

知识 能力
题型

数学

广东教育出版社

标准化学考试

• 知识 能力 •
• 题型 •

数 学

广东教育出版社

数 学

标准化考试知识能力题型丛书

华南师大教育科学研究所

学科教育理论与实践研究室主编

•

广东教育出版社出版发行

广东翁源印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 4.75印张108,000字

1989年3月第1版 1989年3月第1次印刷

印数1—6500册

ISBN 7-5406-0837-4/G·833

定价：1.40元

前 言

近年来，广东省教育科学研究所受国家教委和省有关部门委托，参与高考研究和高考命题工作，并承担了国家教委“标准化考试的知识、能力、题型和大纲”的研究项目，为高考标准化提供理论和实践依据。为使中学师生能适应目前所进行的高考改革工作，了解高考研究的最新成果，我们组织各学科专家编写了这套丛书。各学科编写组由学科教育和考试命题专家、特级教师、科研人员共同组成。本丛书将通过样题，帮助师生更好地理解高考的知识、能力要求，体会各种题型的功能。丛书分语文、数学、英语、物理、化学、生物6册出版。每册内容是：第一部分，通过丰富的具体解题，充分地反映高考的知识、能力要求及题型功能。第二部分，对1988年该科高考试卷进行分析，为高中毕业生指出复习的主要方向；第三部分，有5套高考模拟试题(含答案)，以及测试目标对照表和测后诊断表。读者通过诊断表，可在测试后了解到自己需要弥补和加强的知识点。全书对科学地学习、复习和备考都有直接的指导作用和使用价值。本书的主要读者对象是高中毕业班学生，也可供高中其他年级师生参考。

参加本书编写的有陈云烽、郭思乐、谭保夏、谢国生、丘志明、郭伟才、黄国旺、余应邦等同志。

目 录

一、高考数学科知识和能力的考查要求	1
二、数学试题的常见题型及其功能	9
三、广东省1988年高考数学试题的命题与分析	14
四、高考模拟试题	43
1. 代数(一)测试题	43
参考解答	49
2. 代数(二)测试题	64
参考解答	70
3. 解析几何测试题	78
参考解答	88
4. 立体几何测试题	101
参考解答	105
5. (理科)综合测试题	114
参考解答	121
6. (文科)综合测试题	132
参考解答	138
考查目标表	146

一、高考数学科知识和能力的考查要求

在我国，普通高等学校招生入学考试，长期以来实行统一考试的形式，并且在考试前的半年左右，由国家教育主管部门颁布考生备考的各科“复习范围”，所颁布的复习范围在文字陈述上非常简单，只是借助教学大纲确认复习的纲目，至于在各个纲目下，复习的深度和广度都没有明确的指示。这样，无论是命题人员的工作，还是考生的备考复习，都缺乏必要的准绳，前者命题时更多的是凭借个人的经验和素质，试题的稳定性往往难以保证；而考生在复习时，更多的是依靠他们的指导老师或辅导老师，复习内容的广度和深度往往难以捉摸，多数人采取“大包围”、“加大保险系数”的做法，而不能把力量用到刀刃上，作了大量的虚功。广东省自1985年进行高考（标准化）改革以来，连续四年数学科都公布了考试大纲和试题样本。虽然，公布的时间较之考试的日期还提前得不够多，只有六至八个月左右，但是较之传统的只颁布“复习范围”的做法，明显地前进了一步，受到广大师生的肯定和欢迎。

为了制订出好的考试大纲，为了高考中有好的考试质量，我们必须认真研究：在高考中，数学科的考试，应当考查哪些知识和能力？应当用什么方式进行考试？围绕这些问题，我们对我国目前的中学和大学教育，以及多年来高考的状况，作了一些考察和调查，并进行了一些研究和思考，得

到一些初步的心得。现把它写出来，抛砖引玉，以祈得到志士仁人、专家学者以及广大师生的指正和帮助。

“高考”是“普通高等学校招生入学考试”的简称，它直接服务于普通高校的招生。各高等院校通过高考中的数学科的考试了解未来新生的数学素养和学习潜力，并从中择优录取，以保证被录取者在入学后能顺利进行学习，接受教育，培养成各种专门人才。这是一方面。另一方面，高考的考生来源，绝大部份是由普通高级中学输送，因此，高考的考试内容和考试方法，必然无形对中学的教育工作起着“指挥棒”的作用。在高考中，无论是哪一个考试科目，其知识和能力的考查要求，势必深刻地影响着中学有关学科的教学活动，它既要从中学教学实践出发，又要对中学教学起着积极的引导作用。根据高考的这个性质和特点，结合数学学科的自身特点，以及它在中学教育和高等教育中的地位和作用，研究高考中数学知识和能力的考查要求，我们认为这是一条正确的研究路线。

无论是在普通中等教育，还是在普通的高等教育中，数学都是一门重要的基础课程，尤其在中学教育中，它是一门“重头课”；而在高等教育中，其地位和作用往往随专业的不同而有所不同。但随着社会和现代科学的发展，随着对各种社会现象和自然现象的深入研究，许多课题都必须作量化的处理，因而，数学的作用，总的说来，日益重要。比如，在普通高等学校中，不少社会科学的专业，近年来，不少学生纷纷提出开设数学课的要求，改变过去那种很少应用近代数学的状况。可以说，今天的高校，较之过去，对新生的数学素质，提出的要求更高了。而今天的中学数学教育，无论从内容的广度，还是从教学要求的深度来看，较之五、六

十年代，也更为扩展，更为深入。因此，在高考数学科考试中，对数学知识和能力的考查，必须更好地处理好“面”和“点”的关系。在知识面上要够宽，然而却又不应面面俱到，没有重点。相反，应当重点突出，对那些在中学阶段已经学习过的，而在大学阶段又是需要经常用到的数学基础知识和基本方法，必须着重地进行考查。

数学作为一门基础科学，有着自身完整的学科体系。数学的知识和方法虽然庞杂得很，但其基干、根叶和枝蔓，却是错落有致的。在中学数学课程中，开设的是代数（初等代数，包含平面三角学）、平面几何、立体几何和解析几何，以及微积分初步，这些学科分支，在数学学科中，是极其基础的部份。不过，如果考虑到微积分在大学阶段还要深入学习，而平面几何，代数中有关数和式的运算、解简单代数方程等内容的学习，主要是在初中阶段进行的，因此，作为高考，数学知识的考查，可以侧重于高中阶段所学的代数和几何方面的内容。具体地说，可分成若干条块：

1. 代数部份

（一）函数

集合与映射、函数的一般概念和性质、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数。

（二）不等式

不等式的概念和性质、不等式的证明、解不等式。

（三）数列

数列的概念和性质、等差数列、等比数列。

（四）复数

表示形式和性质、运算及其几何意义。

(五)排列组合与二项式定理。

I. 几何部份

(一)立体几何

直线、平面与几何体(柱、锥、台和球)。

(二)平面解析几何

坐标系(直角坐标系和极坐标系)、点与线段、直线、曲线与方程、圆锥曲线。

上述条块是一种粗线条的分划,当中的每一条块包含的知识内容多寡不一,所占的地位轻重有殊,彼此间的关联疏密有间。此外,它们与高中阶段以前所学的数学知识的关系,对大学课程学习的影响,其程度都不尽相同。因此,作为高考,这些内容在试题中所占的比重,深浅度的要求,也应当有所区别。即是说,对各个知识点的考查,应有主次、轻重、深浅之分,不宜一视同仁。从这样的观点出发,就上述条块的各个项目,说一些看法。

第一,从知识的网络化来说,应当抓住函数这个主干,事实上,代数中对各种具体函数的讨论,以及不等式和数列,乃至平面解析几何中的绝大部份的内容,都可以用函数的一般观点去认识和处理。至于中学代数中,关于复数、排列组合和二项式定理等项内容,都只涉及其极为基础的部份,而未作深入的展开。至于立体几何的内容,具有相对独立性,可认为是中学数学中的一个小干支,当然在立体几何的考查中,难免会考查到初中阶段学习过的平面几何知识,这时,必须严格控制,不宜把考查的重心放在平面几何的知识上,而必须侧重于空间观念的考查,试题篇幅有限,平面几何不宜设置独立的试题,有关平面几何的知识考查,可寓于

立体几何或平面解析几何的试题之中，其考查深度也必须严格控制在基本知识的范围之内。

第二，对各项知识的考查，既要从高校录取新生的要求出发，又应充分注意中学的教学实际。所谓注意中学的实际，也不应误解为迁就中学的教学现状，而是说，既不要脱离当前中学数学教学的实际水平，又要针对教学中的存在问题，引导教改朝提高教育质量的方向前进，发挥高考的“指挥棒”作用。从这样的角度出发，让我们来看一看，在各项数学知识的考查中，应注意哪些问题？

从中学数学教材看，有关函数理论的教学有两个显著的特点：其一，用变量关系和集合映射两种观点，阐述函数概念，且以变量关系为主；其二，函数的性质，通过对具体函数（幂函数、指数函数、对数函数和三角函数等）的讨论来展开，而不作高度抽象的论述，这样的处理，切合中学生的年龄特点和心理特点。在高考命题中，必须充分地注意这一情况，不宜拔高要求。举个例子来说，在中学的代数及几何教材中，没有论述“复合函数”的概念和性质，也没有一般地讨论函数的四则运算问题，这些论题只在微积分初步的教材中出现，不属高考的范围。然而，在代数教材和历年来高考试题中，却又不时出现如下一类的函数表达式，并提出这样或那样的问题，要求学生和考生解答：

$$y = \sqrt{x^2 - 4}; \quad y = \log_7 \frac{1}{1 - 3x};$$

$$y = \frac{1-x}{1+x}; \quad y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 2x);$$

$$y = \sqrt{x^2 + 3x + 2} + \log_2 3x;$$

$$y = \sqrt{3} \sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$y = 2 \cos^2 x - 3 \sin x + 1.$$

对上面列出的这些函数，既可以用复合函数的观念，也可用数量运算的观念去理解，当观念不同时，提问和解答也就有了区别。在高考中，涉及这类表达式提问题时，就应当有所控制，那些非要用到复合函数的观点和方法才能处理的问题，就应排除在外。

在形形式式的具体函数的研究中，统观中学数学教材，可以发现，一元二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 占有极为重要的地位，有关它的性质和应用的讨论和研究，可以说，相当深入和充分，不管在代数中，还是在平面解析几何中，与这个函数打交道的机会都特别多。在中学数学的学习过程中，有不少重要的内容，如配方法，参数讨论法，换元法，一元二次方程，一元二次不等式，抛物线，函数的极值问题，不等式的证明，解不等式，解特殊方程，乃至某些几何的轨迹问题，等等，其研究和讨论，都与这个函数（或者说一元二次式 $ax^2 + bx + c$ ）息息相关。围绕着这个函数的内涵和外延，在中学数学的教材中，也展开得相当充分；而且，这些内容对近代数学和现代数学都有着深刻影响。因此，长期以来，在高考试题中，有关这方面的考查占有一定比重，历久不衰，考查的形式也时有变化。这种做法，应当说是恰当的。

此外，有关三角函数的内容，在中学数学教材中，占有较大的篇幅，对这方面知识的讨论比较深入和充分。事实上，为了解决许许多多的平面三角问题和研究形形式式的周期变化规律，三角函数是一个强有力的数学工具，不过，在中学数学教学中，对三角函数的讨论，着重围绕着平面三角问题展开，对于周期运动的研究只是略有所及，更多的内容将在大学数学课程中学习。这个特点，在高考命题中也应充

分注意。在这里遇到了大量的三角函数公式，这些公式纵横交错，灵活多变，有人竟说它是变幻莫测，不过作为基本公式来说，其体系十分清楚，主干和分支明显。作为高考，宜侧重于基本公式的考查，不宜过多地强调灵活运用的那一面，这里，有个分寸问题，必须严格把关。否则，势必加重考生的负担，同时也难以有效地区分考生在三角函数方面的实际知识水平。

与函数的概念、性质和方法，有着密切关联的解方程的问题、不等式的证明和解不等式的问题、数列与极限的问题，也应当列为高考的重要内容。在由初等数学的学习过渡到高等数学的学习时，这些内容扮演着极为重要的角色，由于它们的这种特殊位置，所以，尽管在中学数学教材中，这些内容所占的篇幅并不多，许多知识还有待于往后的学习去深化。然而，在高考试题中，有关这些知识的考查，却占相当的比重，而且常常以“综合题”的面貌出现。作为高考，作为对考生的学习潜力的考查，考查其综合和灵活运用知识解决问题的能力是极其必要的，但是在难度的控制上，必须审慎行事，不宜无限升级。

作为代数部分，还有复数，排列组合和二项式定理等内容，在中学数学教材中，有关这些课题的材料处理，仅作为基础知识讨论，并未深入展开。在考查中，宜侧重于基本运算，基本推导和观察能力方面进行命题。

再看看几何部分，在高中数学教材中，立体几何和平面解析几何，分别独立成册，体系清晰，内容也都比较集中。立体几何的考查，应突出空间观念，考查对点、直线、平面的各种位置关系的认识和理解，至于几何体方面，主要是柱、锥、台和球等典型和规则的几何体的概念及其体积

和面积的计算。关于平面解析几何，所讨论的是平面的直线和曲线，尤其是圆锥曲线的问题，其方法是代数方法，然而，问题的本身，毕竟是几何问题，因此，考查的重点仍应侧重于几何方面的，并带有一定的综合性。但从教材看，综合性方面的要求并不高，高考命题，应充分注意这个背景。

不论是代数，还是几何，从现行的中学教材和教学实际看，都是侧重于知识的传授，至于各种数学方法，则是渗透其中，系统的讨论比较少，除了数学归纳法有较系统的论述外，象反证法，配方法，换元法，参量讨论法，以及逻辑推理的一般规律和数学思维方法的讨论，都是散布于各个角落，在教材中，都是结合具体问题的研究作些必要的说明，而未作系统的归纳和论述。因此，在高考中，数学方法的考查，应着重于应用方法解决问题，而不在于对方法的理论上的认识。所以数学能力的考查，说到底是对数学知识和方法的运用能力的考查。

第三，从现行我国高考是分学科考试的特点出发，在数学科的考试中，就应当尽可能集中在数学的自身的领域之中，试题中，应尽量避免非数学知识的干扰，尤其在试题的文字叙述和应用性试题所涉及的知识范围方面，必须认真对待。从历年来的高考试题看，应用题多属几何应用，或日常生活方面的应用，而极少出现工程应用和社会学应用方面的试题，应当说，这样的处理适合我国的实际。

二、数学试题的常见题型及其功能

数学，作为一门自然科学，是以研究数量关系和几何形体入手的，进而发展到对模型和系统的研究，是一门理论性极强的学科，具有高度的抽象性、系统性、思辨性和应用广泛的特点。作为高考，衡量一个考生数学水平的高低，既要看他掌握了多少数学知识和方法，还要看他应用这些知识和方法的能力，包括抽象思维、空间想象、准确计算的能力，同时还要考察其进入高层次学习的潜力，求索精神和探究能力。尤其是，注意到高考的选拔性质，这些能力上的考查是极为重要的。

高考数学科的考试，必须完成上述多方面的考查任务，将考生按其实际的数学水准分出各个层次来，以便更好地“量才而用”。为此，试题不宜采用单一式的题型，而必须多样化。从现在的教材和国内外常见的试题看，在数学科考试中常用的题型有：是非判断题，多项选择题（包括多项选一项和多项选几项两种型式），填空题和论说题（有一题一问，也有一题多问，且包括证明题、计算题、应用题、探索题和讨论题等）。结合广东省几年来高考命题改革试验的实践，关于这些题型的特点和功能，我们有如下一些看法：

按照考试理论的习惯说法，通常把“是非判断题”、“多项选择题”、“填空题”之类的试题叫做“客观性试题”，这是由于这类试题的答案确定不变，考生的回答要么正确，

要么错误，不会出现正误混杂的情形，成绩的评定，不因评阅人员的主观因素而有差异，评分客观。同时，这类试题答卷的评判，也便于应用电脑代替人工，可极大地提高评卷效率。因此，在电脑普及的现代，这类客观性试题，尤其是“多项选择题”在各种考试中被广泛地利用。在上面列举的三种客观性试题中，是非判断题可看作是“二择一”的选择题，这种题型作为平时的诊断性考试，检查局部性的教学效果有可取之处，但作为大规模的选拔性考试（如高考），由于这类试题猜答率比较高，不利于评分误差的控制，不宜使用。多项选择题，一般设四至五个选择项比较适当，既控制了猜答造成的分数误差，也不致给命题设置太多障碍。至于在选择项中，所含的正确项是“单一”还是“非单一”的问题，从难度上看，“非单一”稍难于“单一”的，但从电脑评卷和整体上看，采用正确项单一还是比较可取，而且通过技术处理，“非单一”的命题方式可转化为“单一”正确项的形式。多项选择题除具备客观性试题的一般特点外，还有这样的一些特点与功能：

1. 试题的容量大。这是由于选择题的解答形式非常简单，考生只须指出哪一个选择项是正确的就完事。因此，可在较短的时间内，解答较多的题目，而且每一个题目有若干选择项，所涉及的基础知识和基本技能也可以设计得较为丰富。于是试卷的“双基”覆盖面，比起只用传统的论说题要大得多，从而可以比较全面地考查考生对“双基”的掌握程度。

2. 选择题中的选择项除一项是正确之外，其余各项叫做迷惑项（或诱误项）通常是根据考生常见的或易犯的错误进行专项设置，考生的选答往往比较真实地反映其水平。

3. 选择题的选择项在考生解答问题时，具有一定的提

示作用，灵活运用这种提示作用，而不是呆板地套用解答论说题的常规方法，可大大地提高解题效率。因此，解选择题的训练有助于发展思维的灵活性和敏捷性，促进考生对基本概念和方法的深刻理解，提高识别真伪的能力。实验证明，通过选择题这种试题型式，较之其它型式的试题，可以在更大的范围内，考查考生的观察能力和分析判断能力。

4. 选择题的每个题目考查中心突出、鲜明、集中，题干简短明确，选择项也须精心安排，因此，编拟选择题较之编拟论说题，其技巧性更强一些，命题人员必须付出更多的劳动，多层次、多角度地对整卷作深入细致的考虑和安排；加之作为单个题目短小精悍，局部调整比较容易，机动灵活。总的说来，命题时有较大的活动舞台，有利于试卷质量的提高。

不过，选择题这种题型也有着一定的局限性，主要表现为：

1. 由于选择题只要求选项作答，从答卷上，看不到考生解题的思维过程和表述能力。而且也不排除考生在完全不懂的情况下，依靠猜测作答的情形出现。

2. 对于逻辑推理过程较为复杂，计算量较大，综合性程度较高的问题，用选择题这种题型就不适宜了，而这类问题在数学科考试中是不可少的，否则对考生的数学水平，难以作出如实的评判。

依上所述，在高考数学科考试中，除采用选择题这种命题型式之外，还得伴以其它题型，如填空题和论说题。在这里，普遍认为论说题是不可少的，至于填空题，则有人认为可用可不用。

填空题可以看作介乎于选择题和论说题之间的一种题型，它具有选择题的题干简短明确，提问集中，解题过程比

较简单，且不必写出详细过程的特点，与之不同的是没有选项可供利用，其所求的结果，考生必须自己导出，所以，在推理和计算能力方面的考查，较之选择题有进一步的要求。从减少猜答机会来说，填空题也优于选择题。而与论说题相比，由于不要求考生写出详细的解答过程，因此可在较短的时间内，考查较多的知识点，此外，由于它的综合性不强，逻辑推理的过程也较短，所以在试卷中，作为由选择题到论说题的中间过渡，设置若干填空题，平衡考生的心理，有利于稳定考生的情绪。因此，作为高考的数学试题，采用一定数量的填空题（或简答题）还是可取的。

最后，谈谈论说题，作为数学试题的题型，论说题内涵深广。一般说来，论说题由题设（已知条件）和提问（目标和要求）两部分组成，按题目所涉及的知识面和知识量分，可分为简单检测题，小综合题，单科综合题和多科性综合题等；如果按所提问的性质分，可分为论证题（证明题）、计算题、应用题和探索题（讨论题）等；如果按提问的方式分，可分为一步设问题和分步设问题；此外，也还可以从别的角度出发将问题分类。

长期以来，在中学数学教材中，大量的例题、练习、习题和复习题，采用的是论说题的形式，因此也有人把论说题称为传统题。这种题型的命题灵活多变，考生解答时要写出解答过程，因此，运用这种题型考查学生的数学知识和能力（尤其是能力），无论是广度还是深度，可以调节的幅度都比较大，并且可以达到极其深刻的程度。其主要缺点是：试卷的评判必须人工进行，成绩的评定会随评卷人的主观因素而变化，同一个答卷，不同人评阅，其分数往往有差异，就是同一个人不同时间的评阅，有时所得到的分数也不一样。