

荣誉物理

写给未来科学家
和工程师的高中物理学教程

(电学部分)

陆天明 ■ 编著

RONGYUWULI



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

荣誉物理

写给未来科学家和工程师的高中物理学教程
(电学部分)

陆天明 编著

东南大学出版社
· 南京 ·

图书在版编目(CIP)数据

荣誉物理:写给未来科学家和工程师的高中物理学教程. 电学部分/陆天明编著. —南京:东南大学出版社, 2013. 11

ISBN 978-7-5641-4464-7

I. ①荣… II. ①陆… III. ①中学物理课—高中—教学参考资料 IV. ①G634.73

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 195931 号

荣誉物理——写给未来科学家和工程师的高中物理学教程(电学部分)

编 著 陆天明

责任编辑 宋华莉

编辑邮箱 52145104@qq.com

出版发行 东南大学出版社

出 版 人 江建中

社 址 南京市四牌楼 2 号

邮 编 210096

网 址 <http://www.seupress.com>

经 销 全国各地新华书店

印 刷 兴化印刷有限责任公司

开 本 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 16.25

字 数 396 千字

版 次 2013 年 11 月第 1 版

印 次 2013 年 11 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5641-4464-7

定 价 48.00 元

(本社图书若有印装质量问题,请直接与营销部联系,电话:025-83791830)

序

为什么中国的古代文明没有发展出现代科学技术？为什么我们的学校总是培养不出杰出人才？李约瑟之惑和钱学森之问重重地敲打着中国的教育，也深深地刺痛了国人的教育良心。

对于拔尖创新人才的培养，我们通常采用行政化的办法，开设“重点班”、“实验班”，让成绩好的学生进入这些班学习。不可否认，这种做法简单而且容易操作，也的确培养出了一批学业上非常优秀的学生。但其整齐划一的教学要求和忽视学生个性特征与倾向的教育所造成的伤害已逐渐显现，并被越来越多的一线教育工作者和决策者所认识到。

南京师范大学附属中学 110 多年的历史就是一部锐意改革的课程文化史。这所学校的课程实践一直处于中国基础教育改革的前沿，其课程特色全国闻名。这所学校办学成绩卓越，培养了近 60 位两院院士、数以万计的社会中坚和合格劳动者。“尊重差异、适应个性，促进学生充分发展”是百年附中课程文化的概括。从全国范围看，南师附中是最早开发校本课程的中学之一，至今已有 30 多年。南师附中的教育实践已经证明，校本课程建设是进行个性化教育的必要条件和有力保障。丰富多样的校本课程为学生的全面发展提供了巨大的空间，为学生的个性化发展搭建了广阔的平台，为学生的终生发展打下了坚实的基础。

南师附中江宁分校秉承了南京师大附中的优良传统，自创立之时，就致力于校本课程的研究。南师附中江宁分校基于自己的培养目标，着力进行了立体化校本课程体系的设计，并具体开发了众多校本课程。办学 10 年来，创造了一个又一个教育教学奇迹。培养社会各领域的领跑者，让优秀者更优秀，是南师附中江宁分校的教育追求之一。增设“荣誉课程”选修课，让学生有更多自由选择的空间，并用“走班制”的教学班来弥补行政班的不足，是南师附中江宁分校对创新拔尖人才培养的一种尝试。这也是当前一些发达国家科学教育所普遍采用的做法。

南师附中江宁分校高中物理教研组在校本课程的开发和建设方面独领风骚，成绩斐然，由陆天明老师开发的《荣誉物理》就是一个例证。目前，高中物理校本课程的立体化结构已架构完成，在这个立体化课程空间中已设计了近 20 门校本课程，这些课程满足了不同个性倾向和不同个性特征的学生需求。

作为万物之理，物理学研究的是自然界中普遍存在、普遍适用、最为一般的规律。作为自然科学，物理学充满着深邃的智慧和美丽的理性。《荣誉物理》这本教材包含了比当前高中通用课本更加全面、更加丰富、更加深刻的物理学知识。有不少同学对物理学特别感兴趣并有意以后在理工类发展，这本教材可以使得这部分同学的潜能得到激发，进而得到更加充分的、个性化的发展。

我相信，同学们在学习这一门校本课程的过程中，将会更加深刻地理解物理学的博大精深，更加全面地体验物理学的科学价值，更加深入地感受物理学的无穷魅力，必将受益终身！



2012 年 11 月 18 日于随园

前 言

不同人的学习时间表不同,不同人的学习风格不同,世上不仅没有两个完全相同的人,也没有完全相同的同一个人。统一内容、统一难度、统一进度,这种整齐划一的教育不符合心理学和教育学的基本规律。教育不应抹杀个性,而应尊重差异,适应个性,张扬个性。

所谓创造性人格特质就是具有丰富的想象力、浓烈的好奇心、广泛的学习兴趣和优秀的思维品质。要培养具有创造性人格特质的人,必须进行个性化教育。产生天才难,发现天才难,要有天才赖以生长的土壤更难。设计多样化、选择性的校本课程就是给天才的成长提供以肥沃的土壤,是培养拔尖创新人才的一条有效途径。第8次课程改革的亮点是实行课程的三级管理,这种课程管理的民主化给学校进行个性化教育提供了广阔的空间!

南师附中江宁分校秉承了南师附中的优良传统,自创立之时,就致力于校本课程的研究。学校基于自己的培养目标,构建了立体化的校本课程体系,开发了一系列校本课程。办学10年来,创造了一个又一个教育教学奇迹。南师附中江宁分校高中物理教研组响应学校号召,对校本课程的研究投入了大量精力,成绩斐然。目前,高中物理校本课程的立体化结构已架构完成,在这个立体化课程空间中已设计了近20门校本课程,我们有理由相信,这些课程可以满足不同个性倾向和不同个性特征的学生需求。

《荣誉物理》是高中物理教研组开发的众多课程中的一门。这门课程是为那些在中学阶段就显现出理科特长,并对物理特别感兴趣,立志以后当科学家或工程师的学生而设计的,其中包含了不少大学物理的内容,当然也包含了当前高中物理竞赛考纲所要求的全部内容。所以,本教材既可以用作物理竞赛的教材,也可以用作大学自主招生考试用的教材。

《荣誉物理》配了大量的例题和习题。每节内容后有强化训练,每章后设置了能力提升训练,书中有不少题目对学生的能力要求极高。通过本教材的教学,读者会对整个物理学有一个相对全面而系统的认识,不仅能使学生获得物理知识、物理思想和物理方法,提高学生的分析和解决问题的能力,而且可以培养学生学习物理的兴趣和百折不挠的探究精神,进而体验物理学的理性之美。

本书是在对优秀学生所开设讲座的讲稿基础上修订而成的,其中包含了笔者近20年竞赛辅导的经验。在成书的过程中,得到了我的很多学生的帮助,他们有的参与了本书中大量习题的验算工作,有的对本书提出了很具建设性的建议,有的甚至给我提供了很好的题目,其中特别要感谢如下同学:南京师范大学附属中学江宁分校:2013届滕志伟同学、2012届张新鹏同学、2011届蒋楠同学,2009届薄祥堃、陆明飞、史博和季张戎同学,2008届唐俊、王刚和朱朗同学,2007届仲克穷、夏士灿、张亮和刘晓戈同学,2006届傅雷、刘子豪和顾一帆同学。江苏省六合高中:2005届程超同学,2004届叶良同学,2003届宋军同学,2001届李乐同学,2000届王见槽同学,1999届祈超同学,1996届陆阳同学。南京师范大学物理科学与技术学院奥林匹克集训队:2015届陆羽、孙一同学、2014届刘若衡、朱嘉迪同学,2013届孙韩超、王一婷、韩沛、汤皓月同学。

陆天明

2012年12月于九龙湖

目 录

第七章 电场	1
§ 7.1 库仑定律和电场强度	1
§ 7.2 电势与电势差	14
§ 7.3 电场中的导体与电介质	21
§ 7.4 电容和静电能	31
§ 7.5 本章总结与能力提升训练	42
第八章 电流	57
§ 8.1 欧姆定律	57
§ 8.2 电路的连接和全电路欧姆定律	65
§ 8.3 等效电源定理和电路的简化	74
§ 8.4 电流的叠加原理和无源网络	87
§ 8.5 电桥和黑箱	94
§ 8.6 物质的导电性	100
§ 8.7 本章总结与能力提升训练	112
第九章 磁场	124
§ 9.1 磁感强度	124
§ 9.2 磁场对载流体的作用	132
§ 9.3 磁场对运动电荷的作用	139
§ 9.4 洛伦兹力的实际应用	150
§ 9.5 本章总结与能力提升训练	162

第十章 电磁感应	171
§ 10.1 法拉第电磁感应定律和楞次定律	171
§ 10.2 动生电磁感应	180
§ 10.3 感应电动势	189
§ 10.4 自 感	195
§ 10.5 本章总结与能力提升训练	203
 第十一章 交变电流和电磁波	 214
§ 11.1 交变电流的产生和表征	214
§ 11.2 交流电路	223
§ 11.3 电磁振荡与电磁波	236
§ 11.4 本章总结与能力提升训练	242

第七章 电 场

§ 7.1 库仑定律和电场强度

7.1.1 电荷守恒定律

物体如果能够吸引轻小物体,我们就说它带了电.使物体带电的方法称为起电的方法,有:摩擦起电、感应起电、接触起电.自然界只存在两种电荷,即正电荷和负电荷.我们把和丝绸摩擦过的玻璃棒所带的电称为正电,和毛皮摩擦过的橡胶棒所带的电称为负电.实验表明,同种电荷相互排斥,异种电荷相互吸引.

电荷的多少称为电量.等量异种电荷相互抵消的现象称为中和.起电过程实际上是电荷的转移过程.我们熟知的摩擦起电就是电荷在不同物体间的转移.静电感应现象是电荷在同一物体上,不同部位间的转移.大量实验证明:电荷既不能被创造,也不能被消灭,它们只能从一个物体转移到另一个物体,或者从物体的一部分转移到另一部分.任何物理过程中,正负电荷的代数和始终保持不变,这就是电荷守恒定律.

自然界一切现象都遵循电荷守恒定律.

7.1.2 库仑定律

没有形状和大小,是一个几何点的电荷,我们称其为点电荷.显然点电荷也是一个理想模型.在实际处理问题时,如果带电体的大小和形状可以忽略不计时,这样的带电体就可以看成是点电荷.

真空中,两个静止的点电荷 q_1 和 q_2 之间的相互作用力的大小和两点电荷电量的乘积成正比,和它们之间的距离 r 的平方成反比;作用力的方向沿它们的连线,同号相斥,异号相吸,这就是库仑定律.用公式表示为:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

式中 k 是比例常数,依赖于各量所用的单位,在国际单位制(SI)中的数值为: $k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$, 常将 k 写成 $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ 的形式, ϵ_0 是真空介电常数, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \cdot \text{m}^2)$.

库仑定律成立的条件,归纳起来有三条:

- (1) 电荷是点电荷.
- (2) 两点电荷是静止或者相对静止的.
- (3) 只适用于真空.

7.1.3 电场强度

电荷间的相互作用是通过电场发生的,电场是物质存在的两种方式之一,是不以人的意志为转移的客观实在.电场的基本性质是力的性质,即对放入其中的电荷有力的作用,从电场的力的性质可以发现电场既有强弱之分也有方向之别.为了描述电场的力的性质,我们引入电场强度这个物理量,电场强度是从力的角度描述电场的物理量,其定义式为:

$$E = \frac{F}{q}$$

式中 q 是引入电场中的检验电荷的电量, F 是 q 受到的电场力,电场强度是矢量,其方向规定为正的检验电荷的受力方向.电场强度的大小表示电场的强弱,电场强度的方向表示电场的方向.

借助于库仑定律,可以计算出在真空中点电荷所产生的电场中各点的电场强度为:

$$E = \frac{F}{q} = k \frac{Qq}{r^2} = k \frac{Q}{r^2}$$

式中 r 为该点到场源电荷的距离, Q 为场源电荷的电量.

7.1.4 场强的叠加原理

在若干场源电荷所激发的电场中,任一点的总场强(合场强)等于每个场源电荷单独存在时在该点所激发的场强的矢量和.

原则上讲,有库仑定律和叠加原理就可运用数学工具解决静电学中的全部问题.

例 1 真空中一对相距为 l 的带等量异号电荷的点电荷系统,且 l 远小于讨论中所涉及的距离,则这样的电荷体系称为电偶极子,并且把连接两电荷的直线称为电偶极子的轴线,将电量 q 与两点电荷间距 l 的乘积定义为电偶极矩.试讨论电偶极子产生的电场.

【解析】(1) 设两电荷连线中垂面上有一点 P ,该点到两电荷连线的距离为 r ,则 P 点的场强如图 7-1 所示,其中

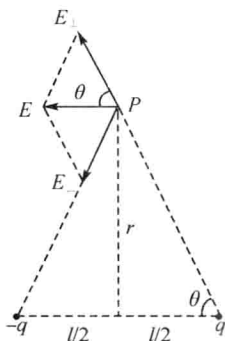


图 7-1

$$\begin{aligned} E_+ &= E_- = k \frac{q}{r^2 + \frac{l^2}{4}} \\ E &= 2E_+ \cos\theta = 2k \frac{q}{r^2 + \frac{l^2}{4}} \cdot \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}} \\ &= k \frac{ql}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \approx k \frac{ql}{r^3} \end{aligned}$$

(2) 若 P' 为两电荷延长线上的一点, P' 到两电荷连线中点的距离为 r ,如图 7-2 所示,则

$$E_+ = \frac{kq}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2}, \quad E_- = \frac{kq}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E = E_+ - E_- = \frac{kq}{r^2} \left(1 + \frac{l}{r} - 1 + \frac{l}{r} \right) = k \frac{2ql}{r^3}$$

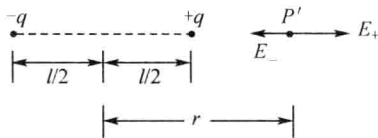


图 7-2

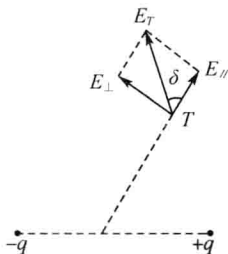


图 7-3

(3) 若 T 为空间任意一点, 它到两电荷连线的中点的距离为 r , 如图 7-3 所示, 则 $ql_{\perp}$ 在 T 点产生的场强分量为:

$$E_{\perp} = k \frac{ql_{\perp}}{r^3} = k \frac{ql \sin \varphi}{r^3}$$

由 $ql_{\parallel}$ 在 T 点产生的场强分量为:

$$E_{\parallel} = k \frac{2ql_{\parallel}}{r^3} = k \frac{2ql \cos \theta}{r^3}$$

故

$$E_T = \sqrt{E_{\perp}^2 + E_{\parallel}^2} = k \frac{ql}{r^3} \sqrt{3 \cos^2 \varphi + 1}$$

$$\tan \delta = \frac{E_{\perp}}{E_{\parallel}} = \frac{\sin \varphi}{2 \cos \varphi} = \frac{\tan \varphi}{2}$$

7.1.5 关于库仑定律的进一步说明

点电荷是一个理想模型, 如果电荷的大小和形状不可以忽略, 我们可以把任何连续分布的电荷看成是无限多个电荷元(可视作点电荷)的集合, 再利用力的合成(叠加原理), 求得非点电荷情况下库仑力的大小。

库仑定律实际上给出了一种静电场的分布, 因此在应用库仑定律时, 可以把第二个条件放宽到静止源电荷对运动电荷的作用, 但不能推广到运动源电荷对静止电荷的作用, 因为有推迟效应。

库仑定律不仅适用于真空, 也适用于导体和介质。当空间有了导体或介质时, 无非是出现一些新电荷——感应电荷和极化电荷, 此时必须考虑它们对原来电场(源电场)的影响, 但它们也遵循库仑定律, 关于这个问题, 我们以后还会讨论。

例 2 如图 7-4(a) 所示, 在半径为 R 、体电荷密度为 ρ 的均匀带电球体内部挖去半径为 R' 的一个小球, 小球球心 O' 与大球球心 O 相距为 a , 试求 O' 的电场强度, 并证明空腔内电场均匀。

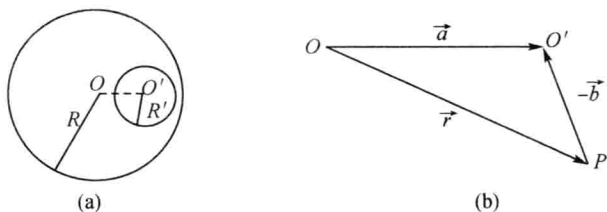


图 7-4

【解析】把挖去空腔的带电球看作由带电大球(R, ρ)与带异号电的小球($R', -\rho$)构成. 由公式求出它们各自在 O' 的电场强度, 再叠加即得 $E_{O'}$. 这是利用不具有对称性的带电体的特点, 把它凑成由若干个具有对称性的带电体组成, 使问题得以简化, 这种思想在万有引力中同样用到.

在小球内任取一点 P , 用同样的方法求出 E_P , 比较 E_P 和 $E_{O'}$, 即可证明空腔内电场是均匀的. 采用矢量表述, 可使证明简单明确.

由公式可得均匀带电大球(无空腔)在 O' 点的电场强度 $E_{\text{大球}}$, $E_{\text{大球}} = \frac{kQa}{R^3} = \frac{4}{3}\pi k\rho a$, 方向为 O 指向 O' .

显然, 均匀带异号电荷的小球在球心 O' 点的电场强度为零, 所以 O' 处的场强为

$$E = E_{\text{大球}} + E_{\text{小球}} = \frac{4}{3}\pi k\rho a$$

如图 7-4(b) 所示, 在小球内任取一点 P , 设从 O 点到 O' 点的矢量为 $\vec{a}$, $O'P$ 为 $\vec{b}$, OP 为 $\vec{r}$. 则 P 点的电场强度 $\vec{E}_P$ 为:

$$\begin{aligned}\vec{E}_P &= \vec{E}_{\text{大球}} + \vec{E}_{\text{小球}} \\ &= \frac{4}{3}\pi k\rho \vec{r} + \left(-\frac{4}{3}\pi k\rho \vec{b}\right) \\ &= \frac{4}{3}\pi k\rho (\vec{r} - \vec{b}) = \frac{4}{3}\pi k\rho \vec{a}\end{aligned}$$

可见: $\vec{E}_P = \vec{E}_O$

因 P 点任取, 故球形空腔内的电场是均匀的.

7.1.6 电场线

为了形象地表示电场在空间的分布情况, 我们按照下面的规定在电场中画一系列曲线: 曲线上每点的切线方向与该点的电场强度的方向一致. 在与电场强度垂直的单位面积上, 穿过曲线的条数与该处电场强度的大小成正比, 即曲线分布稠密的地方电场强度大, 曲线分布稀疏的地方电场强度小, 这样的曲线就称为电场线.

图 7-5 画出了几种常见电场的电场线图. 由图中所表示的电场线分布情形, 可以看出静电场的电场线具有如下性质:

- (1) 有向: 电场线是有方向的曲线.
- (2) 假想: 电场线实际上不存在, 是为了研究问题的方便而引入的假想的曲线. 它不是客观实在, 而是对物理现象的一种形象描述.
- (3) 不交: 两条电场线在没有电荷的地方不会相交.
- (4) 不断: 不在没有电荷的地方中断.
- (5) 不闭: 电场线起始于正电荷(或无限远), 终止于负电荷(或无限远).

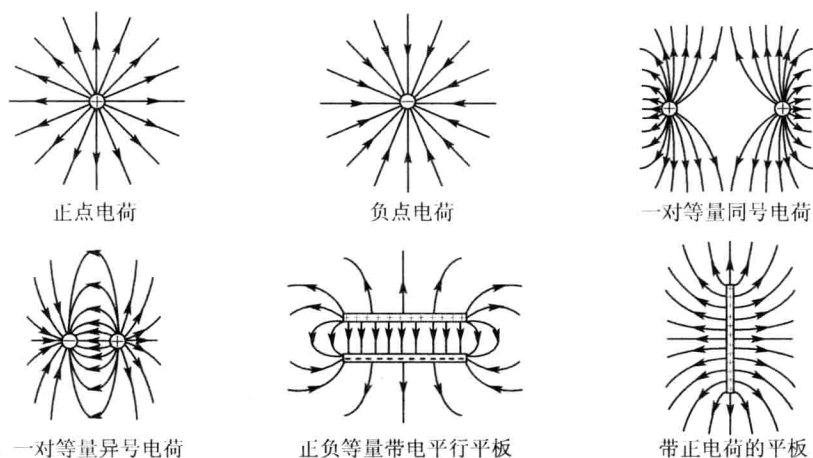


图 7-5

7.1.7 高斯定理

通过电场中任一给定面的电场线的净条数,即为该面的电通量,用 Φ_E 表示. 电通量 Φ_E 的计算可以分为两种情形:

(1) 均匀电场

$$\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{S} = E \cdot S \cdot \cos\theta$$

θ 为截面的法线与电场方向的夹角.

(2) 非均匀电场

$$\Phi_E = \sum (\vec{E} \cdot d\vec{S})$$

$\vec{S}$ 和 $d\vec{S}$ 方向为面的法线方向.

于是场强的大小可以用下式表示:

$$E = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta S_{\perp}} = \frac{d\Phi_E}{dS_{\perp}}$$

在真空中的任何静电场中,通过任一闭合曲面的电通量等于该闭合曲面所包围电荷代数和的 $\frac{1}{\epsilon_0}$ 倍. 推论如下:

$$\Phi_E = \sum (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i$$

Φ_E : 封闭曲面的电通量.

$\vec{E}$: 内外电荷共同产生的场强.

$\sum q_i$: 封闭曲面包围的所有电荷.

这就是高斯定理. 高斯定理可由库仑定律导出. 证明如下:

(1) 对点电荷,如图 7-6 所示,高斯定理显然成立.

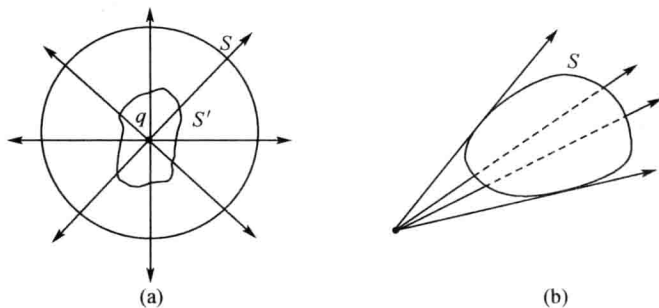


图 7-6

(2) 对点电荷系(图 7-7), 由于场的叠加原理, 高斯定理成立.

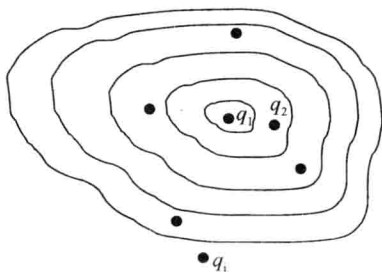


图 7-7

(3) 对一般带电体, 可以把其分为无数个电荷元, 每个电荷元均可以看做是点电荷, 这样就成为(2)所述情形. 综合(1)、(2)、(3)可得证.

高斯定理的意义如下:

(1) 理论上, 揭示了静电场是有源场的基本性质.

(2) 应用上, 提供了另一种求 $\vec{E}$ 的简便方法.

应用高斯定理可以求一些特殊情况下的场强, 基本步骤如下:

(1) 由 q 分布的对称性, 分析 $\vec{E}$ 分布的对称性, 对称情况主要有: 点对称、轴对称、面对称.

(2) 选取高斯面, 即要选择适当的闭合曲面, 使 $\sum (\vec{E} \cdot d\vec{S})$ 中的 $\vec{E}$ 能以标量形式提到求和号外.

(3) 用高斯定理, 求出 $\vec{E}$.

7.1.8 场强环路定理

与万有引力一样, 电场力做功也与路径无关, 所以电场力是保守力. 电场力做的功等于电势能的减少. 在电场中的任意环路中, 电场力的功一定为零.

例 3 讨论无限长电量线密度为 λ 的均匀带电直导线周围的电场.

【解析】 如图 7-8(a) 所示. 考察点 P 到直线的距离为 r . 由于带电直线无限长且均匀带电, 因此直线周围的电场在竖直方向分量为零, 即径向分布, 且关于直线对称. 取以长直线为主轴, 半径为 r , 长为 l 的圆柱面为高斯面, 如图 7-8(b), 上下表面与电场平行, 侧面与电场垂直, 因此电通量:

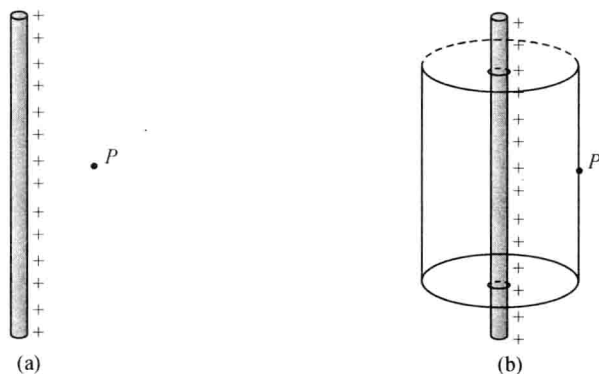


图 7-8

$$\phi_E = E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{l \cdot \lambda}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

例 4 讨论无限大电量面密度为 σ 的均匀带电平面的电场。

【解析】根据无限大均匀带电平面的对称性,可以判定整个带电平面上的电荷产生的电场的场强与带电平面垂直并指向两侧,在离平面等距离的各点场强应相等。因此可作一柱形高斯面,使其侧面与带电平面垂直,两底分别与带电平面平行,并位于离带电平面等距离的两侧,如图 7-9。由高斯定律:

$$\phi = 2ES = 4k\pi \sum q_i = 4k\pi\sigma S$$

$$E = 2k\pi\sigma$$

式中 σ 为电荷的面密度 $\sigma = \frac{Q}{S}$ 。

可见无限大均匀带电平面两侧是匀强电场。

平行板电容器可认为由两块无限大带电均匀导体板构成,其间场强为 E' ,则由场强叠加原理可知:

$$E' = 4\pi k\sigma$$

例 5 讨论均匀带电球壳的场强。

【解析】法一:这是一个叠加原理应用的基本事例。如图 7-10 所示,在球壳内取一点 P ,以 P 为顶点做两个对顶的、顶角很小的锥体,锥体与球面相交得到球面上的两个面元 ΔS_1 和 ΔS_2 ,设球面的电荷面密度为 σ ,则这两个面元在 P 点激发的场强分别为

$$\Delta E_1 = k \frac{\sigma \Delta S_1}{r_1^2}$$

$$\Delta E_2 = k \frac{\sigma \Delta S_2}{r_2^2}$$

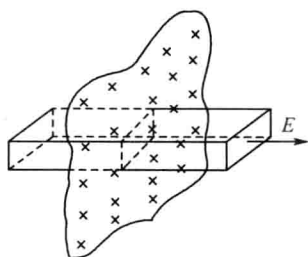


图 7-9

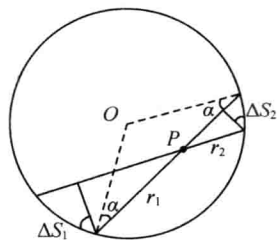


图 7-10

为了弄清 ΔE_1 和 ΔE_2 的大小关系,引进锥体顶部的立体角 $\Delta\Omega$,显然

$$\frac{\Delta S_1 \cos \alpha}{r_1^2} = \Delta \Omega = \frac{\Delta S_2 \cos \alpha}{r_2^2}$$

所以 $\Delta E_1 = k \frac{\sigma \Delta \Omega}{\cos \alpha}$, $\Delta E_2 = k \frac{\sigma \Delta \Omega}{\cos \alpha}$, 即: $\Delta E_1 = \Delta E_2$, 而它们的方向是相反的, 故在 P 点激发的合场强为零.

法二: 同理, 其他各个相对的面元 ΔS_3 和 ΔS_4 、 ΔS_5 和 $\Delta S_6 \cdots$ 在 P 点激发的合场强均为零. 原命题得证.

如图 7-11 为一半径为 R , 电量为 Q 的均匀带电球壳, 由于电荷分布的对称性, 故不难理解球壳内外电场的分布应具有球对称性, 因此可在球壳内外取同心球面为高斯面.

对高斯面 1:

$$\varphi = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k \sum q_i = 0, E = 0;$$

对高斯面 2:

$$\varphi = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k \sum q_i = 4\pi k Q, E = \frac{kQ}{r^2}$$

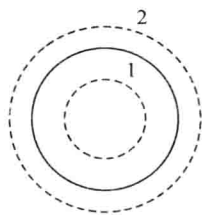


图 7-11

例 6 球对称分布的带电球体的场强.

【解析】 推导方法同上, 如图 7-11 所示,

对高斯面 1:

$$\varphi = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k \sum q_i = 4\pi k \frac{r^3}{R^3} Q, E = \frac{kQr}{R^3}$$

对高斯面 2:

$$\varphi = E \cdot 4\pi r^2 = 4\pi k \sum q_i = 4\pi k Q, E = \frac{kQ}{r^2}.$$

$$r < R \text{ 时: } E = \frac{kQr}{R^3}; r \geq R \text{ 时: } E = \frac{kQ}{r^2}.$$

例 7 如图 7-12 所示, 一条长度为 l 的绝缘线 AB 上, 均匀带电电荷线密度为 λ , 求距 AB 为 R 的 O 点的场强. 已知 $\angle AOB = \varphi$.

【解析】 以 O 为圆心, R 为半径作圆 O . 在 AB 上任一段微元 Δl , 其在 O 点产生的场强为:

$$\Delta E = \frac{k \cdot \Delta l \lambda}{r^2}$$

r 为 Δl 与 O 点的距离.

$$\text{又} \quad \Delta l = \frac{R \Delta \theta}{\cos \theta}$$

把 ② 式代入 ① 式可得:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{k \cdot \Delta \theta \lambda}{r \cos \theta} = \frac{k \lambda \cdot \Delta \theta}{R} \\ &= \frac{k \lambda \cdot R \Delta \theta}{R^2} \end{aligned}$$

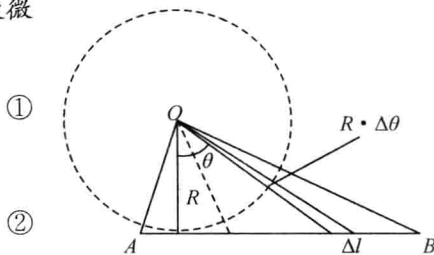


图 7-12

上式表明, 在 AB 上任一段微元 Δl , 其在 O 点产生的场强与电荷密度同样的 λ 的圆 O 上的相

应的 $R \cdot \Delta\theta$ 的微元产生的场相同.

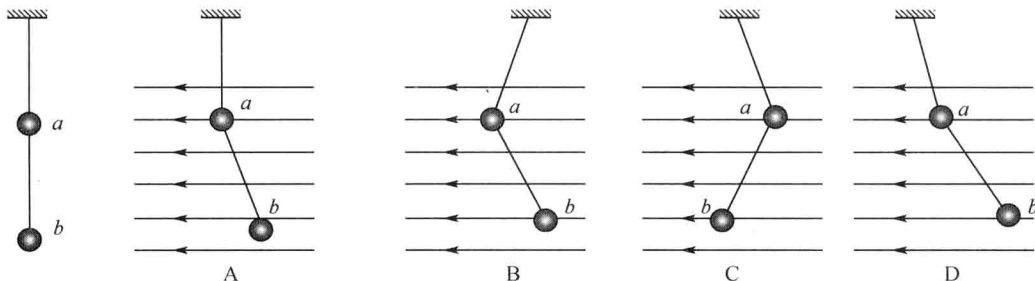
所以 AB 的场为与 $R \cdot \Delta\theta$ 产生的场相同. 所以 O 点的场强为

$$E = \frac{k\lambda\varphi}{R}$$

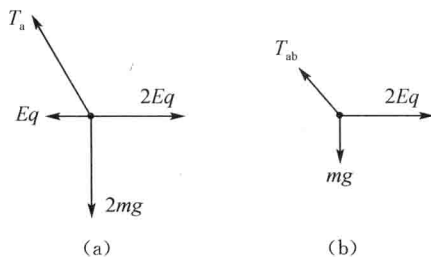
方向在 $\angle AOB$ 的角平分线上.

● 强化训练 ●

1. 如图所示,用两根轻质细绝缘线把两个质量相同的带电小球悬挂起来, a 球带 $+q$, b 球带 $-2q$,且两球间的库仑力小于 b 球的重力,即两根线都处于竖直绷紧的状态.现加一水平向左的匀强电场,则小球若保持平衡,表示两小球平衡状态的图是 ()



【解析】以 a 、 b 两球组成的整体为研究对象. a 、 b 之间的库仑力和绳子的张力是内力,对整体的平衡不起作用.而 a 、 b 受到匀强电场的作用,因 $q_a < q_b$,故 q_a 受到水平向左的力小于 q_b 受到水平向右的力.这就决定了 a 上部悬绳必须有向左的力的分力.这就排除了 A、B 两个结论. a 、 b 整体的受力分析如图(a)所示.



以 B 球为研究对象,由于 b 受匀强电场向右的作用力,故 b 上部的悬绳必须有向左的分力,这就排除了结论 C,肯定了结论 D. b 球的受力分析如图(b)所示.

选项 D 正确.

【点评】研究对象是两个,又要判断内力的大小或方向.这类问题一般是以整体为研究对象,作受力分析,列平衡方程,再以其中一个受力情况较简单的物体为研究对象,作受力分析,列平衡方程,最后求解.这样要比分别以两个物体为研究对象,作受力分析,列平衡方程,最后求解的方法要简便.

2. 点电荷 $+9Q$ 和 $-Q$ 固定放置,相距 L ,第三个电荷 q 只能在过 $+9Q$ 与 $-Q$ 的直线上运

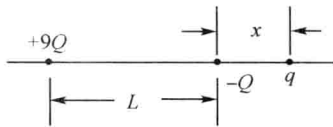
动.问:

- (1) q 应满足什么条件,才能在直线上平衡?
- (2) q 的平衡稳定性跟 q 的电荷符号有什么关系?

【解析】如图所示,设合场强为零的点在 $-Q$ 外侧 x 处,因为

$$\frac{k9Q}{(L+x)^2} = \frac{kQ}{x^2}$$

解得 $x = \frac{1}{2}L$. q 无论正负、大小如何,都可在该点平衡.再设 q



偏离平衡位置向右发生微小位移 Δx ,如果 q 为负,则合力 F 可写成(向右为正):

$$\begin{aligned} F &= k \frac{Qq}{\left(\frac{L}{2} + \Delta x\right)^2} - k \frac{9Qq}{\left(\frac{3L}{2} + \Delta x\right)^2} \\ &= kQq \frac{\left(\frac{3L}{2} + \Delta x\right)^2 - 9\left(\frac{L}{2} + \Delta x\right)^2}{\left(\frac{L}{2} + \Delta x\right)^2 \left(\frac{3L}{2} + \Delta x\right)^2} \\ &= kQq \frac{-2(3L + 4\Delta x)\Delta x}{\left(\frac{L}{2} + \Delta x\right)^2 \left(\frac{3L}{2} + \Delta x\right)^2} < 0 \end{aligned}$$

F 为负值,说明 q 为负电荷时,合力与 Δx 反向,平衡为稳定, F 为回复力.如果 q 为正电荷时,仿上述方法易证明 F 为正值,不具有回复力性质,平衡不稳定.

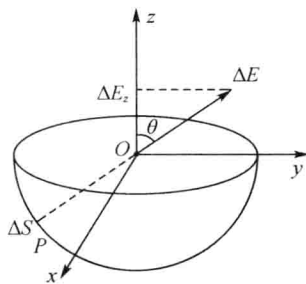
【点评】(1) q 的大小和符号无限制,只有放在 $+9Q$ 和 $-Q$ 连线上 $-Q$ 的外侧,距离 $-Q$ 为 $\frac{1}{2}L$ 远处才能平衡.

(2) q 为负电荷时,平衡为稳定; q 为正电荷时,平衡不稳定.

3. 如图,求半径为 R ,面密度为 σ 的均匀带电球壳球心处的场强.

【解析】如图所示,在球面上的 P 处取一极小的面元 ΔS ,它在球心 O 点激发的场强大小为 $\Delta E = k \frac{\sigma \Delta S}{R^2}$,方向由 P 指向 O 点.

无穷多个这样的面元激发的场强大小和 ΔS 激发的完全相同,但方向各不相同,它们矢量合成的效果怎样呢?这里我们要大胆地预见——由于在 x 方向、 y 方向上的对称性, $\sum \vec{E}_x = \sum \vec{E}_y = 0$,最



后的 $\sum E = \sum E_z$,所以先求 $\Delta E_z = \Delta E \cos \theta = k \frac{\sigma \Delta S \cos \theta}{R^2}$,而且 $\Delta S \cos \theta$ 为面元在 xOy 平面的投影,设为 $\Delta S'$.

所以

$$\sum E_z = \frac{k\sigma}{R^2} \sum \Delta S'$$

而

$$\sum \Delta S' = \pi R^2$$

$E = k\pi\sigma$,方向垂直边界线所在的平面.