

数学自学丛书

第3版

高中数学总结辅导

主编 翟连林

下 册

机械工业出版社

数学自学丛书

高中数学总结辅导

下 册

第 3 版

主 编	翟连林		
副主编	侯吉生	付立忠	田颖生
编 者	陈久华	申时阳	蔡春明
	冯润栋	谢德光	段永祯
	丁留重	张军海	



机械工业出版社

(京)新登字 054 号

本书是“数学自学丛书”(第3版)之一。

这套丛书第1、2版出版后,受到广大读者的热烈欢迎。在此基础上,作者又进行了第二次修订,充实了基础知识的内容,换进了新颖的题目,更突出了自学青年自学数学的需要。本书第3版分上、下两册,本册为下册,主要内容包括:1985年至1991年全国及广东、上海、北京、辽宁、浙江、云南、湖南、海南、江苏等省、市高等学校招生数学试题及答案。

本书适于自学青年全面复习高中数学使用,在校高中生也可作课外读物。

数学自学丛书
高中数学总结辅导
下 册
第3版
主 编 翟连林

责任编辑 尹荣英

封面设计 郭景云

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

北京市大兴兴达印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

开本 $787 \times 1092^{1/32}$ 印张 $9^{3/4}$ 字数 215 千字
1992年3月北京第3版·1992年3月北京第5次印刷
印数 475 601-480 050 定价: 4.30 元

ISBN7-111-03168-7/G·168

前言

为了帮助广大职工和自学青年学好数学基础知识，加强基本技能的训练（基础知识和基本技能简称“双基”），我们在1983年编辑出版了“数学自学丛书”。这套丛书出版后受到广大读者的热烈欢迎。1985年我们进行了第一次修订，出版了第2版。中国科学院学部委员、著名数学家程民德教授亲自为这套丛书作序。程先生把这套丛书的特点归纳成以下三个方面：（1）取材允当，适用面广泛；（2）重视双基，突出能力的培养；（3）重视启发诱导，利于自学。程先生说：“数学已日益成为一切近代科学技术的重要基础。当前已不只是理、工、农、医的各专业愈来愈需要数学，就象心理学、经济学、语言学等专业的发展也都离不开数学，而且还需要很高深的近代数学。要提高我国广大职工的科学水平，如果数学不首先提高，就将成为拦路虎。所以这套丛书的出版具有深远的意义。”

为了满足广大读者的需要，我们在第1、2版的基础上，又进行了修订，换进了新颖的题目，更突出了自学者的需要，出版了这套丛书的第3版。这套丛书目前出版的中学部分包括：《初中数学双基训练》（第一册、第二册、第三册），《初中数学总结辅导》（上、下册），《高中代数双基训练》（上、下册），《立体几何双基训练》，《平面解析几何双基训练》，《高中数学总结辅导》（上、下册）。大学部分将陆续修订出版。

为了便于自学，在这套丛书的各册中，首先帮助读者系

系统地归纳和总结数学基础知识，然后通过典型例题的分析、解答和评注，帮助读者总结常用的解题方法和技巧，分析并纠正易犯的错误，最后通过各种题型的演练，帮助读者巩固概念、熟悉定理、公式和法则。

这套丛书可供自学青年、广大职工补课以及各类中等和高等成人学校补习数学使用，普通中学和大专院校的学生以及数学教师亦可参考。

编 者

1991年10月

目 录

1985年

1985年全国高等学校招生统一考试数学试题 (理工农医类)	
及答案.....	1
1985年全国高等学校招生统一考试数学试题 (文史类) 及答	
案.....	6
1985年广东省高等学校招生统一考试数学试题 (理工农医	
类) 及答案.....	9
1985年广东省高等学校招生统一考试数学试题 (文史类) 及	
答案.....	18
1985年上海市普通高等学校招生统一考试数学试题 (理工农	
医类) 及答案.....	24
1985年上海市普通高等学校招生统一考试数学试题 (文史类)	
及答案.....	29

1986年

1986年全国普通高等学校招生统一考试数学试题 (理工农医	
类) 及答案.....	34
1986年全国普通高等学校招生统一考试数学试题 (文史类)	
及答案.....	39
1986年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题 (理	
工农医类) 及答案.....	44
1986年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题 (文	
史类) 及答案.....	54
1986年上海市普通高等学校招生统一考试数学试题 (理工农	

医类) 及答案.....	63
1986年上海市普通高等学校招生统一考试数学试题(文史类) 及答案.....	70
1986年上海市地方高等师范院校招生考试数学试题(理工类) 及答案.....	76
1986年上海市地方高等师范院校招生考试数学试题(文史类) 及答案.....	81
1986年辽宁省高等师范院校招生考试数学试题(理工类) 及 答案.....	86
1986年辽宁省高等师范院校招生考试数学试题(文史类) 及 答案.....	91

1987年

1987年全国普通高等学校招生统一考试数学试题(理工农医 类) 及答案.....	97
1987年全国普通高等学校招生统一考试数学试题(文史类) 及答案.....	102
1987年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题(理 工农医类) 及答案.....	106
1987年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题(文 史类) 及答案.....	114
1987年上海市普通高等学校招生统一考试数学试题及答案...	121
1987年北京师范院校(班)统一招生考试数学试题(理科) 及答案.....	128
1987年北京师范院校(班)统一招生考试数学试题(文科) 及答案.....	131
1987年辽宁省高等师范院校招生考试数学试题(理工类) 及 答案.....	135
1987年辽宁省高等师范院校招生考试数学试题(文史类) 及 答案.....	141
1987年浙江省高等师范院校招生考试数学试题及答案.....	147

1988年

1988年全国普通高等学校招生统一考试数学试题（理工农医类）及答案	152
1988年全国普通高等学校招生统一考试数学试题（文史类）及答案	157
1988年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题（理工农医类）及答案	163
1988年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题（文史类）及答案	170
1988年全国普通高等学校招生统一考试上海市数学试题及答案	177
1988年北京师范院校（班）统一招生考试数学试题（理科）及答案	183
1988年北京师范院校（班）统一招生考试数学试题（文科）及答案	188
1988年辽宁省高等师范院校招生考试数学试题（理工类）及答案	191
1988年辽宁省高等师范院校招生考试数学试题（文史类）及答案	198

1989年

1989年全国普通高等学校招生统一考试数学试题（理工农医类）及答案	206
1989年全国普通高等学校招生统一考试数学试题（文史类）及答案	211
1989年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题（理工农医类）试卷类型B及答案	216
1989年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题（文史类）试卷类型B及答案	224
1989年全国普通高等学校招生统一考试上海市数学试题及答	

案.....	232
1989年辽宁省高等师范院校招生考试数学试题（理工类）及 答案.....	239

1990年

1990年全国普通高等学校招生统一考试数学试题（理工农医 类）及答案.....	246
1990年全国普通高等学校招生统一考试数学试题（文史类） 及答案.....	252
1990年全国普通高等学校招生统一考试广东省数学试题及答 案.....	258
1990年全国普通高等学校招生统一考试上海市数学试题及答 案.....	266
1990年江苏省普通高中毕业、高等学校招生预选、省属师范 院校招生统一考试数学试题（理工农医类）及答案...	271

1991年

1991年普通高等学校招生全国统一考试数学试题（理工农医 类）及答案.....	278
1991年普通高等学校招生全国统一考试数学试题（文史类） 及答案.....	283
1991年全国普通高等学校招生统一考试上海市数学试题及答 案.....	288
1991年全国普通高等学校招生统一考试云南、湖南、海南三 省数学试题及答案.....	294
1991年浙江省高师专科提前单独招生统一考试数学试题及答 案.....	300

1985年

1985年全国高等学校招生统一考试

数学试题（理工农医类）及答案

考生注意：这份试题共八道大题，满分120分。第九题是附加题，满分10分，不计入总分。

一、（本题满分15分）本题共有5个小题，每一个小题都给出代号为A, B, C, D的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得3分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否写在圆括号内），一律得0分。

(1) 如果正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 a （如图 85-1），那么四面体 $A'-ABD$ 的体积是（ D ）

(A) $\frac{a^3}{2}$.

(B) $\frac{a^3}{3}$.

(C) $\frac{a^3}{4}$.

(D) $\frac{a^3}{6}$.

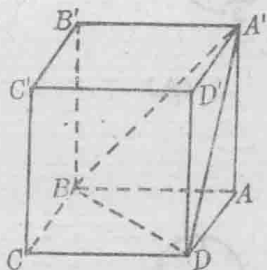


图 85-1

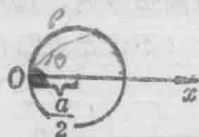
(2) $\operatorname{tg} x = 1$ 是 $x = \frac{5}{4}\pi$ 的（ A ）

- (A) 必要条件. (B) 充分条件.
 (C) 充分必要条件. (D) 既不充分又不必要的条件.
 (3) 在下面给出的函数中, 哪一个函数既是区间

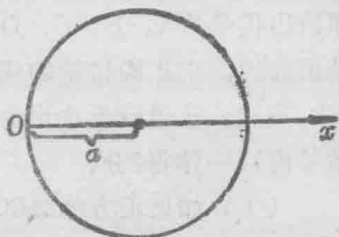
$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数, 又是以 π 为周期的偶函数? ()

- (A) $y = x^2 (x \in R)$. (B) $y = |\sin x| (x \in R)$.
 (C) $y = \cos 2x (x \in R)$ (D) $y = e^{\sin 2x} (x \in R)$.

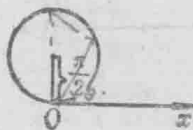
(4) 极坐标方程 $\rho = a \sin \theta (a > 0)$ 的图象是图 85-2 中的 ()



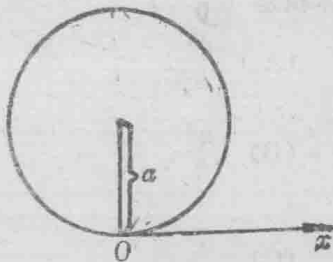
(A)



(B)



(C)



(D)

图 85-2

(5) 用 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字, 可以组成比 20000

大，并且百位数不是数字3的没有重复数字的五位数，共有

(A) 96个. (B) 78个. (C) 72个. (D) 64个.

二、(本题满分20分) 本题共有5个小题，每一个小题满分4分。只要求直接写出结果。

(1) 求方程 $2\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ 的解

(2) 设 $|a| \leq 1$, 求 $\arccos a + \arccos(-a)$ 的值.

(3) 求曲线 $y^2 = -16x + 64$ 的焦点

(4) 设 $(3x - 1)^{10} = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 求 $a_6 + a_5 + a_4 +$

(5) 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 1]$, 求函数 $f(x^2)$ 的定义域.

三、(本题满分14分)

(1) 解方程 $\log_4(3 - \log_4(1 - x)) + \log_{0.25}(2x + 1) = 0$.

(2) 解不等式 $\sqrt{2x+5} > x$.

四、(本题满分15分) 如

图85-3, 设平面AC和BD相交于BC, 它们所成的一个二面角为 45° , P为面AC内的一点, Q为面BD内的一点. 已知直线MQ是直线PQ在平面BD内的

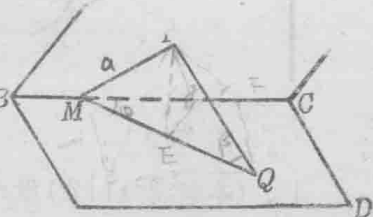


图 85-3

射影, 并且M在BC上, 又设PQ与平面BD所成的角为 β , $\angle CMQ = \theta (0^\circ < \theta < 90^\circ)$, 线段PM的长.

五、(本题满分15分) 如图85-4, 设

Z_1 和 Z_2 为复平面内的两个动点, 并且满足:

(1) Z_1 和 Z_2 所对应的复数的辐角分别为定值 θ 和 $-\theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$);

(2) $\triangle OZ_1Z_2$ 的面积为定值 S .

求 $\triangle OZ_1Z_2$ 的重心 Z 所对应的复数的模的最小值.

六、(本题满分15分) 已知两点 $P(-2, 2)$, $Q(0, 2)$ 以及一条直线 $l: y=x$. 设长为 $\sqrt{2}$ 的线段 AB 在直线 l 上移动(如图85-5). 求直线 PA 和 QB 的交点 M 的轨迹方程(要求把结果写成普通方程).

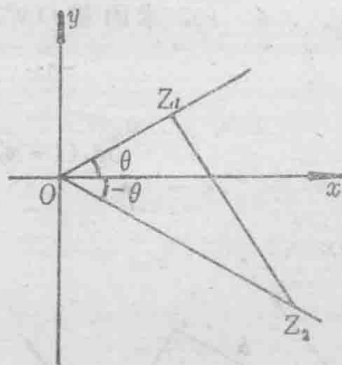


图 85-4

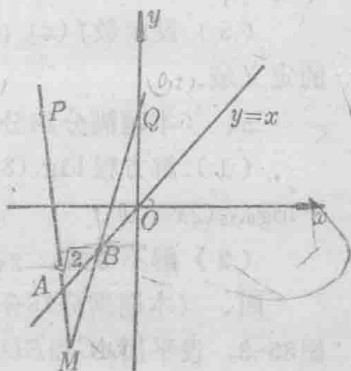


图 85-5

七、(本题满分14分) 设 $a_n = \sqrt{1 \cdot 2} + \sqrt{2 \cdot 3} + \dots + \sqrt{n(n+1)}$ ($n=1, 2, \dots$).

(1) 证明不等式

$$\frac{n(n+1)}{2} < a_n < \frac{(n+1)^2}{2}$$

对所有的正整数 n 都成立.

(2) 设 $b_n = \frac{a_n}{n(n+1)}$ ($n=1, 2, \dots$), 用极限定义证

$$\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{1}{2}.$$

八、(本题满分12分) 设 a, b 是两个实数,

$$A = \{(x, y) | x=n, y=na+b, n \text{ 是整数}\},$$

$$B = \{(x, y) | x=m, y=3m^2+15, m \text{ 是整数}\},$$

$$C = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 144\}$$

是平面 xOy 内点的集合. 讨论是否存在 a 和 b 使得 (1) $A \cap B \neq \emptyset$ ($\emptyset$ 表示空集); (2) $(a, b) \in C$ 同时成立.

九、(附加题, 本题满分10分, 不计入总分) 已知曲线 $y = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$. 在它对应于 $x \in [0, 2]$ 的弧段上求一点 P , 使得曲线在该点的切线在 y 轴上的截距为最小, 并求出这个最小值.

答 案

一、(1) D; (2) A; (3) B; (4) C; (5) B.

二、(1) $\left\{x | x = k\pi + [(-1)^k - 1] \frac{\pi}{6}, k \in Z\right\}$; (2) π ;
(3) $(0, 0)$; (4) 64 (或 2^6); (5) $[-1, 1]$ (或 $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$, 或 $-1 \leq x \leq 1$).

三、(1) $x=0$; (2) $\left\{x | -\frac{5}{2} \leq x < 2\right\}$.

四、 $\frac{a \sin \theta}{\sin \beta \sqrt{1 + \sin^2 \theta}}$. 五、 $\frac{2}{3} \sqrt{\sec \theta}$.

六、 $x^2 - y^2 + 2x - 2y + 8 = 0$, 即 $\frac{(x+1)^2}{8} - \frac{(y+1)^2}{8} = -1$.

七、略. 八、不存在. 九、在点 $P(0, -6)$ 处切线在 y 轴上的截距最小, 这个最小值是 -6 .

1985年全国高等学校招生统一考试

数学试题（文史类）及答案

考生注意：这份试题共八道大题，满分120分。

一、（本题满分15分）本题共有5个小题，每个小题都给出代号为A, B, C, D的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得3分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得0分。

(1) 设正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的棱长为 a （如图85-6），那么三棱锥 $A'-ABD$ 的体积是（ ）

(A) $\frac{a^3}{2}$ (B) $\frac{a^3}{3}$

(C) $\frac{a^3}{4}$ (D) $\frac{a^3}{6}$

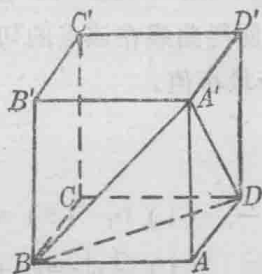


图 85-6

(2) $\operatorname{tg} x = 1$ 是 $x = \frac{5}{4}\pi$

的（ ）

- (A) 必要条件. (B) 充分条件.
(C) 充分必要条件. (D) 既不充分又不必要的条件.

(3) 设集合 $X = \{0, 1, 2, 4, 5, 7\}$, $Y = \{1, 3, 6, 8, 3\}$, $Z = \{3, 7, 8\}$, 那么集合 $(X \cap Y) \cup Z$ 是（ ）

- (A) $\{0, 1, 2, 6, 8\}$. (B) $\{3, 7, 8\}$.
(C) $\{1, 3, 7, 8\}$. (D) $\{1, 3, 6, 7, 8\}$.

(4) 在下面给出的函数中，哪一个函数既是区间

$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上的增函数, 又是以 π 为周期的偶函数? ()

(A) $y = x^2 (x \in \mathbb{R})$. (B) $y = |\sin x| (x \in \mathbb{R})$.

(C) $y = \cos 2x (x \in \mathbb{R})$. (D) $y = e^{\sin 2x} (x \in \mathbb{R})$.

(5) 用 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字, 可以组成比 20000 大, 并且百位数不是数字 3 的没有重复数字的五位数, 共有 ()

(A) 96 个. (B) 78 个. (C) 72 个. (D) 64 个.

二、(本题满分 20 分) 本题共有 5 个小题, 每个小题满分 4 分. 只要求直接写出结果.

(1) 求函数 $y = \sqrt{\sin 2x}$ 的定义域.

(2) 求 $\sin \frac{\pi}{6}$ 的值.

(3) 求函数 $y = \sin x$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

(4) 设 $(1+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, 求 $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$ 的值.

(5) 设 i 是虚数单位, 求 $(1+i)^n$ 的值.

三、(本题满分 14 分) 设 $S_1 = 1^2$, $S_2 = 1^2 + 2^2 + 1^2$, $S_3 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2$, $\dots$, $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 + \dots + 3^2 + 2^2 + 1^2, \dots$

用数学归纳法证明: 公式

$$S_n = \frac{n(2n^2 + 1)}{3}$$

对所有的正整数 n 都成立.

四、(本题满分 13 分) 证明三角恒等式

$$2\sin^4 x + \frac{3}{4}\sin^2 2x + 5\cos^4 x - \cos 3x \cos x \\ = 2(1 + \cos^2 x).$$

五、(本题满分16分)

$$(1) \text{ 解方程 } \lg(3-x) - \lg(3+x) \\ = \lg(1-x) - \lg(2x+1).$$

$$(2) \text{ 解不等式 } \sqrt{2x+5} > x+1.$$

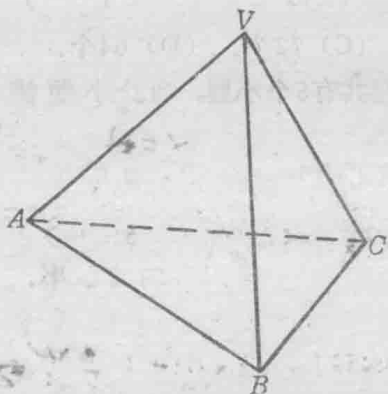


图 85-7

六、(本题满分15分) 如图85-7, 设三棱锥 $V-ABC$ 的三个侧面与底面所成的二面角都是 β , 它的高是 h . 求这个三棱锥底面的内切圆半径.

七、(本题满分15分) 已知一个圆 $C: x^2 + y^2 + 4x - 12y + 39 = 0$ 和一条直线 $l: 3x - 4y + 5 = 0$. 求圆 C 关于直线 l 对称的圆的方程.

八、(本题满分12分) 设首项为1, 公比为 q ($q > 0$) 的等比数列的前 n 项之和为 S_n . 又设 $T_n = \frac{S_n}{S_{n+1}}$, $n=1, 2, \dots$, 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$.

答 案

一、(1) D; (2) A; (3) C; (4) B; (5) B.

二、(1) $\{x | -2 \leq x < 1\} \cup \{x | 1 < x \leq 2\}$; (2) 2; (3) 最大值是2, 最小值是-2; (4) 64(或 2^6); (5) $-8i$.

三、略. 四、略. 五、(1) $x=0$; (2) $\left\{x \mid -\frac{5}{2} \leq x < 2\right\}$.