

普通高等学校土木工程专业新编系列教材  
中国土木工程学会教育工作委员会 审订

# 材料力学

(第3版)

C L L X

袁海庆 主编  
吴代华 主审



武汉理工大学出版社  
WUTP Wuhan University of Technology Press

普通高等学校土木工程专业新编系列教材  
中国土木工程学会教育工作委员会 审订

# 材料力学

(第3版)

主编 袁海庆  
主审 吴代华

武汉理工大学出版社  
· 武汉 ·

### 【内 容 简 介】

本书为普通高等学校土木工程专业新编系列教材之一，书中内容包括绪论、杆件的拉伸与压缩、剪切和扭转、截面图形的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、梁的变形、应力状态与应变状态分析、强度理论、组合变形、压杆稳定、能量法、材料性能研究中的其他问题及附录。

本书主要用作普通高等学校土木工程专业材料力学课程教材，也可以作为土建类的其他专业建筑力学参考教材，还可供工程技术人员参考。

### 【主 编 简 介】

袁海庆，男，1945年10月生，河南省方城县人。1968年毕业于清华大学水利系河川枢纽与水电站建筑专业，1982年研究生毕业于原武汉工业大学（现武汉理工大学）结构工程专业，获工学硕士学位。现为武汉理工大学土木工程与建筑学院教授，主要著作有《有限元法的理论与工程应用》等。

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学/袁海庆主编. —3 版. —武汉:武汉理工大学出版社, 2014. 3  
ISBN 978-7-5629-4323-5

I. ① 材… II. ① 袁… III. ① 材料力学-高等学校-教材 IV. ① TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 312976 号

项目负责人:蔡德民 刘永坚 田道全

责任编辑:汪浪涛

责任校对:张明华

装帧设计:兴和印务

出版发行:武汉理工大学出版社

地址:武汉市洪山区珞狮路 122 号

邮 编:430070

网 址:<http://www.techbook.com.cn>

经 销 者:各地新华书店

印 刷 者:武汉兴和彩色印务有限公司

开 本:880×1230 1/16

印 张:16.5

字 数:530 千字

版 次:2014 年 3 月第 3 版

印 次:2014 年 3 月第 1 次印刷 总第 13 次印刷

印 数:49001~54000 册

定 价:30.00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请向出版社发行部调换。

本社购书热线电话:027-87515778 87515848 87785758 87165708(传真)

• 版权所有，盗版必究 •

# 普通高等学校土木工程专业新编系列教材编审委员会

## (第4届)

### 学术顾问:

吕西林 李杰 罗福午 李少甫 甘绍煊 包世华 毛鹤琴  
辛克贵 刘立新 李必瑜 彭少民 何铭新 吴培明 胡敏良

### 主任委员:

李国强 朱宏亮 田高

### 副主任委员:

刘伟庆 邹超英 白国良 徐礼华 雷宏刚 贾连光 朱彦鹏  
张永兴 张俊平 刘殿忠 缪昇 王岚 周学军 赵明华

### 委员:

邓铁军 王林 王燕 王天稳 王月明 王社良 王泽云  
王新武 王毅红 白晓红 卢文胜 叶献国 过静珺 刘长滨  
刘剑飞 孙俊 孙强 孙家齐 陈水生 陈伯望 何培玲  
李碧雄 李怀建 李启令 李书进 邵旭东 宋固全 吴辉琴  
吴雪茹 吴炎海 张国强 张科强 张立人 周云 段兵廷  
姜玉松 柳炳康 饶云刚 俞晓 赵瑞斌 秦建平 徐伟  
袁广林 袁海庆 蒋沧如 曾志兴 窦立军 戴国欣 魏瑞演

总责任编辑:刘永坚 田道全

秘书 长:蔡德民

## 前　　言

(第3版)

作为土木工程专业重要的基础课程之一,材料力学与其他力学类课程,特别是与结构力学课程有着密切的联系。为了更好地适应土木工程专业的教学需要与专业特点,本书在内容的选取和阐述方法上做了一些必要的调整。主要是:

(1) 考虑到结构力学中对力法有系统的规范化阐述,在超静定问题上适当减少了分量,在超静定梁的讲述上尽量与结构力学的讲法取得一致;

(2) 在梁的弯矩符号的规定和弯矩图的画法上,考虑了与结构力学的协调,将以往习惯上“按叠加原理作弯矩图”的讲法改为介绍“按区段叠加法作弯矩图”,为结构力学等后续课程中对于这一方法的熟练掌握与应用做必要的铺垫;

(3) 考虑到计算位移真正有效而实用的方法是虚功法,所以对积分法求位移部分有适当减少,也不再介绍共轭梁法等方法;

(4) 在能量方法一章,着重阐述卡氏定理和最小势能原理,而把虚功原理和单位力法留到结构力学中再做系统讲述;

(5) 考虑到学生对于构件的实际设计方法还不易理解,一些与设计相关的内容(如拉压杆连接部分的剪切和挤压强度计算)写得比较简略,有些(如压杆的稳定系数)则没有选入,而把它们留到有关的专业课程(如钢结构)中去讲述。

这样做是为了各门课程之间取得更好的协调,避免了内容上的重复和讲述方法的不一致。

此外,考虑到截面法的概念对于学习本课程各部分都具有极大的重要性,在第1章里写入了内力和截面法概念一节,以便让学生一开始就能抓住这个纲,并在后续部分反复强化这个概念。

鉴于近年土木工程专业总的教學课时量有较大的压缩,本书在保证符合高等学校土木工程学科专业指导委员会编制的《高等学校土木工程本科指导性专业规范》的前提下,在内容总量上进行了一定的控制。

本书自出版以来,一直受到广大使用者的关心,特别是一些使用本书作为教材的老师,在给予作者以鼓励的同时,也提出了宝贵的意见与建议。根据这些意见与建议,并考虑到适应卓越工程师培养的需要,对本书进行了修改与增订。本版的主要改动包括:

(1) 对书中各章内容进行了进一步审查和修改,对某些内容的阐述进行了补充、调整或订正,增写了与土木工程相关的动荷载内容,并增补了部分例题,以利于读者自学与理解;

(2) 全书正文和习题中,所有力的符号均按照国标GB 3102—93规定,采用符号F加相应角标的方式表示,如剪力Q、轴力N分别改为 $F_Q$ 、 $F_N$ ,等等;

(3) 在较早的版本中,为了鼓励学生在学习中独立思考,本书未提供习题答案,在新版中,考虑到读者自学时解题校核的需要,对书中的大部分习题提供了参考答案;

(4) 在例题和思考题中适当选入了近几年全国注册结构工程师执业资格考试的试题(题号前标注有“\*\*”),这将有助于在校学生了解国家注册结构工程师考试的要求,也是为了适应工程技术部门读者的需要。考虑到教材的特点,对部分所选试题在形式上略有调整。

本书为普通高等学校土木工程专业新编系列教材之一,由普通高等学校土木工程专业新编系列教材编审委员会组织撰稿。其中第1、5、6、7章由袁海庆编写;第2、3章由徐吉恩编写;第4、8、9、10章由赵均海编写;第11、12、13章由禹奇才编写。渠建新担负了第11、12、13章的新版修改工作,范小春担负了全书习题答案的校核工作。邹思敏编制了配套的电子课件,读者可在武汉理工大学出版社网站下载。全书由袁海庆主编定稿,并由吴代华担任主审。

在本书编写过程中,参考了一些文献,这些文献已一并在书后列出,在此向这些文献的作者表示诚挚的敬意。多位教授和同行在百忙之中对本书进行了审读,并提出了重要的修改意见与建议,在此向他们表示衷心的谢意!

最后要说明的是,限于编者的水平,本书尚有许多不足之处。恳请各位同行和广大读者在使用后提出意见,以便继续进行修改与完善。

编　者

2013年6月

# 目 录

1 绪论 .....	(1)
1.1 材料力学的任务及其与相关课程的关系 .....	(1)
1.2 材料力学的基本假设 .....	(2)
1.3 杆件的几何特征 .....	(3)
1.4 杆件变形的概念和基本形式 .....	(3)
1.5 内力和截面法的概念 .....	(4)
2 杆件的拉伸与压缩 .....	(6)
2.1 轴向拉伸和压缩的概念 .....	(6)
2.2 用截面法计算拉(压)杆的内力 .....	(6)
2.2.1 拉(压)杆内力的概念 .....	(6)
2.2.2 用截面法求轴向拉(压)杆内力——轴力 .....	(7)
2.2.3 轴力图 .....	(7)
2.3 横截面及斜截面上的应力 .....	(9)
2.3.1 应力的概念 .....	(9)
2.3.2 横截面上的应力 .....	(9)
2.3.3 斜截面上的应力 .....	(10)
2.3.4 应力集中的概念 .....	(11)
2.4 虎克定律 .....	(12)
2.4.1 拉(压)杆的变形与应变 .....	(12)
2.4.2 虎克定律 .....	(12)
2.5 拉(压)杆的应变能 .....	(14)
2.6 材料在拉伸与压缩时的力学性质 .....	(15)
2.6.1 材料的拉伸与压缩试验 .....	(15)
2.6.2 低碳钢在拉伸时的力学性能 .....	(16)
2.6.3 其他材料在拉伸时的力学性能 .....	(18)
2.6.4 材料在压缩时的力学性能 .....	(19)
2.7 强度条件与截面设计的基本概念 .....	(20)
2.8 拉、压超静定问题 .....	(22)
本章小结 .....	(24)
思考题 .....	(25)
习题 .....	(25)
3 剪切和扭转 .....	(30)
3.1 剪切与挤压 .....	(30)
3.1.1 剪力和切应力 .....	(30)
3.1.2 联接件中的剪切和挤压强度计算 .....	(30)
3.2 薄壁圆筒的扭转 剪切虎克定律 .....	(33)
3.3 等直圆杆扭转时的应力·强度条件 .....	(34)

3.3.1	横截面上的应力	(34)
3.3.2	斜截面上的应力 切应力互等定理	(39)
3.4	等直圆杆扭转时的变形·刚度条件	(40)
3.5	等直圆杆扭转时的应变能	(41)
3.6	非圆截面等直杆的自由扭转	(42)
3.6.1	矩形截面杆	(43)
3.6.2	开口薄壁截面杆	(43)
3.6.3	闭合薄壁截面杆	(44)
	本章小结	(45)
	思考题	(46)
	习题	(46)
<b>4</b>	<b>截面图形的几何性质</b>	<b>(50)</b>
4.1	截面的静矩与形心	(50)
4.1.1	静矩	(50)
4.1.2	形心的位置	(50)
4.1.3	组合图形的形心位置	(52)
4.2	惯性矩与惯性积	(53)
4.2.1	惯性矩	(53)
4.2.2	惯性积	(55)
4.3	平行移轴公式	(55)
4.3.1	平行移轴公式	(55)
4.3.2	组合截面的惯性矩及惯性积	(56)
4.4	惯性矩和惯性积的转轴公式	(58)
4.5	截面的主惯性轴和主惯性矩	(58)
	本章小结	(60)
	思考题	(61)
	习题	(61)
<b>5</b>	<b>弯曲内力</b>	<b>(65)</b>
5.1	梁的平面弯曲 梁的计算简图	(65)
5.1.1	梁的平面弯曲概念	(65)
5.1.2	梁的计算简图	(66)
5.2	梁的内力 剪力和弯矩	(67)
5.3	剪力方程与弯矩方程 剪力图与弯矩图	(70)
5.4	内力与分布荷载间的关系及其应用	(72)
5.4.1	弯矩、剪力和分布荷载集度间的关系	(72)
5.4.2	几种常见荷载下梁的剪力图与弯矩图的特征	(73)
5.5	用区段叠加法作梁的弯矩图	(75)
	本章小结	(77)
	思考题	(77)
	习题	(78)
<b>6</b>	<b>弯曲应力</b>	<b>(82)</b>
6.1	梁横截面上的正应力	(82)

6.1.1 纯弯曲时梁横截面上的正应力	(82)
6.1.2 横力弯曲时梁横截面正应力的计算	(85)
6.2 梁横截面上的切应力	(86)
6.2.1 矩形截面梁的切应力	(86)
6.2.2 工字形截面梁的切应力	(88)
6.2.3 薄壁环形截面梁的切应力	(89)
6.2.4 圆截面梁的切应力	(90)
6.3 梁的强度条件	(90)
6.3.1 梁的正应力强度条件	(90)
6.3.2 梁的切应力强度条件	(91)
6.4 梁的合理截面	(91)
6.5 非对称截面梁的平面弯曲 弯曲中心	(93)
6.5.1 非对称截面梁的横力弯曲	(93)
6.5.2 开口薄壁截面杆的弯曲中心	(96)
6.6 考虑材料塑性时梁的极限弯矩	(97)
本章小结	(99)
思考题	(99)
习题	(100)
<b>7 梁的变形</b>	(105)
7.1 梁的挠曲线近似微分方程	(105)
7.2 用积分法求梁的位移	(106)
7.3 按叠加原理求梁的位移	(109)
7.4 梁的刚度条件	(109)
7.5 梁的弯曲应变能	(110)
7.6 超静定梁的初步概念与求解	(111)
本章小结	(113)
思考题	(114)
习题	(114)
<b>8 应力状态与应变状态分析</b>	(118)
8.1 应力状态的概念	(118)
8.2 平面应力状态下的应力分析	(120)
8.2.1 斜截面上的应力	(121)
8.2.2 应力圆	(121)
8.2.3 主应力与主平面	(123)
8.3 三向应力状态下的应力分析	(125)
* 8.4 平面应力状态下的应变研究	(127)
8.4.1 任意方向的应变	(127)
8.4.2 应变圆	(129)
8.4.3 主应变	(129)
8.5 广义虎克定律	(132)
8.6 三向应力状态下的比能	(135)
* 8.7 实验应力分析的原理与方法	(136)
8.7.1 概述	(136)

8.7.2 电阻应变计法的原理及应用 .....	(137)
8.7.3 光弹性法的原理及应用 .....	(139)
本章小结 .....	(144)
思考题 .....	(145)
习题 .....	(145)
<b>9 强度理论 .....</b>	<b>(148)</b>
9.1 强度理论的概念 .....	(148)
9.2 四个基本的强度理论 .....	(149)
9.2.1 最大拉应力理论(第一强度理论) .....	(149)
9.2.2 最大伸长线应变理论(第二强度理论) .....	(149)
9.2.3 最大切应力理论(第三强度理论) .....	(149)
9.2.4 形状改变比能理论(也称均方根切应力理论或第四强度理论) .....	(150)
9.3 其他强度理论 .....	(151)
9.3.1 摩尔强度理论(修正的最大切应力理论) .....	(151)
9.3.2 双剪强度理论 .....	(151)
9.4 各种强度理论的适用范围 .....	(152)
本章小结 .....	(158)
思考题 .....	(158)
习题 .....	(158)
<b>10 组合变形 .....</b>	<b>(160)</b>
10.1 斜弯曲 .....	(161)
10.2 拉伸(压缩)与弯曲组合变形 .....	(167)
10.3 拉伸(压缩)、弯曲与扭转组合变形 .....	(171)
10.4 偏心拉伸与压缩 .....	(175)
10.5 截面核心 .....	(178)
本章小结 .....	(180)
思考题 .....	(181)
习题 .....	(182)
<b>11 压杆稳定 .....</b>	<b>(188)</b>
11.1 压杆稳定性的概念 .....	(188)
11.2 两端饺支中心受压细长直杆的欧拉公式 .....	(189)
11.3 不同约束条件下细长压杆的欧拉公式 .....	(190)
11.4 临界应力 欧拉公式的应用范围 .....	(191)
11.5 超过比例极限时压杆的临界应力 临界应力总图 .....	(192)
11.6 压杆的稳定校核及提高稳定性的措施 .....	(194)
11.6.1 压杆的稳定校核 .....	(194)
11.6.2 提高压杆稳定性的措施 .....	(196)
本章小结 .....	(197)
思考题 .....	(198)
习题 .....	(199)
<b>12 能量法 .....</b>	<b>(201)</b>
12.1 应变能与余能 .....	(201)

12.1.1 应变能.....	(201)
12.1.2 余能.....	(203)
12.2 卡氏定理.....	(206)
12.2.1 卡氏第一定理.....	(206)
12.2.2 卡氏第二定理.....	(206)
12.3 势能及最小势能原理.....	(211)
12.3.1 势能.....	(211)
12.3.2 最小势能原理.....	(212)
12.4 瑞利-里兹法 .....	(213)
本章小结.....	(215)
思考题.....	(216)
习题.....	(217)
<b>* 13 材料性能研究中的其他问题 .....</b>	<b>(219)</b>
13.1 动荷载下的应力与变形计算.....	(219)
13.1.1 考虑惯性力的杆件应力与变形计算.....	(219)
13.1.2 杆件受冲击时的应力和变形计算.....	(221)
13.1.3 冲击韧度 转变温度.....	(224)
* 13.2 材料的疲劳破坏与耐劳极限.....	(226)
13.2.1 材料的疲劳破坏与耐劳极限的概念.....	(226)
13.2.2 材料在对称与非对称循环交变应力下的耐劳极限.....	(228)
* 13.3 材料在长期荷载作用下的蠕变现象.....	(231)
本章小结.....	(231)
思考题.....	(232)
习题.....	(232)
<b>附录.....</b>	<b>(234)</b>
附录 1 型钢规格表 .....	(234)
附录 2 简单荷载作用下梁的挠度与转角 .....	(243)
<b>习题部分参考答案 .....</b>	<b>(245)</b>
<b>参考文献 .....</b>	<b>(252)</b>

## 1 緒論

## 1.1 材料力学的任务及其与相关课程的关系

建筑物中承受荷载而起骨架作用的部分被称为结构,而任何结构都是由构件所组成的。例如一座房屋的结构由基础柱、梁、楼板、屋盖组成,它受到种种外力作用,如房屋自重,房内人员、设备和家具的重力,积雪重力、风力和地震力等。这些外力统称为荷载,结构能否正常地工作,取决于每个构件在荷载作用下的工作性能。

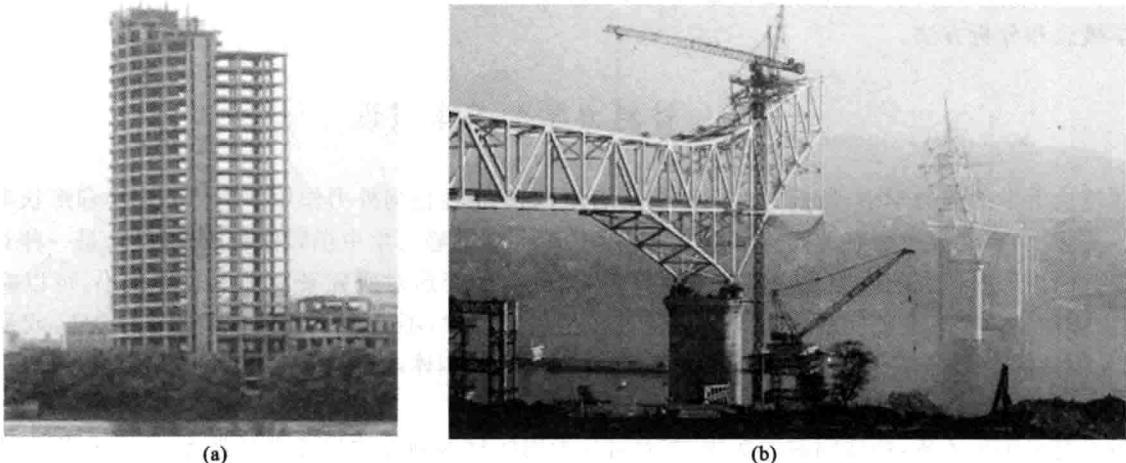
一个构件在荷载下的工作性能，与它的几何形状和尺寸、制作材料及其与基础和其他构件的联结方式等因素有关。构件设计的任务就是正确处理这些因素，使构件满足一定的力学要求。这里所说的力学要求，包括强度、刚度和稳定性的要求。

### 1) 强度要求

强度是指材料或构件抵抗破坏的能力。

不同材料制成的构件有不同的强度；同种材料制成的构件，根据其形状和几何尺寸的不同也各有不同的强度。

要求构件在一定荷载作用下不发生破坏,也就是说构件要满足一定的强度要求。对构件的设计应保证它在规定的荷载条件下不会发生破坏。图 1.1(a)、(b)分别为施工中的高层建筑和铁路桥梁,高层建筑的梁、柱以及桥梁的桥墩等构件都是用钢筋混凝土材料制成,桥梁的桁杆是用钢材制成的。这些构件必须能够抵御由于自重及建筑物使用时设备和人等的重量、风、雪、地震等各种因素产生的荷载作用而不破坏,这就是对材料和构件的强度要求。



(a) 施工中的高层建筑; (b) 施工中的桥梁

## 2) 刚度要求

刚度是指构件抵抗变形的能力。

构件的刚度与制成它的材料、它的几何尺寸和形状有着密切的关系。一根木杆与同样尺寸形状的钢杆相比容易弯曲，可以说前者刚度比后者小；材料相同、长度相等而粗细不同的两根杆子，粗杆的刚度显然大于细杆。

任何构件在荷载的作用下都不可避免地要发生变形,但是对于正常使用的要求来说,这种变形必须要限制在一定的限度内。图 1.1 所示的建筑物和桥梁,除了要求在各种荷载作用下结构和构件不能破坏之外

外,为了正常使用的需要,还必须要求在荷载作用下结构的变形不能过大。例如,对于图 1.1(a)的高层建筑来说,要求在风荷载下楼层的侧向位移不能过大;对于图 1.1(b)的桥梁来说,要求在列车通过时桥梁的挠度要有一个限制。这种对结构或构件的变形大小的限制就是一种刚度要求。

### 3) 稳定性要求

构件在受到荷载作用时在原有形状下的平衡应保持为稳定的平衡,这就是对构件的稳定性要求。一根两端沿轴向受压的细长直杆在压力荷载增大到某一值时,会突然从原有的直线形状变成弯曲形状,这种现象称之为“失去稳定”或称“失稳”。构件失稳后将失去继续承受荷载的能力,将可能导致整体结构的破坏。对于轴向受压的细长杆件来说,满足稳定性要求是构件安全必不可少的条件。例如图 1.1(b)中桥梁的桁杆,在荷载作用下,它们有的是受拉的,但也有些是受压的。对于这些细长的受压杆而言,最危险的不是因受压而引起材料破坏,而是在受压情况下发生侧弯而“失稳”,失去承载能力。这种现象一旦发生,将会导致重大事故。稳定问题的另一个常见的实例是建筑施工中所使用的钢管脚手架,保持竖向杆件在受压情况下的稳定是一个非常重要的问题。

构件的强度、刚度和稳定性与其所用的材料有关。同样尺寸、形状的构件,当分别用不同的材料来制作时,它们的强度、刚度和稳定性也各不相同。因此,对构件的强度、刚度和稳定性研究离不开对材料的力学性质的研究。材料的力学性质需要通过试验的方法来测定。试验研究和理论研究是材料力学缺一不可的两个基本研究手段。

综上所述,材料力学研究的对象是构件,研究的内容是构件的强度、刚度、稳定性和材料的力学性质。通过对材料力学的学习,了解构件设计的基本力学原理,懂得恰当地选择材料和确定构件的截面形状与尺寸,使构件的设计既安全可靠又经济合理。

材料力学作为工程力学的重要组成部分,是以理论力学为先修课程,而以结构力学为后续课程的。理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学,在材料力学中经常要用到的平衡的概念和利用平衡规律求解构件内力的计算方法,都是以理论力学中静力学的知识为基础的。结构力学的任务是要研究结构的强度、刚度、稳定性和动力反应,以及结构的组成规律,不难理解,材料力学对组成结构的基本元素——构件的强度、刚度和稳定性研究将为结构力学打下重要的基础。材料力学和理论力学、结构力学是工程力学的三个密切相关的课程,应该了解它们之间的有机联系,循序渐进地学习,逐步掌握作为土木工程师必备的力学概念和分析方法。

## 1.2 材料力学的基本假设

在理论力学的静力学中,所研究的固体都是刚体,就是说在任何外力作用下物体的大小和形状都保持不变。实际上,自然界中所有的固体都是变形体。理论力学的静力学中把固体看成是刚体,是一种对问题的抽象。因为那时研究的内容是物体的平衡,而物体的微小变形对研究平衡来说影响很小,可以略去不计,把固体抽象为刚体会使问题大大简化。但是在材料力学中,不论是研究构件的强度、刚度,或是稳定性,都与构件的变形有着直接的关系,因此不能再把固体看成刚体,而要作为可变形体来研究,一般称它们为可变形固体。

为了突出主要矛盾,抓住问题的实质,在对可变形固体材料制成的构件进行强度、刚度和稳定性研究时,也要忽略材料的一些次要性质,并根据其主要性质做出一定的假设,把材料抽象为某种理想的模型,然后进行理论分析。在材料力学中,通常对可变形固体做如下基本假设:

### 1) 连续性假设

这一假设认为,物体在其整个体积内都无空隙地充满了物质。本来,根据物质的微观结构知道,物体内部是存在空隙的,但这些空隙的大小与构件的尺寸相比非常微小,因此,把材料看作密实的并不会影响对其宏观力学性质的研究。

### 2) 均匀性假设

这一假设认为,物体内各部分的力学性质是均匀的。如果从物体中任意取出一部分,则不论其体积大小和所在位置如何,都具有与物体整体同样的力学性质。当然,这也是一种抽象和简化。

### 3) 各向同性假设

这一假设认为,材料沿各方向的力学性质均相同。有些材料沿各方向的力学性质并不相同,例如木材,顺纹方向与横纹方向的力学性质有显著的差异。像这样的材料称之为各向异性材料。还有些材料,沿各方向力学性质是相同的,如工程上常用的金属材料,虽然从它们的晶体微粒来说,其力学性质是有方向性的,但由于晶粒微小且排列杂乱无序,从宏观上看仍然是各向同性的。材料力学所研究的对象只限于各向同性的可变形固体。

材料力学中所研究的构件在承受荷载作用时,其变形与构件的原始尺寸相比通常属于微小变形。所以,在研究构件的平衡以及其内部受力和变形等问题时,均可按构件的原始尺寸和形状进行计算。但也有些构件在受力变形后,必须按其变形后的形状来计算,本书中将要讨论的压杆稳定就属于这类问题。

工程上所用的材料,在荷载作用下均将发生变形。如果在卸去荷载后变形消失,物体恢复原状,则称这种变形为弹性变形。但当荷载过大时,则发生的变形只有一部分在荷载卸去后能够消失,另一部分变形将不会消失而残留下来,这种残留变形部分称为塑性变形。对于各种工程材料而言,在一定的受力范围内,其变形完全是弹性的。多数构件在正常工作条件下均要求其材料仅发生弹性变形,所以在材料力学中所研究的大部分问题局限在弹性变形范围内。

综上所述,在材料力学中是把实际材料看作均匀、连续、各向同性的可变形固体,且在大多数场合下局限在微小变形并在弹性变形范围内进行研究。当符合“微小变形”和“弹性范围”这两个条件时,可以运用“叠加原理”,将多种因素在结构和构件上引起的效应用各个因素分别单独作用时引起效应的和来代表。

## 1.3 杆件的几何特征

材料力学所研究的主要构件是杆件。杆件是纵向(长度方向)尺寸远比横向(垂直于长度方向)尺寸要大得多的物体。房屋的梁、柱等一般都被抽象为杆件,而且是直杆。

杆件有两个主要的几何因素,即横截面和轴线。

首先来看直杆,它的横截面垂直于杆的长度方向,而轴线则为所有横截面形心的连线[图 1.2(a)],横截面和轴线是互相垂直的。显然,直杆的特征是轴线为直线。在材料力学中所研究的直杆多数是等截面的,通常简称为等直杆。横截面大小不同的杆则称为变截面杆。

至于曲杆,它的横截面是垂直于其弧线切线方向的截面,轴线则为所有横截面形心的连线,曲杆的轴线与横截面也是相互正交的[图 1.2(b)]。显然,曲杆的特征是轴线为曲线。

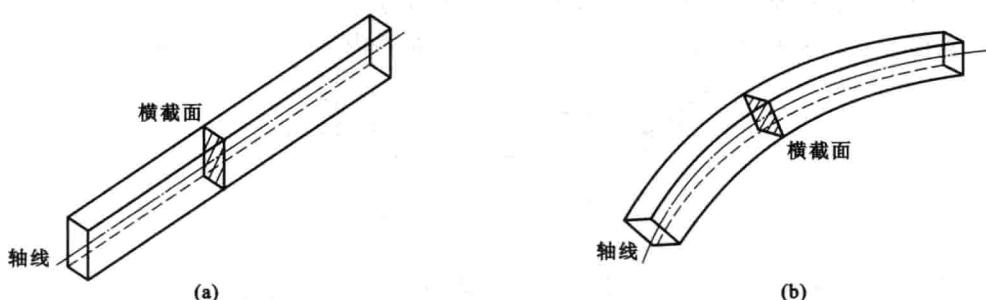


图 1.2 杆件的横截面与轴线

(a) 直杆; (b) 曲杆

## 1.4 杆件变形的概念和基本形式

杆件受力后,其长度、形状将发生改变,统称杆件变形。根据受力情况的不同,杆的变形也有不同的形式,具体来说有以下四种基本变形形式。

### 1) 轴向拉伸或轴向压缩

在一对作用线与杆轴线重合且大小相等、指向相反的外力作用下,直杆的主要变形是长度的改变。这

种变形形式称为轴向拉伸[图 1.3(a)]或轴向压缩[图 1.3(b)]。

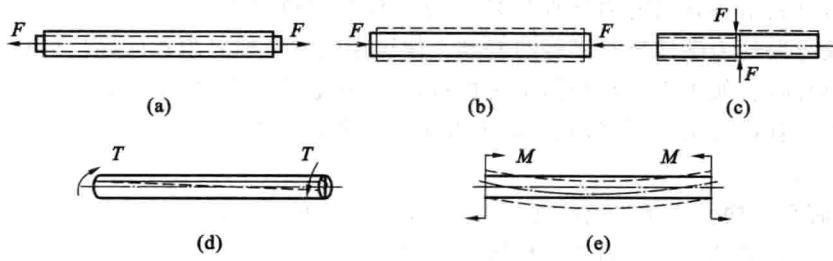


图 1.3 杆件变形的基本形式

(a) 拉伸;(b) 压缩;(c) 剪切;(d) 扭转;(e) 弯曲

## 2) 剪切

在一对相距很近的大小相同、指向相反的横向外力作用下,杆的主要变形是横截面沿外力作用方向发生错动[图 1.3(c)]。这种变形形式称为剪切。

## 3) 扭转

在一对转向相反且作用在与杆轴线相垂直的两平面内的外力偶作用下,直杆的相邻横截面将绕轴线发生相对转动,而轴线仍维持直线,这种变形形式称为扭转[图 1.3(d)]。汽车传动轴的变形就是扭转变形的一个典型例子。

## 4) 弯曲

在一对转向相反作用在杆的纵向平面内的外力偶作用下,直杆将在该纵向平面内发生弯曲,变形后的杆轴线将弯成曲线,这种变形形式称为弯曲[图 1.3(e)]。

工程实践中常用构件在荷载作用下的变形多为上述几种基本变形形式的组合,纯属一种变形形式者较少见。本课程首先分别讨论各种基本变形形式,然后讨论组合变形的问题。

## 1.5 内力和截面法的概念

从理论力学知识知道,对一个构件进行受力分析,这个构件所受到的力可能有荷载、支座反力或其他构件对它的作用力,这些力对于该构件来说都叫“外力”。例如图 1.4(a)中的杆 AB,它所受到的外力有荷载  $F$  以及相应的支座反力,容易求出支座反力  $F_H = F \cos \alpha$ ,  $F_V = F \sin \alpha$ ,  $M = Fl \sin \alpha$ , 杆 AB 所受外力就全部确定。考察杆内任意横截面 C-C,不难推断,在该截面两侧的两部分之间存在某种相互作用力,否则,在外力的作用下截面 C-C 以左和以右的两个部分就会分开。构件内部的这种力称为构件的“内力”。

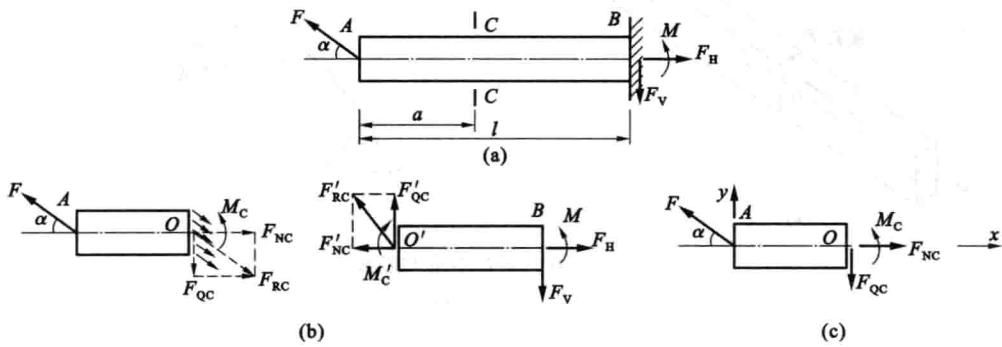


图 1.4 截面法

(a) 杆件所受外力;(b) 将杆件切开;(c) 取左半为脱离体考虑平衡

现在,设想用一平面沿截面 C-C 把杆切开[图 1.4(b)],在切开的截面上的每一点处,都存在着将左右两部分互相联结的内力,也就是说内力是分布在整个截面上的。把这个分布内力系按理论力学的方法向截面形心 O 点简化,在 C-C 以左的部分上,将得到一个主矢  $F_{RC}$  和一个主矩  $M_C$ ;在 C-C 以右部分上,类似地将得到力  $F'_{RC}$  和力偶  $M'_C$ 。把力  $F_{RC}$  分解为沿截面法向和切向两个方向的分量  $F_{NC}$  和  $F_{QC}$ ,则  $F_{NC}$ 、 $F_{QC}$

和  $M_c$  分别称为该截面的轴力、剪力和弯矩,它们是该截面总内力的三个分量(以后讲到截面内力都是指内力分量)。

由于切开之前杆件整体是平衡的,其任一局部也都是平衡的。所以,假想地切开后,其左右两个部分各自仍都保持静力平衡状态。这样,可以利用静力平衡条件解出截面上的内力分量。

取杆的左边部分[图 1.4(c)]为脱离体,对其进行受力分析,它受到的力为荷载  $F$  以及截面 C-C 上的内力分量  $F_{NC}$ 、 $F_{QC}$  和  $M_c$ 。现在,对于截面 C-C 左边这个脱离体来说,  $F_{NC}$ 、 $F_{QC}$  和  $M_c$  是作用于其上的外力。引入静力平衡条件

$$\sum X = 0, \quad -F\cos\alpha + F_{NC} = 0$$

$$\sum Y = 0, \quad F\sin\alpha - F_{QC} = 0$$

$$\sum M_0 = 0, \quad F\sin\alpha \cdot a - M_c = 0$$

于是,可以解出  $F_{NC}$ 、 $F_{QC}$  和  $M_c$  的值。

如取右半部分作为脱离体,则可求解  $F'_{NC}$ 、 $F'_{QC}$  和  $M'_c$ ,根据作用力与反作用力定律可知,它们必然分别与  $F_{NC}$ 、 $F_{QC}$  和  $M_c$  相等。

上述求构件某一截面处内力的一般步骤是:

(1) 在该截面处假想地把杆件截开,取其某一部分为脱离体。

(2) 对所取的脱离体进行受力分析。脱离体的受力包括原来就作用于脱离体上的外力和截开处暴露出来的截面内力。

(3) 对脱离体使用静力平衡条件解出截面内力。

这种求杆件截面内力的方法,称为“截面法”。

截面法的概念非常重要,其关键是截开杆件取脱离体,这样就使杆件的截面内力转化为脱离体上的外力,其后运用平衡条件对未知内力的分析和计算完全就是理论力学的方法了。

上节已经提到,根据杆件受力情况的不同,杆的变形有拉伸、压缩、剪切、扭转和弯曲,以后会逐步介绍,与此相应,杆件的截面内力也相应地会有不同的形式。各种情况下的内力都是通过截面法来求解的。

## 2 杆件的拉伸与压缩

### 本章提要

杆件的拉伸与压缩是杆件的基本变形形式之一,也是最简单的一种变形形式。通过对于拉伸与压缩的研究,将对杆件变形与内力的关系以及材料基本力学性质的研究建立初步的概念。因此,对拉伸与压缩的研究具有重要的意义。本章将建立拉压杆内力的概念和应力、应变的概念,讨论截面法在求解拉压杆内力中的具体应用,研究应变与应力的关系及材料拉伸压缩时的力学性能,建立强度计算的基本概念,并对超静定问题的求解做初步的了解。

### 2.1 轴向拉伸和压缩的概念

在实际工程中经常会遇到承受轴向拉伸和轴向压缩的等直杆件。例如桥梁桁架(图 2.1)和房屋屋架中的杆件(图 2.2)等。

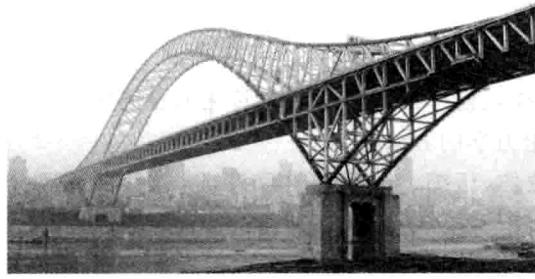


图 2.1 朝天门大桥

图 2.2(a)所示的房屋屋架,是由很多等直杆件铰接而成的。现取出 *a* 杆和 *b* 杆来进行分析,如图 2.2(c)所示,*a* 杆是一根受拉的等直杆,由节点处传来的合力  $F_1$ ,作用在杆件的两端,与杆的轴线重合,并且大小相等、方向相反,它们使杆件产生轴向的伸长变形,称为轴向拉伸;作用在 *b* 杆[图 2.2(b)]两端的力  $F_2$  使杆产生轴向压缩变形,称为轴向压缩。

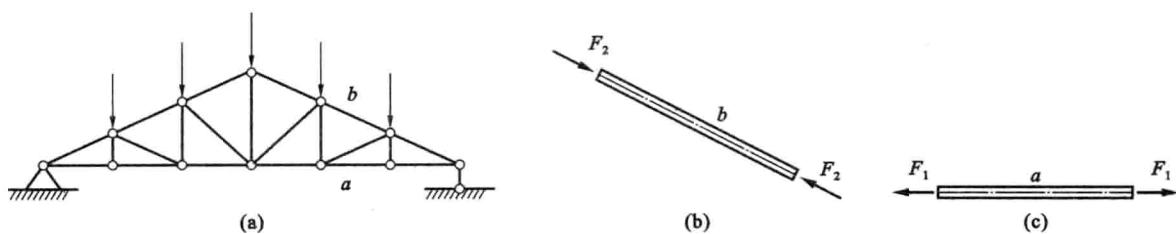


图 2.2 屋盖桁架中的杆件

(a) 屋盖桁架; (b) *b* 杆; (c) *a* 杆

### 2.2 用截面法计算拉(压)杆的内力

#### 2.2.1 拉(压)杆内力的概念

在 1.5 节曾经借助于一个杆件实例介绍过“内力”的概念。杆件在受到轴向拉力作用时,会产生变形而伸长,同时,在杆件内任何截面处,截面两侧相连部分之间产生相互作用力,它的存在保证了截面两侧部分不被分开,这种作用力就是杆件的拉伸内力。类似地,杆件在受到轴向压力作用时,杆件内部会产生压缩内力。

### 2.2.2 用截面法求轴向拉(压)杆内力——轴力

根据 1.5 节所介绍计算杆件内力的方法即截面法的原理和一般步骤,现在研究轴向拉(压)杆的内力计算方法。

图 2.3(a)所示拉杆,两端各作用一轴向外力  $F$ ,内力的计算步骤如下:

(1) 在该杆任一横截面  $m-m$  处将其假想地切开,取其左半部分(或右半部分)为脱离体。

(2) 对所取脱离体作受力分析,画出受力图。该脱离体除原来受到的外力  $F$  之外,在横截面  $m-m$  处还受到右半部分对它的作用力。已经指出,这种作用力本来是分布在整个截面上的连续分布力,在计算内力时,只考虑它们的合力。设其合力为  $F_N$ ,并设其方向为背离截面方向,即设其为拉力。则脱离体的受力分析如图 2.3(b)所示。

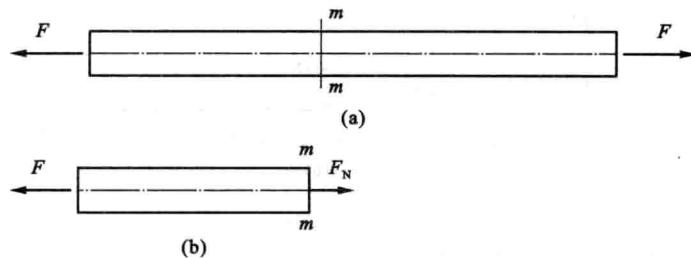


图 2.3 用截面法求轴向受拉杆内力

(3) 对所取脱离体列出平衡方程

$$\sum X = 0, \quad F_N - F = 0$$

可解得

$$F_N = F$$

这样即解得截面  $m-m$  处的内力。上述方法也同样适用于图 2.4 所示轴向受压杆的内力计算,此时将求得  $F_N = -F$ ,负号表明  $F_N$  的实际方向与所设方向相反。

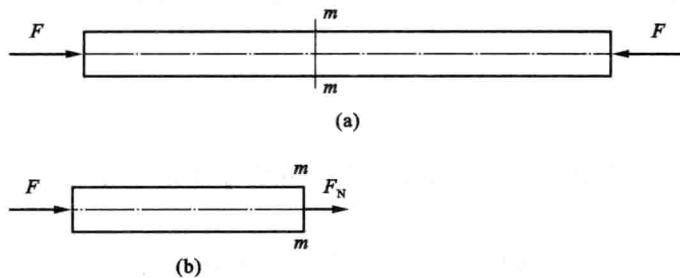


图 2.4 用截面法求轴向受压杆的内力

显然,为了保证脱离体的平衡,  $F_N$  的作用线必然与  $F$  的作用线重合,也就是说,内力  $F_N$  是沿杆件轴线作用的。因此把轴向拉(压)杆的内力称为轴力。对于轴力,规定拉力为正、压力为负。在用截面法计算轴力时,为了避免符号上的混乱,一般总是设轴力为拉力,如果计算结果为正值,表明实际轴力为拉力,与所设相同;如计算结果为负值,则表明实际轴力为压力。

### 2.2.3 轴力图

轴向拉(压)杆上各部分的轴力将依所受荷载而变化,可以用图形来直观地表明杆件上各截面处轴力的变化情况,这种图形叫作“轴力图”。以下通过一个例子来说明轴力图的作法。

图 2.5(a)所示杆承受三个轴向外力。由于在截面  $B$  处作用有外力,当在  $B$  截面以左或以右用截面截开杆件,截取的脱离体受力情况是不同的。也就是说,  $B$  截面以左和以右的杆段轴力是不同的,因而需要分段研究。

用截面法先计算  $AB$  段的轴力。在  $AB$  段的任一横截面 1-1 处将杆切开,并选左段脱离体为研究对