聚龙教授提出灰色系统理论

1979年，我国著名学者邓聚龙教授发表了《参数不完全大系统的最小信息镇定》论文。在1981年于上海召开的中美控制系统学术会议上，邓聚龙又作了“含未知参数系统的控制问题”的学术报告，邓聚龙教授在发言中首次使用“灰色系统”一词，并论述了状态通道中含有灰色元的控制问题。1982年1月，北荷兰出版公司出版的 *Systems & Control Letters* 杂志刊载了邓聚龙教授的论文 *The Control Problems of Grey Systems*；同年，《华中工学院学报》刊载了邓聚龙教授的论文《灰色控制系统》。这两篇开创性论文的公开发表，标志着灰色系统理论的诞生。

灰色系统理论，是一种研究“小样本”“贫信息”不确定性问题的新方法，主要通过对“部分”已知信息的生成、开发，提取有价值的信息，实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控。“贫信息”问题的普遍存在，决定了这一新理论具有十分广阔的发展前景。目前灰色系统理论已经在工业、农业、医学、军事、社会等领域得到广泛应用，成功地处理了生产生活中的大量实际问题，并赢得了国内外学术界的广泛肯定和积极关注。

著名科学家钱学森对灰色系统理论曾做出这样评价：“灰色系统很有意

义，今后还会有更大的发展，灰色系统学是一门新学科，是一门大有前途的理论。”中国科学院科技政策与管理科学研究所徐伟宣研究员在《我国管理科学与工程学科的新进展》一文中对灰色理论作为管理科学与工程新理论和方法加以肯定；许多重要国际会议（如 WOSC、IIGSS 等）已经把灰色理论列为讨论专题；两年一届的灰色理论及应用学术会议得到了中国高等科学技术中心的全额资助，并先后于 2006 年、2008 年、2010 年、2012 年在北京和上海成功召开。可见，灰色系统理论目前已成为处理“小样本”“贫信息”问题的重要研究方法。

经过 30 余年的发展，灰色系统理论已经基本建立起一门新兴学科的结构体系。其主要内容包括灰数运算与灰色代数系统、灰色方程、灰色矩阵等灰色系统的基础理论，序列算子和灰色序列生成等数据挖掘方法；用于系统诊断、因素分析的灰色关联度模型；用于解决系统要素和对象分类问题的灰色聚类评估模型；灰色预测建模方法和技术；用于方案选择和评价的多目标灰靶决策模型；以多方法融合创新为特色的灰色组合模型等。

## 1.2 灰色预测系统及其建模对象拓展的三个阶段

### 1.2.1 灰色预测系统简介

灰色预测模型是灰色系统理论领域最为活跃的分支之一，也是预测理论体系中一个新的研究方向，是研究“小样本”“不确定性”问题的常用方法，主要针对现实世界中大量存在的灰色不确定性预测问题，利用少量有效数据（最少为 4 个数据）和灰色不确定性数据，通过序列的累加生成，揭示系统的未来发展趋势。通常，非负序列  $X^{(0)}$  不一定具有规律性，经过累加生成处理之后生成序列  $X^{(1)}$  一般都会呈现单调递增的规律，如图 1.2.1 所示。累加生成是使系统的灰色过程由灰变白的一种重要方法，在灰色系统理论中起着十分重要的作用。通过对非负序列进行累加生成处理，可以发现灰量积累过程的发展态势，使离乱的原始数据中蕴涵的积分特性或规律充分表现出来。例

如，一个大学生的日常开支，若按日来计算，可能不存在明显的规律；若按周来算，可以发现一定的规律；而按月来计算，指数规律将变得十分明显。

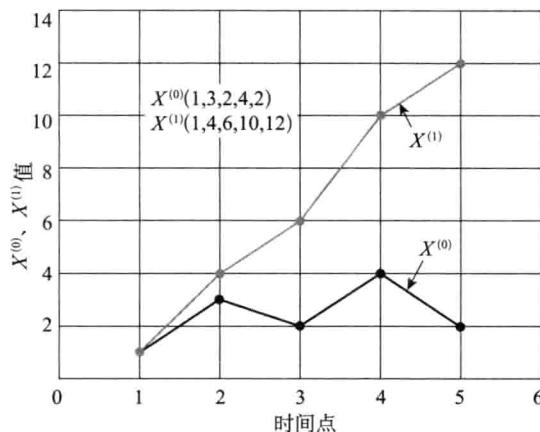


图 1.2.1 非负序列的累加生成及其单调递增规律

### 1.2.2 灰色预测系统研究现状

经过 30 多年的发展，灰色预测模型已经在工业、农业、社会、经济、能源、交通、石油、军事等众多领域得到广泛应用，成功地解决了生产、生活和科学研究所中的大量实际问题，灰色预测模型也由原始的 GM(1, 1) 扩展出 GM(1, N)、GM(2, 1)、DGM(1, 1)、Verhulst、GM(1, 1) 幂模型等多种新的预测模型类别，预测类型也拓展到数列预测、区间预测、灰色灾变预测、波形预测、系统预测等，展现出了重要的理论价值和实际应用价值。

在应用灰色预测模型的过程中，研究人员根据解决问题的实际需要，对灰色预测模型进行了深入分析和研究，涌现出一大批有重要价值的理论研究成果。这些成果从系统建模过程来分，主要包括三个方面，即建模序列的改善与拓展、模型参数的优化、建模方法的改进。①建模序列的改善与拓展，主要包括通过缓冲算子弱化冲击扰动对模型构造的影响、通过序列函数变换提高建模序列光滑度、通过数学方法提高灰色模型对非等时距序列的处理能力等；②模型参数的优化，主要是通过数学方法优化灰色预测模型的初始值与背景值，从而提高灰色预测模型模拟及预测精度；③建模方法的改进，主要包括对建模序列灰色生成方法的研究、新型灰色预测模型的拓展研究、灰

色模型稳定性及病态性的研究、模型建模条件与适用范围研究、构建与其他方法的组合预测模型等。

灰色预测模型的上述研究覆盖了系统建模的三个阶段，即数据收集与处理、数据建模与优化、模型检验与应用，类似于产品制造的过程，即生产材料准备、材料加工与工艺改进、产品输出。本书将对灰色预测系统建模对象的拓展进行研究，属于“生产材料准备”阶段的工作，旨在于扩大灰色预测模型的适用范围，增强灰色模型对实际问题的模拟及预测能力，丰富、发展与完善灰色预测模型理论体系，促进灰色预测模型与实际问题的有效融合，提高灰色预测模型对实际问题的处理效力。

### 1.2.3 灰色预测系统建模对象拓展的三个阶段

灰色预测系统建模对象的拓展，经历或正在经历从等时距序列到非等时距序列、从实数序列到灰数序列、从灰数序列到异构数据的三个阶段。下面对这三个阶段进行简单的回顾、分析和展望。

第一阶段：建模对象从等时距序列到非等时距序列的拓展。

灰色预测模型的建模条件是建模序列必须满足等时距（或等间距）要求，而在工程技术领域存在着大量非等间距的数据拟合及预测问题。为了解决非等时距序列的灰色系统建模问题，研究人员通过数值分析方法（如 Lagrange 插值公式、Newton 插值公式、样条插值公式等）、内插法、线性变换法、Fourier 变换等方法，通过将非等时距序列转换成等时距序列，然后在此基础上应用灰色系统的既有建模方法构建等时距序列的灰色模型，最后利用模型外推实现对原始数据序列的模拟，从而将灰色预测系统建模对象从等时距序列拓展至非等时距序列，扩大了灰色系统预测模型的应用范围，增强了灰色模型的适应能力。

第二阶段：建模对象从实数序列到灰数序列的拓展。

灰数是灰色系统的基本单元或“细胞”，它具有比实数更加复杂的数据结构和灰信息特征，这给构建面向灰数序列的灰色系统预测模型带来了较大难度，并导致了传统灰色预测模型的建模仅限于实数序列，最终形成了灰数与灰色系统模型的分离。然而，灰数间的代数运算将导致目标灰数不确定性增

加，因此无法按照常规灰色模型的建模思路去构建灰数预测模型。为了解决灰数序列的建模问题，人们首先通过某种算法将区间灰数序列转换为等信息量的实数序列，然后通过构建实数序列的灰色模型去推导原始灰数预测模型，从而将灰色预测系统建模对象从实数序列拓展至灰数序列，拓展了灰色系统预测模型的建模对象。

第三阶段：建模对象从灰数序列到异构数据的拓展。

无论灰色预测系统建模对象是非等间隔的实数序列，还是具有不确定性特征的灰数序列，在每个建模序列内部，数据之间具有完全相同的数据类型，前者全为实数、后者全为类型相同的灰数（全为区间灰数、离散灰数或其他灰数）。然而，由于现实世界的复杂性，有时候建模序列中的元素其数据类型可能并不一致；换言之，建模序列中的第一个元素可能是实数，第二个元素为区间灰数，第三个元素是离散灰数……从而构成了具有不同数据类型的灰色异构数据序列。显然，灰色异构数据序列比传统的“同质序列”更加复杂，如何构建基于灰色异构数据序列的灰色预测模型，是灰色系统建模对象拓展的第三阶段。

目前，灰色预测系统建模对象拓展第一阶段的任务已经基本完成；第二阶段已经取得了一些标志性研究成果，但是研究内容的合理性、系统性、完整性还有待深入；第三阶段的研究尚属空白。本书主要对第二、第三阶段的内容进行研究。

## 1.3 本书主要研究内容、系统结构

### 1.3.1 本书主要研究内容

本书主要对灰色预测系统建模对象的拓展进行研究，全书共分 10 章。其中第 1 章是绪论，主要介绍本书研究的背景。

第 2 章介绍单序列灰色预测模型及其辅助建模软件。主要介绍灰色理论中最常用的单序列灰色预测模型，包括 GM(1, 1) 模型、DGM(1, 1) 模型、

Verhulst 模型，并对实现这些模型参数计算的辅助建模软件及其使用方法进行介绍。该章是本书后续研究的基础。

第 3 章介绍区间灰数“核”及“灰度”计算方法拓展研究。主要介绍区间灰数“核”及“灰度”的基本概念，基于几何图形重心法的区间灰数“核”的计算方法，基于面积比的区间灰数“灰度”计算方法，从而为区间灰数的信息分解及灰色异构数据模型的构建提供理论支撑。

第 4 章介绍区间灰数序列的白化方法及其性质。主要从三个不同角度，讨论区间灰数序列的白化处理方法，实现区间灰数序列与实数序列的转换，进一步对转换前后序列之间的数学变换关系进行研究，本章是构建区间灰数预测模型的基础。

第 5 章介绍白化权函数未知的区间灰数预测模型。在第 4 章区间灰数序列白化处理的基础上，分别构建了基于几何图形法的区间灰数预测模型、基于信息分解法的区间灰数预测模型及基于灰色属性法的区间灰数预测模型，是本书研究的重要内容之一。

第 6 章介绍几种区间灰数预测模型的比较分析与优化。研究了区间灰数预测模型的误差检验方法，对第 5 章所构建的三类区间灰数预测模型的模拟误差进行了比较和分析，并在此基础上提出了一种基于核和灰数层的新区间灰数预测模型。

第 7 章介绍基于梯形白化权函数的区间灰数预测模型。第 5、6 章所研究的区间灰数预测模型均未考虑白化权函数对模型构造的影响，本章对白化权函数已知情况下的区间灰数预测模型建模方法进行了研究，进一步拓展了区间灰数模型应用范围。

第 8 章介绍区间灰数的 Verhulst 模型。Verhulst 模型也是一种常见的灰色模型，本章从不同角度构建了两类不同的区间灰数 Verhulst 模型：基于核和信息域的区间灰数 Verhulst 模型及基于信息分解的区间灰数 Verhulst 模型。

第 9 章介绍离散灰数预测模型。提出了标准离散灰数及灰单元格的基本概念，并在此基础上分别构建了基于核和面积的离散灰数预测模型及具有主观取值倾向的离散灰数预测模型，并将其应用于空气污染指数 API 的预测。

第 10 章介绍灰色异构数据预测模型。主要讨论灰色异构数据产生的背

景、基本概念及与现有灰色模型的关系，研究灰色异构数据代数运算规则与性质，构建基于灰色异构数据的灰色系统预测模型，并将其应用到空气中DDT的预测。

### 1.3.2 本书系统结构

本书研究内容之间的系统结构及其逻辑关系，如图 1.3.1 所示。

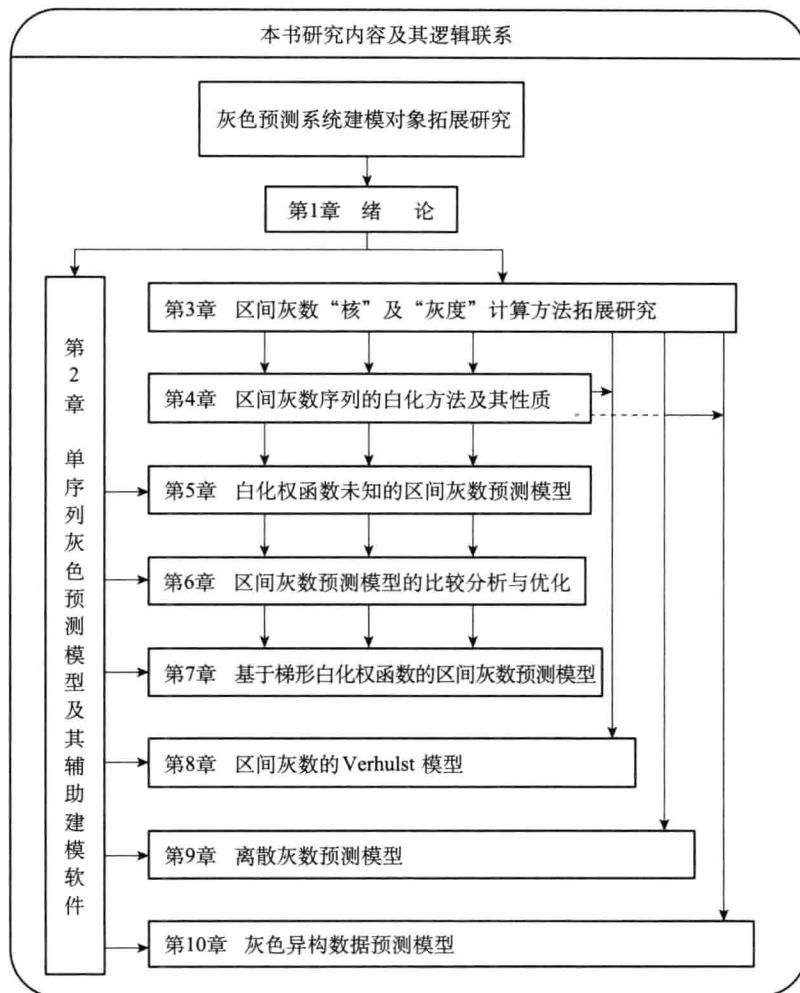


图 1.3.1 本书研究内容及其逻辑联系

## 1.4 本章小结

灰色预测系统建模方法是灰色系统理论的重要组成部分，其有效性和实用性在实践中已得到充分证明，但作为一门新兴横断学科，其理论体系还有待于进一步丰富和完善。本章对灰色系统理论产生的学术背景及国内背景、灰色预测系统研究现状及其建模对象拓展所经历的三个阶段进行了简要介绍，并对本书主要研究内容、系统结构进行了概述。