

“十二五”国家重点图书出版规划项目

现代声学科学与技术丛书

环境声的听觉感知与 自动识别

陈克安 著



科学出版社

“十二五”国家重点图书出版规划项目

现代声学科学与技术丛书

环境声的听觉感知与 自动识别

陈克安 著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本书以环境声的听觉感知及其利用为主线,全面介绍了听觉感知的心理声学基础、声音听觉属性的感知机理与建模、环境声辨识的听觉机理及其应用。全书共分七章,涉及三个方面的内容:环境声的物理特性与听觉感知机理、环境声的主观评价方法与数据处理、听觉系统的结构与功能;环境声听觉属性(响度与音色)的感知与建模;声源的听觉感知与基于听觉特征的环境声自动识别。

本书既可作为学术专著供目标识别领域的科技工作者参考,又可作为声学、信号与信息处理、心理物理学等相关学科的研究生教材。

图书在版编目(CIP)数据

环境声的听觉感知与自动识别/陈克安著. —北京:科学出版社,2014.6
(现代声学科学与技术丛书)

“十二五”国家重点图书出版规划项目

ISBN 978-7-03-040991-1

I. ①环… II. ①陈… III. ①环境声学-研究 IV. ①X121

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第123821号

责任编辑:刘凤娟/责任校对:郭瑞芝

责任印制:钱玉芬/封面设计:陈敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

北京通州皇家印刷厂印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014年6月第一版 开本:720×1000 1/16

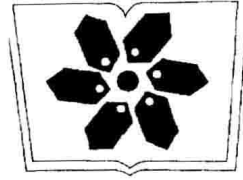
2014年6月第一次印刷 印张:22 3/4

字数:440 000

定价:128.00元

(如有印装质量问题,我社负责调换)





中国科学院科学出版基金资助出版

“现代声学科学与技术丛书”编委会

主 编：田 静

执行主编：程建春

编 委：(按姓氏汉语拼音排序)

| | | | |
|-----|-----|-----|-----|
| 陈伟中 | 陈 宇 | 邓明晰 | 侯朝焕 |
| 李晓东 | 林书玉 | 刘晓峻 | 吕亚东 |
| 马远良 | 钱梦騷 | 邱小军 | 孙 超 |
| 王威琪 | 谢菠荪 | 杨德森 | 杨士莪 |
| 张海澜 | 张仁和 | 张守著 | |

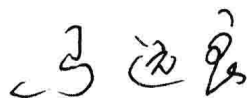
序 言

生物学的研究表明,在人类胎儿出生前的几个月,他就有了一定的听觉感知与识别的能力,能区分妈妈的声音并产生心跳加快和肢体运动的反应。这时胎儿的视觉系统还不具备最起码的视觉功能。在他出生以后,把所见和所闻联系起来,才能逐步完成视觉系统的发育。这个事实告诉人们,声音的感知与识别,对人类而言先于视觉的感知。我们不禁联想到 20 世纪 80 年代中期,王大珩和汪德昭两位先生之间的“声光对话”。相传两人在一次会议上相遇,谈及光学和声学的重要性时,王大珩先生说,“眼见为实”,“百闻不如一见”;汪德昭先生说,“未见其人,先闻其声”,“闻其声如见其人”。看来两位先生都非常热爱自己从事的专业,都说得很有道理。当今世界,已经发展到多媒体的时代,人们对于声像感知的需求丰富多彩,声音和图像同样地大有可为。作为声学工作者,我们知道在听觉感知与识别领域存在着许多不为人知的奥妙。例如,海豚的声呐一直令人着迷,它在海洋里的一切活动都是以听觉感知为基础的。经过训练的海豚不但能够区分同样形状尺寸的金属圆管和塑料圆管,而且能够发现圆管厚度的微小变化,是水下特战队的能干助手。它为什么这么能干,人类能够复制其仿生行为吗?这些问题至今没有令人满意的答案。可见国内外声学专家们对于听觉感知与识别问题的研究,仍然任重而道远。

陈克安教授的新著《环境声的听觉感知与自动识别》,以环境声学为应用背景,以听觉感知的机理、噪声源自动识别技术为基本内容,是一本内容新、学科跨度大、基础性比较强的著作,也是正面应对听觉感知与识别这个科学技术问题的勇敢探索。内容新是指对于这个司空见惯的问题最近十几年来有许多新的发展,本书的参考文献主要来自这一时期;学科跨度大是指这个问题涉及的基本概念、名词术语、度量方法、属性描述、评价技术、理论框架等都不是来自单一学科,而是涉及神经生物学、心理学、信号检测与数据处理、模式识别与人工智能、环境声学、电声学等诸多不同相交叉的学科;基础性比较强是指这部著作并非以解决某一类具体问题为目标,而是提炼出若干基础性问题展开论述。本书的第 1, 2 章,针对听觉感知与识别的基础知识和基本概念,如声音的分类及特性、听觉感知的内涵,以及相应的研究方法、主观评价和数据处理方法等,作了尽可能系统准确的归纳与说明。其后的第 3, 4, 5 章,致力于感知问题的建模,是本书的中心环节。第 6, 7 章,侧重于识别方面的内容,包括介绍作者及其课题组最近十年来的有关研究成果。这些成果的取得是艰难的,因为在中国声学界过去很少有人熟悉听觉感知;它又是令人鼓舞的,因为人们从这里看到了突破惯性思维,在更低的信噪比下获得优异识别结果的曙光。这对进一步的研究和应用,无论在环境声学领域,还是电声学领域,或者

水声工程领域，都具有重要的参考价值。

希望本书的出版能够推动相关科学技术问题的深入研究，并在声学科技人才的培养中发挥积极作用。

Handwritten signature in black ink, consisting of three characters: '马', '勇', and '良'.

2013年8月, 西安

前 言

传统上，利用声音进行声源和声事件的自动识别属于信号处理与模式识别的研究范畴，其核心在于特征提取与分类器设计。以往基于信号与信息处理技术的方法虽然取得了长足进展，但所实现的自动识别系统在低信噪比下的性能提高、抗干扰能力及快速实现等诸多方面仍然有很大的不足。另外，人类听觉系统在听音辨物方面有着巨大优势和卓越性能，长期以来，基于人的听觉原理进行声音辨识的听觉仿生一直是国内外研究者们追求的梦想。

环境声是除语音声和音乐声之外的所有可听声的总称。过去几十年来，人们主要针对语音声和音乐声进行了大量的基础和应用研究，如语音合成与识别、乐声分析与自动检索、乐器的自动识别等。将环境声作为一种单独的声音类别进行听觉感知与应用研究是近十多年来的事，其中基于听觉原理的环境声自动识别在科学研究、工业生产、社会生活、军事斗争等诸多领域有着广泛的应用，如基于动物发声的物种调查与保护、基于声与振动的故障诊断与修复、水下目标的识别与分类等。近年来，国内外已有越来越多的科技工作者加入这一研究行列。

2000年以来，环境声对人的效应、听觉感知机理及其利用引起了著者及其课题组的兴趣，随后开始了十余年的探索，先后获得两项国家自然科学基金和多项国防预研项目的资助，在环境声的听觉感知机理、主观评价方法、听觉特征提取与自动识别等方面取得了一定成绩。环境声的听觉感知与应用涉及的知识面十分宽泛，包含了心理物理学、听觉科学、声学、信号检测与模式识别等多个学科领域。在十余年的教学与科研工作中，著者深深感到，对于新入门者，要把握其基本知识与方法，了解国内外发展动态，掌握主要研究方法手段极其不易，为此萌发了撰写一部专著与同行共享研究成果的想法。

环境声的听觉感知与应用是一个刚刚兴起的多学科交叉的研究方向，其涉猎面异常宽泛，目前的发展日新月异，要撰写一部全面深入介绍其基本理论及方法的著作，就著者科研经历及能力来说几乎是办不到的。本书仅是十年来个人研究成果的集结，存在的不足之处，期望在后续研究和读者的批评指正中进一步完善。

本书的撰写历时五年，期间著者指导的研究生在资料收集、算例计算、工程应用等方面做了大量工作，尤其是王娜、马元峰、张冰瑞、杨立学、梁雍等博士生提

供的宝贵帮助，在此表示衷心感谢！此外，著者对“西北工业大学第十五期专著出版基金”的资助表示感谢！

著 者

2013 年 12 月

目 录

序言

前言

| | |
|--------------------------------|----|
| 第 1 章 声音特性与听觉感知 | 1 |
| 1.1 可听声的特性与发声机理 | 1 |
| 1.1.1 声音的产生与基本特性 | 2 |
| 1.1.2 乐声与语声 | 8 |
| 1.1.3 环境声 | 16 |
| 1.2 声音的感知与听觉效应 | 29 |
| 1.2.1 声音的听觉感知属性 | 29 |
| 1.2.2 人类的听觉感知能力 | 34 |
| 1.2.3 听觉效应 | 36 |
| 1.2.4 环境声的感知 | 39 |
| 1.3 听觉感知的研究方法手段 | 40 |
| 1.3.1 声音的客观度量 | 40 |
| 1.3.2 声信号分析与处理 | 41 |
| 1.3.3 听觉感知与心理声学 | 43 |
| 参考文献 | 47 |
| 第 2 章 主观评价方法与数据处理 | 49 |
| 2.1 声刺激与声音合成 | 49 |
| 2.1.1 典型声刺激及其特性 | 49 |
| 2.1.2 基于互联网的环境声获取 | 57 |
| 2.1.3 环境声的合成 | 62 |
| 2.1.4 声音的呈现 | 74 |
| 2.2 听觉测试与评价方法 | 77 |
| 2.2.1 概述 | 77 |
| 2.2.2 感觉阈限的测量 | 78 |
| 2.2.3 阈上感觉的测量 | 79 |
| 2.2.4 信号检测理论 | 87 |
| 2.3 实验数据的统计分析 | 89 |
| 2.3.1 实验数据的评价与检验 | 89 |

| | | |
|--------------|-------------------|------------|
| 2.3.2 | 相关与回归分析 | 91 |
| 2.3.3 | 聚类分析 | 92 |
| 2.3.4 | 主成分分析 | 94 |
| 2.3.5 | 多维尺度分析 | 96 |
| 2.3.6 | 多元统计分析软件 | 102 |
| | 参考文献 | 105 |
| 第 3 章 | 听觉系统的结构与功能 | 107 |
| 3.1 | 听觉系统概述 | 107 |
| 3.1.1 | 听觉外周 | 107 |
| 3.1.2 | 听觉中枢 | 111 |
| 3.1.3 | 听觉系统建模 | 115 |
| 3.2 | 听觉掩蔽 | 119 |
| 3.2.1 | 听觉阈限 | 119 |
| 3.2.2 | 临界频带 | 121 |
| 3.2.3 | 能量掩蔽 | 123 |
| 3.2.4 | 信息掩蔽 | 126 |
| 3.3 | 听觉辨别与辨识 | 128 |
| 3.3.1 | 声音基本参数辨别 | 128 |
| 3.3.2 | 声学参量辨别 | 132 |
| 3.3.3 | 声目标辨识 | 135 |
| | 参考文献 | 145 |
| 第 4 章 | 响度感知与建模 | 147 |
| 4.1 | 响度及其建模 | 147 |
| 4.1.1 | 响度的度量 | 147 |
| 4.1.2 | 响度的建模 | 149 |
| 4.2 | Moore 模型的实现 | 150 |
| 4.2.1 | 计算步骤 | 151 |
| 4.2.2 | 关键问题 | 156 |
| 4.2.3 | 典型计算结果 | 157 |
| 4.3 | Moore 模型的改进 | 159 |
| 4.3.1 | 参数的确定 | 159 |
| 4.3.2 | 计算实例 | 164 |
| | 参考文献 | 166 |
| 第 5 章 | 音色感知与建模 | 167 |
| 5.1 | 音色概述 | 167 |

| | | |
|--------------|----------------|------------|
| 5.1.1 | 定义与基本特性 | 167 |
| 5.1.2 | 研究方法手段 | 168 |
| 5.2 | 音色描述词 | 169 |
| 5.2.1 | 已有的环境声听觉属性描述词 | 170 |
| 5.2.2 | 描述词库的建立 | 173 |
| 5.2.3 | 水下噪声听觉属性描述词 | 177 |
| 5.3 | 音色空间 | 178 |
| 5.3.1 | 音色空间的构建 | 178 |
| 5.3.2 | 公共维度的解释 | 181 |
| 5.3.3 | 特异性与个体差异 | 186 |
| 5.3.4 | 音色空间的验证 | 189 |
| 5.3.5 | 音调和响度对音色空间的影响 | 192 |
| 5.4 | 音色描述符 | 194 |
| 5.4.1 | 信号参数描述符 | 194 |
| 5.4.2 | 心理声学描述符 | 206 |
| 5.5 | 音色建模 | 207 |
| 5.5.1 | 本质音色建模 | 207 |
| 5.5.2 | 听觉中枢模型与音色建模 | 214 |
| | 参考文献 | 218 |
| 第 6 章 | 声源感知与辨识 | 223 |
| 6.1 | 生态声学 | 223 |
| 6.1.1 | 生态感知 | 223 |
| 6.1.2 | 日常听音与音乐听音 | 224 |
| 6.1.3 | 环境声听觉感知的前期研究 | 227 |
| 6.2 | 材料辨识 | 230 |
| 6.2.1 | 声音合成与特征提取 | 231 |
| 6.2.2 | 辨识性能 | 238 |
| 6.2.3 | 声线索 | 241 |
| 6.2.4 | 边界条件的影响 | 246 |
| 6.3 | 其他物理属性辨识 | 251 |
| 6.3.1 | 尺寸辨识 | 251 |
| 6.3.2 | 几何构型辨识 | 253 |
| 6.3.3 | 激励方式的影响 | 255 |
| 6.4 | 声源辨识中的个体差异 | 256 |
| 6.4.1 | 多维尺度分析 | 256 |

| | |
|-----------------------------------|------------|
| 6.4.2 个体差异分析····· | 264 |
| 6.5 听觉辨识中的声信息整合····· | 267 |
| 6.5.1 特征精确度和感知权重····· | 267 |
| 6.5.2 影响材料识别率的因素····· | 269 |
| 参考文献····· | 273 |
| 第 7 章 基于听觉感知的声目标自动识别 ····· | 276 |
| 7.1 声目标自动识别系统····· | 276 |
| 7.1.1 听觉感知与听觉特征····· | 276 |
| 7.1.2 系统构成····· | 277 |
| 7.1.3 特征提取与选择····· | 280 |
| 7.1.4 分类器设计及评价····· | 282 |
| 7.2 广义听觉特征与环境声自动识别····· | 285 |
| 7.2.1 声环境自动分类····· | 285 |
| 7.2.2 公路脱空状态的自动检测····· | 294 |
| 7.2.3 扬声器质量的自动判别····· | 300 |
| 7.2.4 声源物理属性的自动识别····· | 303 |
| 7.3 听觉外周特征与环境声自动识别····· | 306 |
| 7.3.1 听觉外周表达····· | 306 |
| 7.3.2 基于听觉外周模型的声目标识别····· | 313 |
| 7.3.3 听觉时频特征的应用····· | 323 |
| 7.4 音色特征与环境声自动识别····· | 328 |
| 7.4.1 基于音色描述符的环境声自动识别····· | 328 |
| 7.4.2 基于本质音色特征的声目标识别····· | 335 |
| 参考文献····· | 338 |
| 附录 名词术语英汉对照表 ····· | 341 |
| 索引 ····· | 347 |

第1章 声音特性与听觉感知

人类生活在一个被声音包围的世界里，其中既有自然现象发出的声音，如大海的波涛声、丛林中的鸟鸣声、山涧的流水声、狂风暴雨的呼啸声，又有人类活动发出的声音，如人的讲话声和演唱声、演奏乐器的乐曲声、车辆和航行器发出的噪声、建筑施工的嘈杂声。声音源于物体或特定区域介质振动发出的声波，广义上讲，声音既包括人类可以感觉得到的声波，也包括人类感觉不到、其他动物能够感觉到或现代仪器能检测到的声波，如次声和超声。不过，本书主要针对人类听觉系统能够感受到的声音，即可听声或音频声。

按声音的产生方式和所携带信息的特性分类，可听声又分为语音声 (speech sound)、音乐声 (music sound) 和环境声 (environmental sound) 三大类。前两种声音分别简称为语声和乐声，它们是在人类大脑有意识的主动控制之下、由人的发声器官或操纵乐器发出的声音，是人类智慧的产物，也是传递人类思想和情感的载体。环境声是除语声和乐声以外所有声音的总称，也是人类必须面对的重要的声音类别。任何声音的产生都源于声源，而声源的辨别在人类生活、生产与军事斗争中均发挥着极其重要的作用。利用现代信号与信息处理技术实现环境声的自动识别，在人类科学技术迅猛向前推进的进程中，其作用与地位日渐突出，是当今信息化和智能化仪器与设备必不可少的功能。

要实现环境声的自动识别，关键问题是提取环境声中蕴含的有效特征，其中的一个重要研究方向是基于人类听觉原理的特征提取，也就是听觉特征的提取。对于这一问题的解决，必须对环境声的特性与发声机理、人类的听觉感知机理，以及模式识别理论与技术有充分的理解与认识，也就是要对与环境声识别相关的物理声学、心理声学及信息科学融会贯通，从中寻找创新的源泉。

本章介绍环境声的物理特性及与听觉感知相关的知识。

1.1 可听声的特性与发声机理

站在人类的立场上看，所谓的可听声是指人类听觉系统能够感受得到的声波，它是强度在一定水平之上，频率范围受限的一类声波。概略地讲，在空气介质中，要求声压级在 0dB 以上、频率范围在 20Hz~20kHz。

1.1.1 声音的产生与基本特性

1. 声波的产生

1) 声波的基本特性

声波是机械波的一种,其产生源于物体或一定区域内介质的振动,这些振动的物体或介质区域称为声源。换句话说,声波是具有机械性质的波动状态在介质中的传播,因此,产生声波的必要条件有两项:声源和介质。声源可以是某个具体的物体(如振动的球体),也可以是某个区域的介质(如紊流扰动的某个区域);介质可以是气体、固体或液体,如耳道中的空气、中耳中的听小骨、内耳中的淋巴液等。真空中没有介质存在,因而不能传播声波。

声波在介质中的传播,只是介质振动状态的传递,在宏观上介质本身并没有向前运动。在声波的传播过程中,其介质在其平衡位置附近往复振动,传播出去的是物质的运动形态,这种运动形式是一种机械性质的波动。在气体、液体等理想流体介质中,声振动传播的方向与介质质点振动方向一致,此类声波称为纵波,在固体中还会存在介质质点振动方向与传播方向垂直的横波,以及成一定角度的剪切波等。

拥有声波的介质空间形成声场。在声场中,定量描述声波的最基本的物理量是声压,此外还有介质的质点振速,以及反映声波携带能量特性的物理量——声强。需要注意的是,声压实质上是声波扰动引起的偏离大气压的逾量压强,单位为帕斯卡(Pa)。

在声场中,描述声波物理属性的参量(如声压、质点振速)的时间、空间变化规律及其相互联系的数学方程称为声波的波动方程,它是一切声学理论研究的基础。声波方程的推导在声学教科书中一般都有详细叙述^[1],本书不再赘述,仅给出相关结论。

对于人耳能够忍受的声音,其声波强度在理论研究中被归类为小振幅声波,同时为了使研究问题得到简化,一般仅讨论所谓的理想流体介质情况,也就是介质中不存在黏滞性,同时介质在宏观上是均匀的、静止的,并假定声波在介质中的传播为绝热过程,这种类型的声波归于线性声学研究的范畴。由此推导出来的波动方程称为线性声波方程。

在理想流体介质中,声波扰动的传播必然满足三个基本物理定律:牛顿第二定律、质量守恒定律和物态方程。由此得到小振幅声波遵守的三个基本方程为运动方程、连续性方程和物态方程。在一维空间中(如 x 方向),上述三个方程可分别表示为

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (1.1.1)$$

$$-\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \rho'}{\partial t} \quad (1.1.2)$$

$$p = c_0^2 \rho' \quad (1.1.3)$$

式中, ρ_0, c_0 为无声波扰动时介质的密度和声波的传播速度; p, v, ρ' 分别为声场中某一点由于声波扰动引起的声压、质点振速和介质密度, 它们都是 x 和 t 的函数。

以上三个方程分别给出了三个声波物理量 (声压、振速和密度) 中两两之间的关系, 尤其是被称为运动方程的式 (1.1.1), 给出了声压与质点振速之间的关系, 在实际中有广泛应用。消去以上三式中的任意两个变量, 如质点振速和介质密度变量, 剩下的两个式子分别对 x 和 t 求导, 综合整理后可以得到

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} \quad (1.1.4)$$

这就是一维声场中的声波方程。

在三维空间中, 式 (1.1.4) 可以推广表示为如下形式

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.1.5)$$

其中, ∇^2 为拉普拉斯算子, 在直角坐标系中为

$$\nabla^2 = \text{div}(\text{grad}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

式 (1.1.5) 就是在不考虑声源所在区域, 小振幅声波在理想介质中遵从的物理规律, 它表明声压在空间中的二阶梯度与在时间上的二阶导数成比例, 比例常数为声速平方的倒数。上述关系反映了物理规律与数学定律的完美统一。

2) 结构振动与声辐射

现实生活中, 绝大部分声音源于物体的机械振动。如乐曲来自乐器的振动声辐射, 扬声器发声源于纸盆的振动, 机械噪声来自机器零部件的振动。虽然实际物体的几何形状和大小千差万别, 但它们都可以分为规则结构和复杂结构两大类。规则结构的几何形状及振动量可以用数学公式进行解析表达, 通常的研究对象有棒、平板、圆柱等; 复杂结构的振动与声响应通常需要采用数值算法求解, 如有限元法、边界元法等。另外, 振动系统又可分为集中参数系统和分布参数系统两大类^[1]。集中参数系统是实际工程结构的简化, 又称为质点振动系统, 它假设构成振动系统的基本元件 (惯性、弹性和阻尼元件) 可以看成是物理性质集中的系统; 分布参数系统的基本元件在空间位置上是连续分布的, 用于描述弹性体的振动。不管是哪类系统, 其基本振动特性都可以用单自由度系统加以说明, 所谓自由度是指确定一个振动系统空间位置所需独立坐标的个数。

A. 单自由度系统的振动

假定有一单自由度系统, 其基本元件为质量块和弹簧, 其质量和弹性系数分别记为 M_m 和 K_m 。实际系统在振动时总是会受到阻尼力的作用, 大多数情况下, 阻

尼力与速度成正比，比例系数 R_m 称为阻力系数或力阻。当质量块被施加作用力离开平衡位置后，在弹性范围内，质量块的振动位移 $w(t)$ 可用如下方程表示

$$\frac{d^2w(t)}{dt^2} + 2\delta\frac{dw(t)}{dt} + \omega_0^2w(t) = 0 \quad (1.1.6)$$

其中， $\omega_0 = 2\pi f_0 = \sqrt{K_m/M_m}$ ， f_0 为系统的固有频率或特征频率； $\delta = R_m/2M_m$ 为衰减系数。式 (1.1.6) 为单自由度系统的衰减振动方程，其一般解为

$$w(t) = A(t) \cos(\omega'_0 t - \varphi_0) \quad (1.1.7)$$

式中， $A(t) = A_0 e^{-\delta t}$ ， A_0 为初始位移。式 (1.1.7) 表明，位移振幅将随时间而衰减，并以几何级数规律进行，每隔一个周期，振幅的衰减为 $e^{\delta T}$ 。此外，系统的固有频率也发生了变化，为 $\omega'_0 = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ 。

当系统受到外部激励力或强迫力的持续作用时，系统的振动称为强迫振动。如果外力为简谐力，有 $F_F = F_a \cos \omega t$ ，则强迫振动方程为

$$\frac{d^2w(t)}{dt^2} + 2\delta\frac{dw(t)}{dt} + \omega_0^2w(t) = H e^{j\omega t} \quad (1.1.8)$$

其中， $H = F_a/M_m$ 。强迫振动方程的通解由特解和相应的自由振动方程解线性相加而成，有

$$w(t) = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega'_0 t - \varphi_0) + w_a \cos(\omega t - \theta) \quad (1.1.9)$$

上式第一项为瞬态解，第二项为稳态解。稳态解的振幅与外部激励力振幅和系统特性有关，即

$$w_a = \frac{F_a}{\omega Z_m} \quad (1.1.10)$$

其中， Z_m 为系统的力阻抗，一般为复数，其实部和虚部分别称为力阻和力抗，力抗又包括质量抗和弹性抗两部分。力阻抗的数学表达式为

$$Z_m = R_m + jX_m = R_m + j\left(\omega M_m - \frac{K_m}{\omega}\right) \quad (1.1.11)$$

式中， R_m 和 X_m 分别为力阻和力抗，而力抗中 ωM_m 为质量抗， K_m/ω 为弹性抗。质点系统的稳态振动特性主要由系统的力学品质因数 Q_m 决定，其表达式为

$$Q_m = \frac{\omega_0 M_m}{R_m} \quad (1.1.12)$$

上式表明， Q_m 与力阻 R_m 成反比。 Q_m 越大，系统发生共振时的位移振幅越大。