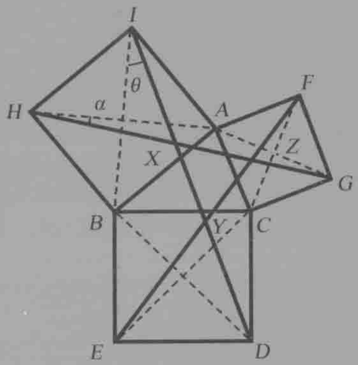


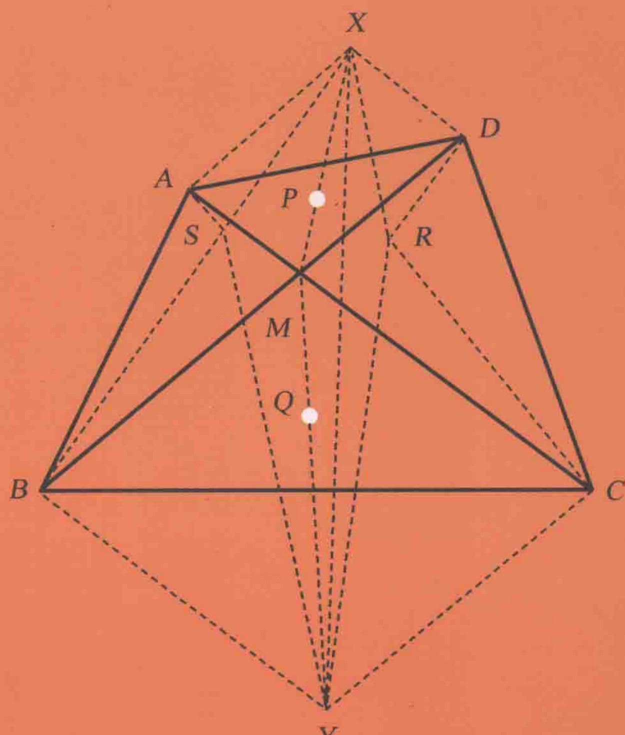
平面几何天天练

上卷 · 基础篇

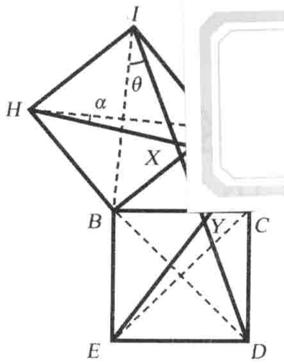
（直线型）

田永海　编著

Everyday Practice of
Plain Geometry Volume
I: Foundation Part (Linear Type)



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



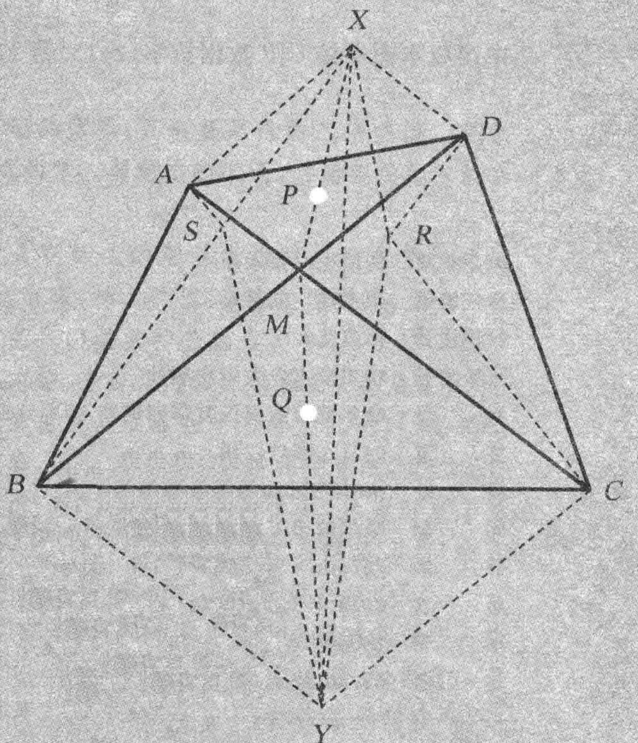
平面几何天天练

上卷·基础篇

（直线型）

田永海 编著

Everyday Practice of Plain Geometry Volume I: Foundation Part (Linear Type)



哈爾濱工業大學出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

平面几何是一门具有特殊魅力的学科，主要是训练人的理性思维的。本书以天天练为题，在每天的练习中，突出重点，使学生在练习中学会并吃透平面几何知识。

本书适合初、高中师生学习参考，以及专业人员研究、使用和收藏。

图书在版编目(CIP)数据

平面几何天天练．上卷，基础篇．直线型/田永海编著．
—哈尔滨：哈尔滨工业大学出版社，2013.1
ISBN 978-7-5603-3742-5

Ⅰ.①平…　Ⅱ.①田…　Ⅲ.①平面几何—习题集
Ⅳ.①O123.1-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 177412 号

策划编辑　刘培杰　张永芹
责任编辑　张永芹　刘家琳
封面设计　孙茵艾
出版发行　哈尔滨工业大学出版社
社　　址　哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号　邮编 150006
传　　真　0451-86414749
网　　址　http://hitpress.hit.edu.cn
印　　刷　哈尔滨市工大节能印刷厂
开　　本　787mm×960mm　1/16　印张 29.5　字数 593 千字
版　　次　2013 年 1 月第 1 版　2013 年 1 月第 1 次印刷
书　　号　ISBN 978-7-5603-3742-5
定　　价　58.00 元

⊙ 前言

数学是思维的体操，几何是思维的艺术体操。平面几何，几乎所有的常人都熟悉的名词，它始终是初中教育的重要内容。

几何主要是训练人的理性思维的。几何学得好的人，表现是言之有理，持之有据，办事顺理成章。

平面几何是一门具有特殊魅力的学科，从许多数学家成才的道路来看，平面几何往往起着重要的启蒙作用。

大科学家爱因斯坦唯独在学习平面几何时，感到十分地惊讶和欣喜，认为在这杂乱无章的世界里，竟然还存在着这样结构严密而又十分完美的体系，从而引发了他对宇宙间的体系研究。他曾经赞叹欧几里得几何“使人类理智获得了为取得以后的成就所必需的信心”。

我国老一辈著名数学家苏步青从小就对几何学习产生了浓厚的兴趣，不管寒冬酷暑，霜晨晓月，他都用心看书、解题。为了证明“三角形三内角之和等于两直角”这一定理，他用了 20 种方法，写成了一篇论文，送到省里展览，这年他才 15 岁。后来终于成为世界著名的几何大家。

杨乐院士到了初二，数学开了平面几何。几何严密的逻辑推理对他的思维训练起了积极的作用，引起他对数学学习的极大兴趣，老师布置的课外作业，他基本上在课内就能完成，课外驰骋在数学天地里，看数学课外读物，做各种数学题，为后来攀登数学高峰奠定了基础。

还有科学家说得更直接："自己能在科学领域里射中鸿鹄，完全得益于在中学里学几何时对思维的严格训练。"

平面几何造就了大量的数学家！

社会的发展需要创新型人才，一题多解是创新型人才的必由之路。

国家教育部 2001 年 7 月颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》将平面几何部分的内容做了大量的删减，从内容上看，要求是降低的，从能力上看，要求是更高的。新课程要求初中数学少一些学科本位、少一些系统性，要求学生有更多的思考、更多的实践和更高的创新意识。

应试教育强调会做题、得高分，总是满足于"会"，新课程更强调创新，不仅仅满足于"会"。在"会"的基础上，还要再思考，还要再想一想，还有别的什么解法吗？当你改变一下方向，调整一下思路，你常常会发现：哇，崭新的解法更简捷、更漂亮！

为了帮助广大师生走进平面几何，习惯一题多解，我们编撰了这套《平面几何天天练》。

《平面几何天天练》既适合初、高中师生学习参考，也适合专业人员研究、使用和收藏。

为了提高本书的广泛适用性，我们注意把握由浅入深的原则，特别是在基础篇每一版块的开始，都编入较多比较简单(层次较低，甚至是一目了然)的问题，即使是初学者，本书也有相当多的内容可以读懂、可以参考，具有很强的基础性、启发性、引导性，便于初学者入门使用；

为了满足广大数学爱好者(高年级学生、学有余力)系统提高的需求，在提高篇我们广泛收集了历年来自国内、外中学生数学竞赛使用过的一些问题，具有综合性、灵活性、开创性；

为了保证本书的权威性，我们大量编入传统的名题、成题，特别是对于一些"古老的难题"我们尽量做到"传统的精华不丢弃，罕见的创新再开发"，使本书具有较高的收藏价值；

对于一些引人注目的题目，我们在解答之后还列出"题目出处"，会给专业人员的进一步深入研究带来方便，这是本书的诱人的特色之一；

使用图标的方法给出全书的目录，可以说是数学书籍的首创。它不仅使全书 366 天的内容一目了然，也是直观的内容索引，为使用者提供了极大的方

便。见到图形就知道题目的内容，这是广大数学爱好者，特别是数学教师的专业敏感。

我们这套《平面几何天天练》是在《初中平面几何关键题一题多解214例》一书的基础上编撰完成的。《初中平面几何关键题一题多解214例》一书出版于1998年，此后这十几年来，我们一直没有停止对平面几何一题多解的再研究，我们始终关注国内、外中学数学教育信息，每年订阅中学数学期刊二十多种，跟踪研究了数千册新出版的中学数学期刊，搜集了大量丰富的材料，并对《初中平面几何关键题一题多解214例》再审视、再修改，删去少量糟粕，新增大量精华，整理、编辑了这套《平面几何天天练》。故此，在科学性、前瞻性、创新性等方面都是有十分把握的！

我在教学与研究岗位工作的40年，是对平面几何研究的40年，《平面几何天天练》是我40年的研究成果与积累。在我退休、离开教学研究岗位的时候，田阿芳、逄路平两位同志极力倡导、勤奋工作，我们三个人共同把它整理出来，奉献给广大数学爱好者，奉献给社会，算是我们对平面几何的一份贡献吧！我们相信更多的平面几何爱好者独树一帜，我们期盼热心的一题多解参与者硕果累累！

由于时间仓促，特别是水平有限，书中的纰漏与不足在所难免，欢迎热心的朋友批评指正。

本书参阅了《数学通报》、《数学教学》、《中等数学》、《中学生数学》等大量中、小学数学教学期刊，在此对有关期刊、作者一并表示感谢。

田永海

2011 **年** 4 **月**

⊙ 目录

三角形问题

四边形问题

三角形问题

第 1 天

求证:如果把等腰三角形的底边向两方向分别延长相等的线段,那么延长线段的两个外端与等腰三角形的顶点距离相等.

已知:在 $\triangle ABC$ 中,$AB=AC$,延长 CB 到 E,延长 BC 到 F,$EB=CF$. 求证:$AE=AF$.

证明 1 如图 1.1.

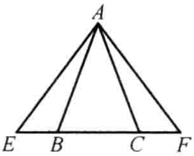


图 1.1

由 $AB=AC$,可知 $\angle ACB=\angle ABC$,有 $\angle ACF=\angle ABE$.

由 $CF=BE$,$AC=AB$,可知 $\triangle ACF \cong \triangle ABE$,有 $AF=AE$.

所以 $AE=AF$.

证明 2 如图 1.1.

由 $AB=AC$,可知 $\angle ACB=\angle ABC$.

由 $CF=BE$,可知 $BF=CE$.

由 $AB=AC$,可知 $\triangle ABF \cong \triangle ACE$,有 $AF=AE$.

所以 $AE=AF$.

证明 3 如图 1.2,过 A 作 BC 的垂线,D 为垂足.

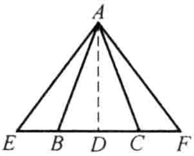


图 1.2

由 $AB=AC$,可知 D 为 BC 的中点.

由 $EB=CF$,可知 D 为 EF 的中点,可知 $\text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle ADF$,有 $AE=AF$.

所以 $AE=AF$.

证明 4 如图 1.2,过 A 作 BC 的垂线,D 为垂足.

由 $AB=AC$,可知 D 为 BC 的中点,即 AD 为 BC 的中垂线.

由 $EB=CF$,可知点 D 为 EF 的中点,有 AD 为 EF 的中垂线.

所以 $AE=AF$.

第 2 天

$\triangle ABC$ 中，$AB = AC$，AD 是角平分线，DE，DF 分别垂直于 AB，AC. 求证：$EB = FC$.

证明 1　如图 2.1.

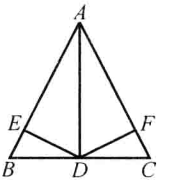


图 2.1

由 AD 是角平分线，DE，DF 分别垂直于 AB，AC，可知 $DE = DF$.

显然 $\mathrm{Rt}\triangle ADE \cong \mathrm{Rt}\triangle ADF$，可知 $AE = AF$.

由 $AB = AC$，可知 $AB - AE = AC - AF$，就是 $EB = FC$.

所以 $EB = FC$.

证明 2　如图 2.1.

由 $AB = AC$，可知 $\angle B = \angle C$.

由 AD 是角平分线，DE，DF 分别垂直于 AB，AC，可知 $DE = DF$，有 $\mathrm{Rt}\triangle DBE \cong \mathrm{Rt}\triangle DCF$，有 $EB = FC$.

所以 $EB = FC$.

证明 3　如图 2.1.

由 $AB = AC$，可知 $\angle B = \angle C$.

由 AD 平分 $\angle BAC$，可知 $BD = DC$.

由 DE，DF 分别垂直于 AB，AC，可知 $\mathrm{Rt}\triangle DBE \cong \mathrm{Rt}\triangle DCF$，有 $EB = FC$.

所以 $EB = FC$.

证明 4　如图 2.1.

由 $AB = AC$，AD 平分 $\angle BAC$，可知 $BD = DC$，$AD \perp BC$.

由 DE，DF 分别垂直于 AB，AC，可知 $EB \cdot AB = BD^2 = DC^2 = FC \cdot AC$，有

$$EB \cdot AB = FC \cdot AC$$

代入 $AB = AC$，就得 $EB = FC$.

所以 $EB = FC$.

证明 5　如图 2.1.

由 DE,DF 分别垂直于 AB,AC,可知 A,E,D,F 四点共圆,有 AD 为圆的直径.

由 $AB=AC$,AD 平分 $\angle BAC$,可知 $BD=DC$,$AD\perp BC$,有 BC 为圆的切线.

易知 $EB\cdot AB=BD^2=DC^2=FC\cdot AC$,有

$$EB\cdot AB=FC\cdot AC$$

所以 $EB=FC$.

证明6 如图2.2,连 EF.

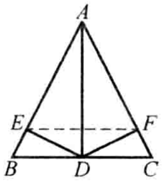


图2.2

由 AD 平分 $\angle BAC$,DE,DF 分别垂直于 AB,AC,可知 E 与 F 关于 AD 对称,有 AD 为 EF 的中垂线,于是 $AE=AF$.

由 $AB=AC$,可知 $AB-AE=AC-AF$,就是 $EB=FC$.

所以 $EB=FC$.

证明7 如图2.1.

由 AD 是角平分线,DE,DF 分别垂直于 AB,AC,可知 $DE=DF$.

由 $AB=AC$,可知 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 面积相等.

显然 $\mathrm{Rt}\triangle ADE\cong\mathrm{Rt}\triangle ADF$,可知 $\mathrm{Rt}\triangle DBE\cong\mathrm{Rt}\triangle DCF$,有 $EB=FC$.

所以 $EB=FC$.

第 3 天

已知：如图 3.1，D 为 $\triangle ABC$ 的 BC 边的中点，$\angle BAD=\angle CAD$. 求证：$AB=AC$.

证明 1　如图 3.1，过 D 分别作 AB，AC 的垂线，E，F 为垂足.

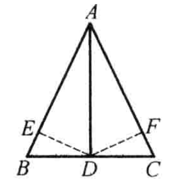


图 3.1

由 $\angle BAD=\angle CAD$，可知 $DE=DF$.

由 $BD=DC$，可知 $\mathrm{Rt}\triangle BDE\cong\mathrm{Rt}\triangle CDF$，可知 $\angle B=\angle C$.

所以 $AB=AC$.

证明 2　如图 3.2，过 C 作 AB 的平行线交直线 AD 于 E.

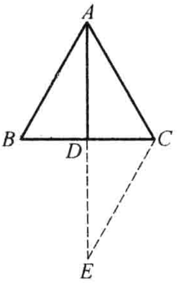


图 3.2

由 $BD=DC$，可知 $AD=DE$，有 $\triangle ABD\cong\triangle ECD$，于是 $AB=EC$.

由 $\angle E=\angle BAD=\angle CAD$，可知 $AC=EC$.

所以 $AB=AC$.

证明 3　如图 3.3，在 AD 的延长线上取一点 E，使 $DE=AD$，连 EB，EC.

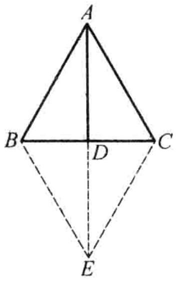


图 3.3

由 $BD=DC$，可知四边形 $ABEC$ 为平行四边形，有 $AC\parallel BE$，$AB\parallel CE$，于是 $\angle AEC=\angle DAB=\angle DAC=\angle AEB$，得四边形 $ABEC$ 为菱形.

所以 $AB=AC$.

证明 4　如图 3.4，过 D 作 AB 的平行线交 AC 于 E，过 D 作 AC 的平行线交 AB 于 F.

由 $\angle BAD=\angle CAD$，可知四边形 $AFDE$ 为菱形，有 $AF=AE=DE=DF$.

显然 $\angle FBD=\angle EDC$，$\angle FDB=\angle ECD$.

由 $BD=DC$，可知 $\triangle FBD\cong\triangle EDC$，有 $BF=DE$，$DF=CE$，进而 $BF=CE$，于是 $BF+AF=CE+AE$，就是 $AB=AC$.