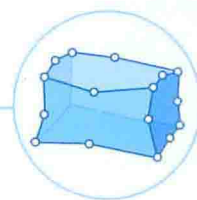
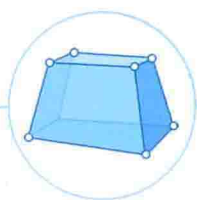




CENGAGE
Learning™

有限元应用与工程实践系列



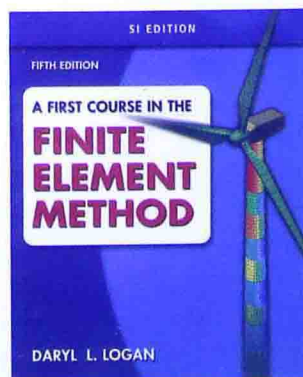
有限元方法基础教程

(国际单位制版) (第五版)

A First Course in the
Finite Element Method
SI Edition, Fifth Edition

[美] Daryl L. Logan 著

张荣华 王蓝婧 李继荣 等译
姜丽梅 审校



电子工业出版社
PUBLISHING HOUSE OF ELECTRONICS INDUSTRY

<http://www.phei.com.cn>

有限元应用与工程实践系列

有限元方法基础教程 (国际单位制版) (第五版)

A First Course in the Finite Element Method, SI Edition
Fifth Edition

[美] Daryl L. Logan 著
张荣华 王蓝婧 李继荣 等译
姜丽梅 审校

电子工业出版社
Publishing House of Electronics Industry

内容简介

本书是国外介绍有限元方法的经典入门教程,主要介绍有限元方法的基本理论知识、一般原理、各类实体模型的问题求解和实际工业应用。全书以章节目标为导向,力求由浅入深、通俗易懂,旨在为初次接触有限元的大学生、研究生和工程技术人员提供学习有限元方法的入门教程,使其在无须通常所要求的前提条件下(如结构分析和高级微积分)就能学习有限元方法。

本书内容丰富新颖,涵盖了简单的弹簧和杆、梁的弯曲、平面应力/应变、轴对称、等参公式、三维应力、板的弯曲、热传导和流体介质、多孔介质、液压网络、电网络和静电学中的流体流动、热应力、与时间相关的应力和热传导等,并由此引出有限元分析的高级课题。此外,本书还在不同阶段引入了弹性基本理论、直接刚度法、伽辽金残余法、最小势能原理、虚功原理等,以建立分析所需要的方程。

全书配置了100多个给出详细求解过程的实例。这些实例是用普通方法求解的,以便说明概念。每章后面总共给出了多达560多道习题以增强读者对概念的理解。此外,每章后面有便于使用的方程小结、建模附加信息、有限元解与解析解的比较、大量实体模型的例子和问题的计算机程序求解。本书理论联系实际,是目前介绍有限元方法较系统的入门教程,既可作为土木和机械工程等专业的大学生或研究生学习有限元方法的基础教程,也适合于作为相关工程技术人员的参考书。

A First Course in the Finite Element Method, SI Edition, Fifth Edition

Daryl L. Logan 张荣华 王蓝婧 李继荣

Copyright © 2012 Cengage Learning.

Original edition published by Cengage Learning. All Rights reserved. 本书原版由圣智学习出版公司出版。版权所有,盗印必究。

Publishing House of Electronics Industry is authorized by Cengage Learning to publish and distribute exclusively this simplified Chinese edition. This edition is authorized for sale in the China Mainland. Unauthorized export of this edition is a violation of the Copyright Act. No part of this publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

本书中文简体字翻译版由圣智学习出版公司授权电子工业出版社独家出版发行。此版本经授权仅限在中国大陆销售。未经授权的本书出口将被视为违反版权法的行为。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或发行本书的任何部分。

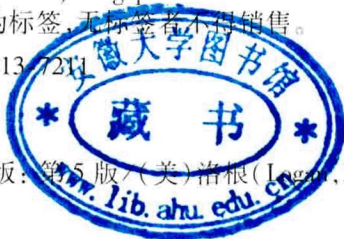
978-7-121-23858-1

Cengage Learning Asia Pte. Ltd.

151 Lorong Chuan, #02-08 New Tech Park, Singapore 556741

本书封面贴有 Cengage Learning 防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号 图字:01-2013-7211



图书在版编目(CIP)数据

有限元方法基础教程:国际单位制版:第5版/(美)洛根(Logan, D.L.)著;张荣华等译.

北京:电子工业出版社,2014.8

(有限元应用与工程实践系列)

书名原文:A First Course in the Finite Element Method, SI Edition, Fifth Edition

ISBN 978-7-121-23858-1

I. ①有… II. ①洛… ②张… III. ①有限元法-高等学校-教材 IV. ①O241.82

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第166090号

策划编辑:冯小贝

责任编辑:李秦华

印刷:涿州市京南印刷厂

装订:涿州市京南印刷厂

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编 100036

开本:787×1092 1/16 印张:38.25 字数:1029千字 彩插:5

版次:2003年8月第1版(原著第3版)

2014年8月第2版(原著第5版)

印次:2014年8月第1次印刷

定价:89.00元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zlt@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

译者序

有限元方法(或称有限单元法)是当今工程分析中应用最广泛的数值计算方法,由于它的通用性和有效性,以及能够以很高的可信度估算更复杂的问题,因此在机械工程、航空航天、汽车、造船、土木工程、电子电气、冶金与成形等众多领域中得到了广泛应用。近年来,随着计算机技术的发展和进步,有限元方法得到了长足的发展和快速的普及,现在已经成为计算机辅助工程CAE(Computer Aided Engineering)中不可或缺的重要组成部分。

然而在有限元方法的学习过程中,由于对于弹性力学、高等数学以及结构分析等基础知识的要求很高,因此对于初学者而言,想要理解和掌握这种方法有一定的难度。目前,有关有限元方法的书籍很多,这些书籍大致可以分为两类:一类侧重于讲解有限元理论,另一类则侧重于讲解商业有限元分析软件的使用,而本书的内容有其独到之处。该书从讲解基本的弹簧单元、杆单元、梁单元以及刚框架等有限元分析理论入手,然后由浅入深,进一步介绍了高级的平面应力/应变单元、轴对称应力分析,给出了有限元方法的等参公式,并对板的弯曲问题进行了分析,其中包括如何处理倾斜支撑、有节点铰接的梁单元、子结构分析概念、分片检验和建模的实际考虑及结果说明。另外,为了满足其他学科科研人员学习的需要,本书还增加了热传导和流体介质以及电场和静电学部分的内容以方便电气工程人员学习和使用。

本书的主要内容包括:(1)简单的弹簧和杆单元,并以此为基础分析二维和三维桁架;(2)梁的弯曲问题,以及平面框架和桁架分析及空间框架分析;(3)基本平面应力/应变单元,引向更高级的平面应力/应变单元及在更复杂的平面应力/应变分析中的应用;(4)轴对称应力分析;(5)有限元方法的等参公式;(6)三维应力分析;(7)板的弯曲分析;(8)热传导和流体介质;(9)在多孔介质和固体周围的基本流体流动,液压网络、电网络以及静电学分析;(10)热应力分析;(11)与时间相关的应力和热传导问题。

在进行有限元理论讲解的同时,为了便于初学者更好地学习有限元方法的基本概念,全书还合理地配置了100多个给出详细求解过程的实例,这些实例是用普通方法求解的,并且每章后面总共给出了多达560多个习题以增强读者对概念的理解。此外,每章后面有便于使用的方程小结、建模附加信息、有限元解与解析解的比较、大量实体模型的例子和问题的计算机程序求解。通过理论讲解并配合实例训练加强学生对有限元理论的理解,因此该书特别适合于想把有限元应用于解决实际物理问题并且初次接触有限元的大学生、研究生和工程技术人员。

本书的翻译过程得到了很多人的帮助与参与,在此衷心感谢为本书翻译付出努力的每一个人!参与本书翻译的人员主要有:张荣华、王蓝婧、李继荣、王平、王新颖、姜丽梅。张荣华、姜丽梅参与了全书的统稿与审校。此外,本书的翻译得到了华北电力大学机械工程系江文强博士的悉心指导,在此表示由衷的感谢!最后,感谢本书第三版的所有译者!

翻译是一个再创作过程,在本书翻译过程中,译者对照原著,力求翻译准确、文字简单明了,但由于涉及的知识相当丰富以及译者自身的知识局限性,译文难免有不足之处,谨向原书作者和读者表示歉意,并敬请读者批评指正!

前 言

本书第五版的目的仍是提供一个学习有限元方法的入门方法,使大学生和研究生在无须通常所要求的前提条件下(如结构分析和高级微积分)就能学习有限元方法,而这些前提条件是该领域大多数教材所需要的。此书主要是为土木和机械工程的大学生撰写的,作为学习应力分析和热传导的基本学习工具。另外,此版新增加电网络和静电学的内容供电气工程人员学习。然而,由于各种概念以非常简单的形式给出,并且整本书合理地配置了大量示例问题,此书对其他背景的学生和实际工程人员也大有帮助。该书适合那些想把有限元应用于解决实际物理问题的各类人员。

每一个课题先给出一般原理,然后给出这些原理的传统应用,在适宜的地方再给出计算机应用。用这种方法说明大型问题计算机分析所使用的概念。

本书的叙述是从基本课题到高级课题,并适合于双课程教学。处理的基本课题包括:(1)简单的弹簧和杆,引向二维和三维桁架分析;(2)梁的弯曲,引向平面框架和格架分析及空间框架分析;(3)基本平面应力/应变单元,引向更高级的平面应力/应变单元及在更复杂的平面应力/应变分析中的应用;(4)轴对称应力分析;(5)有限元方法的等参公式;(6)三维应力分析;(7)板的弯曲分析;(8)热传导和流体介质;(9)在多孔介质和固体周围的基本流体流动,液压网络、电网络以及静电学分析;(10)热应力分析;(11)与时间相关的应力和热传导。

本书的其他特点是,包括了如何处理倾斜支撑、有节点铰接的梁单元、子结构分析概念、分片检验和建模的实际考虑及结果说明。

按照需要在不同阶段引入了直接刚度法、最小势能原理、伽辽金残余法,以建立分析所需要的方程。

附录包括以下内容:(A)在整书中所用的基本矩阵代数;(B)联立方程求解方法;(C)弹性基本理论;(D)等功节点力;(E)虚功原理;(F)结构刚形状性质。

全书有 100 多个已求解的例子。这些例子是用普通方法求解的,以便说明概念。每章后面给出 560 多道习题以增强概念的理解。在书的后面给出了大多数习题的答案以帮助想要验证自己工作的读者。每章后面计算机程序求解的问题用一个计算机符号标明。

本版本的新特点包括:更新大多数工程类教师使用的标准标记、每章前面的章节目标以帮助读者了解本章所包含内容、每章后面有便于使用的方程小结、建模附加信息、有限元解与解析解的更多比较、大量的实体模型类的例子和问题求解。本版本的新特点还有以下内容:液压网络、电网络和静电学。增加了 60 多道寻求解决方案的新问题,在第 3 章、第 5 章、第 7 章、第 11 章和第 12 章增加了设计类型问题,也增加了工业中的实际应用。正如第四版一样,这一版故意略去了专用计算机程序,建议教师选择他们熟悉的程序融入到有限元课程中。

为了得到更多的课程材料,请访问 www.cengagebrain.com。在 [cengagebrain.com](http://www.cengagebrain.com) 主页,使用页面顶端的搜索框搜索标题对应的 ISBN(在书的封底)^①,将会转到产品页面找到教师参考手册和幻灯片。

使用本书作为教材时,建议选择以下课题作为初级课程(大约 44 节课,每课 50 分钟)。

^① 指英文版。有关本书的教辅资料的获取,请参阅“目录”后所附的“教学支持说明”——编者注。

课题	课时数
附录 A	1
附录 B	1
第 1 章	2
第 2 章	3
第 3 章, 3.1 节 ~ 3.11 节, 3.14 节, 3.15 节	5
例 1	1
第 4 章, 4.1 节 ~ 4.6 节	4
第 5 章, 5.1 节 ~ 5.3 节, 5.5 节	4
第 6 章	4
第 7 章	3
例 2	1
第 9 章	2
第 10 章	4
第 11 章	3
第 13 章, 13.1 节 ~ 13.7 节	5
第 15 章	3
例 3	1

此处概括的课题可用于土木工程和机械工程大学生和研究生第一学期的课程(如果需要强调总体应力分析,第 13 章的内容可以用第 8 章、第 12 章、第 16 章的部分内容代替)。本书的其他内容可以在第二学期完成,在第二学期教师还可提供其他附加材料。

非常感谢 Cengage 出版公司的职员,特别是出版者 Chris Shortt,高级开发编辑 Hilda Gowans,高级组稿编辑 Randall Adams,还有 RPK 编辑服务公司的 Rose Kernan,感谢他们在完成该书此版本中所给予的帮助。

非常感谢 Ted Belytschko 博士出色地讲授有限元方法,对我写此书有很大帮助。还要感谢 Joseph Rencis 博士提供了结构动力学问题的解析解,在第 16 章中可以与有限元解进行比较。我还要感谢很多学生的建议,使课题更加容易理解,这些建议也被包含进本书此版本中。

要感谢 Wisconsin-Platteville 大学(UWP)的很多学生,他们贡献了各种有限元课程中的二维或三维模型,他们的名字出现在全书中。我也要感谢 UWP 的研究生 Angela Moe 和 William Gobeli 分别为图 7.19 和表 11.2 所做的工作。特别感谢 UWP 校友及 Seagraves 消防装置设计工程师 Andrew Heckman 允许使用图 11.10,感谢 John Deere Dubuque Works 公司的结构工程师 Yousif Omer 先生允许使用图 1.10。我要感谢 Autodesk (Algor)的人员对图 9.2(b)所做的贡献。最后要感谢 Valmont 西海岸工程的高级设计工程师 Ioan Giosan 允许使用图 1.11 和图 1.12 及封面的风力发电机模型。

感谢本书第五版的审阅者,他们是密歇根州立大学的 Andre Bernard,密尔沃基工程学院的 Vincent C. Prantil,澳大利亚国立大学的 Qinhua Qin,密尔沃基工程学院的 Robert Rizza,艾奥瓦州立大学的 Thomas J. Rudolphi 和多伦多大学的 J. K. Spelt,他们给出了重要建议使本书更加完整。

特别感谢项目助理 Joyce Clifton,她为扫描本书的资料提供了宝贵帮助。

最后,要特别感谢我的妻子 Diane,感谢她在我写作此书第五版时所做出的牺牲。

国际单位制版前言

这一版本的有限元方法基础教程的整本书已经做了修改以包含国际单位制(SI)。

国际单位制

美国惯用系统(USCS)的单位采用FPS(英尺·磅·秒)单位(也称为英制单位)。国际单位制主要是MKS(千克·米·秒)单位制。但是,CGS(厘米·克·秒)单位也经常被认为是国际单位制,特别是在教材中。

本书使用国际单位制

本书使用了MKS单位和CGS单位。本书US版使用的USCS单位或FPS单位已经通篇转换为国际单位制。但是,对于来源于手册、政府标准和产品指南的数据,将这些值转换为国际单位制不仅极其困难,而且也侵犯了数据来源的知识产权。因此,图、表和参考文献的一些数据仍然是FPS单位。

为了求解需要使用源数据的问题,只在源数据用于计算时才将原值从FPS单位转换为国际单位制。为了得到国际单位制形式的标准数量和厂商数据,读者可以联系相关国家/地区的政府机构或主管部门。

教师资源^①

通过销售代表可得到使用国际单位制的教师参考手册或者通过本书网站 www.cengage.com/engineering 在线获得。

我们将非常感谢读者对本书SI版的反馈,对于提高后续版本将会大有帮助。

出版者

^① 教辅资源的获取方式请参见“目录”后的“教学支持说明”——编者注。

符 号 表^①

英文符号

a_i	广义坐标(表示一般形式位移所用的系数)
A	横截面积
$[B]$	表示应变与节点位移关系的矩阵,或表示温度梯度与节点温度关系的矩阵
c	材料的比热容
$[C']$	表示应力与节点位移关系的矩阵
C	二维中的方向余弦
C_x, C_y, C_z	三维中的方向余弦
$\{d\}$	全局坐标中单元和结构的节点位移矩阵
$\{d'\}$	局部坐标中单元的节点位移矩阵
D	板的弯曲刚度
$[D]$	表示应力与应变关系的矩阵
$[D']$	方程(10.2.16)给出的算子矩阵
e	指数函数
E	弹性模量
$\{f\}$	全局坐标节点力矩阵
$\{f'\}$	局部坐标单元节点力矩阵
$\{f_b\}$	体力矩阵
$\{f_h\}$	热传力矩阵
$\{f_q\}$	热流力矩阵
$\{f_Q\}$	热源力矩阵
$\{f_s\}$	表面力矩阵
$\{F\}$	全局坐标结构力矩阵
$\{F_c\}$	凝聚力矩阵
$\{F_i\}$	全局节点力
$\{F_0\}$	等价力矩阵
$\{g\}$	温度梯度矩阵或液压梯度矩阵
G	剪切模量
h	热传递(或对流)系数
i, j, m	三角形单元节点
I	主惯性矩
$[J]$	雅可比矩阵
k	弹簧刚度

① 本书所用的符号较多。我们在编辑本书时均以此“符号表”提供的符号表示方式为准,仅对不统一的表示方式进行了必要的规范——编者注。

$[k]$	全局坐标单元刚度或传导矩阵
$[k_c]$	凝聚刚度矩阵或热传递问题中刚度矩阵的传导部分
$[k']$	局部坐标单元刚度矩阵
$[k_n]$	热传递问题中刚度矩阵的对流部分
$[K]$	全局坐标结构刚度矩阵
K_{xx}, K_{yy}	在 x 方向和 y 方向各自的热传导性(或流体力学中的渗透性)
L	杆单元或梁单元长度
m	单元节点号的最大差别
$m(x)$	广义力矩表达式
m_x, m_y, m_{xy}	板中力矩
$[m'], [m]$	局部单元质量矩阵
$[m'_i]$	局部节点弯矩
$[M]$	全局质量矩阵
$[M^*]$	用于表示线性应变三角形公式中位移与广义坐标关系的矩阵
$[M']$	用于表示线性应变三角形公式中应变与广义坐标关系的矩阵
n_b	结构带宽
n_d	每一节点的自由度数
$[N]$	形函数(插值函数或基函数)矩阵
N_i	形函数
p	表面压力(或流体力学中节点压力头)
p_r, p_z	分别为径向和轴向(纵向)压力
P	集中荷载
$[P']$	集中荷载力矩阵
q	单位面积的热流或板上的分布荷载
\bar{q}	热流率
q^*	在边界面上单位面积热流
Q	每单位体积产生的热源或内部流体源
Q^*	线热源或点热源
Q_x, Q_y	在板上的横向剪切线荷载
r, θ, z	分别为径向、周向和轴向坐标
R	伽辽金积分中的残余
R_b	径向体力
R_{ix}, R_{iy}	分别为 x 方向和 y 方向的节点反力
s, t, z'	附在等参元上的自然坐标
S	表面面积
t	平面单元或平板单元的厚度
t_i, t_j, t_m	三角形单元节点温度
T	温度函数
T_∞	无流温度
$[T]$	位移、力和刚度变换矩阵
$[T_i]$	方向的表面拉力矩阵

u, v, w	分别为 x 、 y 和 z 方向的位移函数
u_i, v_i, w_i	分别为节点 i 在 x 、 y 和 z 方向的位移
U	应变能
ΔU	存储能的改变
v	流体流动速度
V	梁中的剪力
w	作用在梁上的分布荷载, 或沿平面单元边缘作用的分布荷载
W	功
x_i, y_i, z_i	分别为 x 、 y 和 z 方向的节点坐标
x', y', z'	局部单元坐标轴
x, y, z	结构全局或参照坐标轴
$[X]$	体力矩阵
X_b, Y_b	分别为 x 和 y 方向的体力
Z_b	纵向体力(轴对称情况)或 z 方向体力(三维情况)

希腊符号

α	热膨胀系数
$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$	用于表达方程(6.2.10)和方程(11.2.5) ~ 方程(11.2.8)定义的形函数
δ	弹簧或杆的变形
ε	法向应变
$\{\varepsilon_T\}$	热应变矩阵
$\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$	板弯曲曲率
ν	泊松比
ϕ_i	梁单元节点旋转角度或斜率
π_h	热传导问题泛函
π_p	总势能
ρ	材料质量密度
ρ_w	材料重力密度
ω	角速度和圆周率
Ω	力的势能
ϕ	流体压力头或势能, 或梁单元中的旋转或斜率
σ	法向应力
$\{\sigma_T\}$	热应力矩阵
τ	剪应力
θ	二维问题 x 轴与局部 x' 轴之间的夹角
θ_p	主应力方向角
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$	分别为全局 x 、 y 、 z 轴与局部 x' 轴之间的夹角, 或在平面内绕 x 和 y 轴的旋转
$[\Psi]$	广义位移函数矩阵

其他符号

$\frac{d(\)}{dx}$	一个变量对 x 取导数
--------------------	---------------

dt	时间微分
(\cdot)	一个变量上方的点表示对时间取微分
$[\]$	表示矩阵或方阵
$\{\ \}$	表示列矩阵
$(_)$	一个变量下面的横线表示一个矩阵
$(\hat{\ })$	一个变量上面加一个帽子表示该变量是在局部坐标中描述的
$[\]^{-1}$	表示矩阵求逆
$[\]^T$	表示矩阵转置
$\frac{\partial(\)}{\partial x}$	对 x 取偏导
$\frac{\partial(\)}{\partial \{d\}}$	对 $\{d\}$ 中每一变量取偏导

目 录

第 1 章 绪论	1
序言	1
1.1 简短历史	1
1.2 矩阵符号简介	3
1.3 计算机的作用	4
1.4 有限元方法的一般步骤	5
1.4.1 直接平衡法或刚度法	7
1.4.2 功或能量法	8
1.4.3 加权残余法	8
1.5 有限元方法的应用	9
1.6 有限元方法的优点	14
1.7 有限元方法的计算机程序	14
参考文献	16
习题	18
第 2 章 刚度法(位移法)	20
引言	20
2.1 刚度矩阵的定义	20
2.2 弹簧单元刚度矩阵推导	21
2.3 弹簧组装的例子	24
2.4 用叠加法(直接刚度法)组装总体刚度矩阵	25
2.5 边界条件	27
2.5.1 齐次边界条件	27
2.5.2 非齐次边界条件	28
2.6 用势能法推导弹簧单元方程	36
方程小结	41
参考文献	42
习题	42
第 3 章 建立桁架方程	46
引言	46
3.1 推导局部坐标中杆单元的刚度矩阵	47
3.2 选择位移近似函数	50
3.3 二维矢量变换	52
3.4 平面内任意方向的杆的总体刚度矩阵	54
3.5 计算 x - y 平面内的杆的应力	56
3.6 解平面桁架	58

3.7	三维空间中杆的变换矩阵和刚度矩阵	64
3.8	利用结构的对称性	70
3.9	斜支撑	72
3.10	用势能法推导杆单元方程	76
3.11	杆的有限元解与精确解的比较	82
3.12	伽辽金残余法及其在推导一维杆单元方程中的应用	85
3.12.1	一般公式	85
3.12.2	杆单元公式	86
3.13	其他残余法及其在一维杆问题中的应用	87
3.13.1	配置法	88
3.13.2	子域法	88
3.13.3	最小二乘法	89
3.13.4	伽辽金法	89
3.14	三维桁架问题的解流程图	90
3.15	桁架问题的计算机程序辅助按步解	90
	方程小结	92
	参考文献	93
	习题	93
第4章	建立梁的方程	107
	引言	107
4.1	梁的刚度	107
4.1.1	基于欧拉-伯努利梁理论的梁刚度矩阵(只考虑弯曲变形的情况)	108
4.1.2	基于铁摩辛柯梁理论的梁刚度矩阵(包含横向剪切变形)	112
4.2	梁单元刚度矩阵组装示例	114
4.3	用直接刚度法分析梁的例子	115
4.4	分布荷载	123
4.4.1	等功法	124
4.4.2	荷载替换的例子	124
4.4.3	一般方程	125
4.5	梁的有限元解与精确解的比较	132
4.6	有铰接点的梁单元	137
4.7	用势能法推导梁单元方程	141
4.8	用伽辽金法推导梁单元方程	143
	方程小结	145
	参考文献	146
	习题	146
第5章	框架和格架方程	153
	引言	153
5.1	二维任意方向梁单元	153
5.2	平面刚架实例	156

5.3 斜支撑——框架单元	169
5.4 格架方程	169
5.5 空间任意方向梁单元	181
5.5.1 在 $x'-z'$ 平面内的弯曲	182
5.5.2 在 $x'-y'$ 平面内弯曲	182
5.6 结构分析概念	191
方程小结	195
参考文献	196
习题	197
第6章 建立平面应力和平面应变刚度方程	214
引言	214
6.1 平面应力和平面应变的基本概念	214
6.1.1 平面应力	215
6.1.2 平面应变	215
6.1.3 二维应力和应变状态	215
6.2 常应变三角形单元刚度矩阵和方程的推导	218
6.2.1 单元应变	221
6.2.2 应力-应变关系	223
6.3 体力和表面力的处理	228
6.3.1 体力	228
6.3.2 表面力	228
6.4 常应变三角形单元刚度矩阵的显式表达式	230
6.5 平面应力问题的有限元解	232
6.6 矩形平面单元(双线性矩形, Q4)	239
方程小结	243
参考文献	246
习题	246
第7章 建模的实际考虑、结果说明、平面应力/应变分析示例	251
引言	251
7.1 有限元模型	251
7.1.1 常规因素	251
7.1.2 长宽比和单元形状	252
7.1.3 利用对称性	253
7.1.4 不连续处网格的自然细分	255
7.1.5 单元的大小和网格细分的 h 、 p 、 r 方法	255
7.1.6 三角形单元变换	257
7.1.7 集中荷载或点荷载与无限应力	257
7.1.8 无限介质	258
7.1.9 连接(混合)不同类型单元	258
7.1.10 校核模型	259

7.1.11 检查结果和典型的后处理结果	259
7.2 有限元结果的平衡和协调	260
7.3 解的收敛	261
7.4 应力解释	263
7.5 静态凝集	264
7.6 求解平面应力/应变问题的流程图	267
7.7 平面应力/应变问题的计算机程序辅助的步进式求解, 相关有限元模型及其计算结果 ..	268
参考文献	272
习题	274
第8章 线性应变三角形方程的推导	285
引言	285
8.1 线性应变三角形单元刚度矩阵和方程的推导	285
8.2 LST 刚度确定示例	289
8.3 单元的比较	290
方程小结	292
参考文献	293
习题	293
第9章 轴对称单元	295
引言	295
9.1 刚度矩阵的推导	295
9.1.1 分布体力	300
9.1.2 表面力	301
9.2 轴对称压力容器的解	302
9.3 轴对称单元的应用	307
方程小结	309
参考文献	311
习题	311
第10章 等参数公式描述	317
引言	317
10.1 杆单元刚度矩阵的等参数公式描述	317
10.1.1 体力	320
10.1.2 表面力	320
10.2 平面四边形单元刚度矩阵的等参数公式描述	321
10.2.1 体力	326
10.2.2 表面力	327
10.3 牛顿-科茨和高斯求积法	329
10.3.1 牛顿-科茨数值积分法	329
10.3.2 高斯求积法	331
10.3.3 两点公式	332
10.4 用高斯求积法计算刚度矩阵和应力矩阵	333

10.4.1	刚度矩阵的计算	333
10.4.2	单元应力的计算	336
10.5	高阶形函数	337
10.5.1	线性应变杆	337
10.5.2	二次矩形(Q8和Q9)	341
10.5.3	三次矩形(Q12)	343
	方程小结	343
	参考文献	345
	习题	346
第11章	三维应力分析	349
	引言	349
11.1	三维应力和应变	349
11.2	四面体单元	350
11.2.1	体力	354
11.2.2	表面力	354
11.3	等参数公式描述	356
11.3.1	线性六面体单元	356
11.3.2	二次六面体单元	358
	方程小结	361
	参考文献	363
	习题	363
第12章	板弯曲单元	372
	引言	372
12.1	板弯曲的基本概念	372
12.1.1	基本几何性能和变形	373
12.1.2	基尔霍夫假设	373
12.1.3	应力/应变关系	374
12.1.4	板的势能	375
12.2	板弯曲单元刚度矩阵和方程的推导	375
12.3	一些板单元的数值比较	378
12.4	求解板弯曲问题的计算机程序	380
	方程小结	382
	参考文献	383
	习题	384
第13章	热传导和介质	389
	引言	389
13.1	基本微分方程的推导	390
13.1.1	一维热传导(无对流)	390
13.1.2	二维热传导(无对流)	391
13.2	有对流的热传导	392

13.3	典型单位、导热系数 K 和传热系数 h	392
13.4	应用变分法的一维有限元公式描述	393
13.5	二维有限元公式描述	405
13.6	线或点源	412
13.7	应用有限元方法的三维热传导	413
13.8	有介质的一维热传导	415
13.9	用伽辽金法的有介质热传导的有限元公式描述	415
13.10	热传导程序的流程图和例题	418
	方程小结	421
	参考文献	423
	习题	423
第 14 章	多孔介质、液压网络、电网络和静电学中的流体流动	434
	引言	434
14.1	基本微分方程的推导	435
	14.1.1 多孔介质中的流体流动	435
	14.1.2 管道中和绕固体的流体流动	436
14.2	一维有限元方程	437
14.3	二维有限元方程描述	445
14.4	流体流动程序的流程图和例题	447
14.5	电网络	448
14.6	静电学	451
	14.6.1 库仑定律	451
	14.6.2 高斯定理	451
	14.6.3 泊松方程	452
	14.6.4 介电常数	452
	14.6.5 二维三角形单元有限元方程	453
	方程小结	459
	参考文献	462
	习题	462
第 15 章	热应力	467
	引言	467
15.1	热应力问题的方程和例题	467
	15.1.1 一维杆	469
	15.1.2 二维平面应力和平面应变	469
	15.1.3 轴对称单元	470
	方程小结	484
	参考文献	485
	习题	485
第 16 章	结构动力学和时间相关的热传导	490
	引言	490