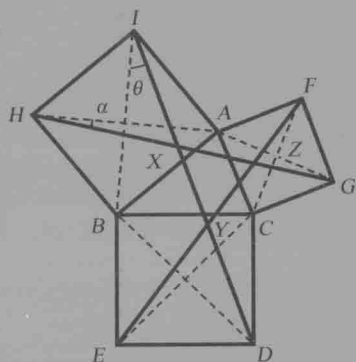




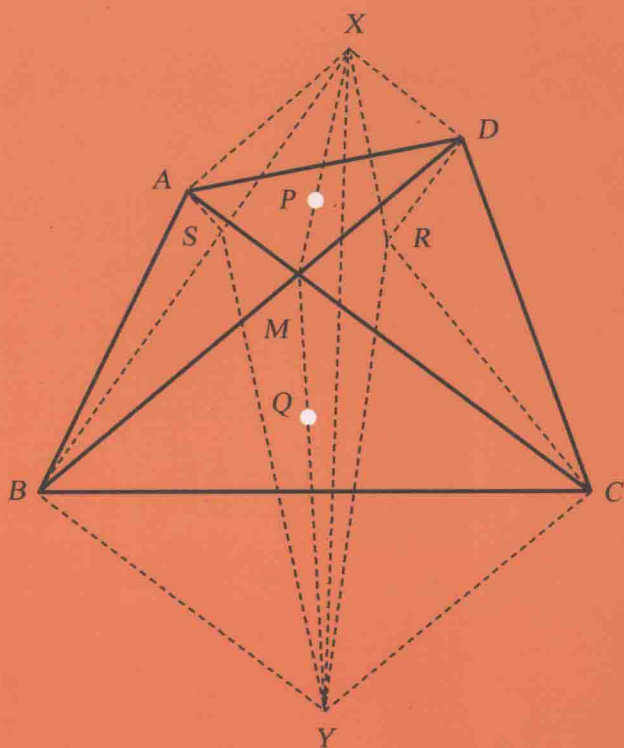
平面几何天天练

上卷 · 基础篇

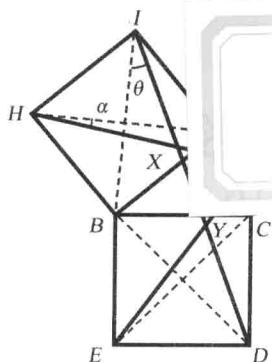
田永海 编著

(直线型)

Everyday Practice of
Plain Geometry Volume
I: Foundation Part (Linear Type)



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS



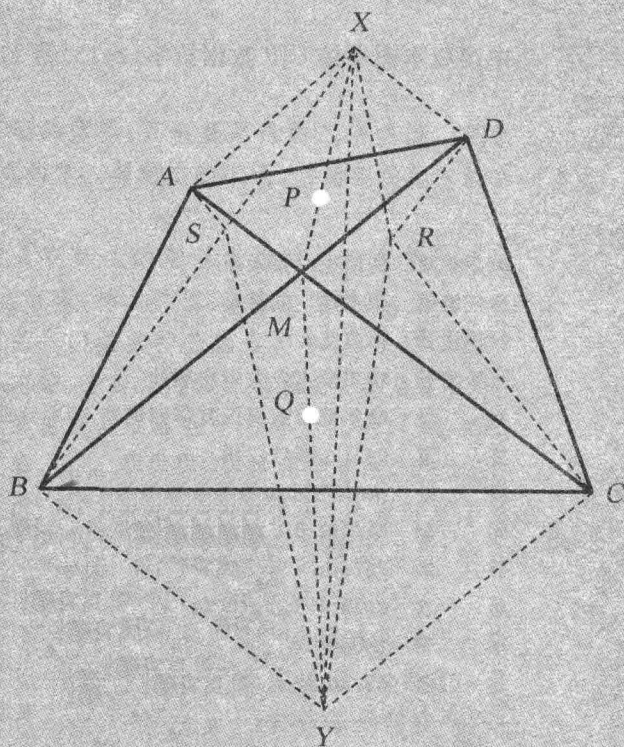
平面几何天天练

上卷 · 基础篇

田永海 编著

(直线型)

Everyday Practice of
Plain Geometry Volume
I: Foundation Part (Linear Type)



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内 容 简 介

平面几何是一门具有特殊魅力的学科,主要是训练人的理性思维的。本书以天天练为题,在每天的练习中,突出重点,使学生在练习中学会并吃透平面几何知识。

本书适合初、高中师生学习参考,以及专业人员研究、使用和收藏。

图书在版编目(CIP)数据

平面几何天天练. 上卷,基础篇. 直线型/田永海编著.
—哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,2013. 1
ISBN 978-7-5603-3742-5

I. ①平… II. ①田… III. ①平面几何—习题集
IV. ①O123. 1—44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 177412 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 刘家琳
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨市工大节能印刷厂
开 本 787mm×960mm 1/16 印张 29.5 字数 593 千字
版 次 2013 年 1 月第 1 版 2013 年 1 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-3742-5
定 价 58.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

前言

数学是思维的体操，几何是思维的艺术体操。平面几何，几乎所有的常人都熟悉的名词，它始终是初中教育的重要内容。

几何主要是训练人的理性思维的。几何学得好的，表现是言之有理，持之有据，办事顺理成章。

平面几何是一门具有特殊魅力的学科，从许多数学家成才的道路来看，平面几何往往起着重要的启蒙作用。

大科学家爱因斯坦唯独在学习平面几何时，感到十分地惊讶和欣喜，认为在这杂乱无章的世界里，竟然还存在着这样结构严密而又十分完美的体系，从而引发了他对宇宙间的体系研究。他曾经赞叹欧几里得几何“使人类理智获得了为取得以后的成就所必需的信心”。

我国老一辈著名数学家苏步青从小就对几何学习产生了浓厚的兴趣，不管寒冬酷暑，霜晨晓月，他都用心看书、解题。为了证明“三角形三内角之和等于两直角”这一定理，他用了 20 种方法，写成了一篇论文，送到省里展览，这年他才 15 岁。后来终于成为世界著名的几何大家。

杨乐院士到了初二,数学开了平面几何。几何严密的逻辑推理对他的思维训练起了积极的作用,引起他对数学学习的极大兴趣,老师布置的课外作业,他基本上在课内就能完成,课外驰骋在数学天地里,看数学课外读物,做各种数学题,为后来攀登数学高峰奠定了基础。

还有科学家说得更直接:“自己能在科学领域里射中鸿鹄,完全得益于在中学里学几何时对思维的严格训练。”

平面几何造就了大量的数学家!

社会的发展需要创新型人才,一题多解是创新型人才的必由之路。

国家教育部 2001 年 7 月颁布的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》将平面几何部分的内容做了大量的删减,从内容上看,要求是降低的,从能力上看,要求是更高的。新课程要求初中数学少一些学科本位、少一些系统性,要求学生有更多的思考、更多的实践和更高的创新意识。

应试教育强调会做题、得高分,总是满足于“会”,新课程更强调创新,不仅仅满足于“会”。在“会”的基础上,还要再思考,还要再想一想,还有别的什么解法吗?当你改变一下方向,调整一下思路,你常常会发现:哇,崭新的解法更简捷、更漂亮!

为了帮助广大师生走进平面几何,习惯一题多解,我们编撰了这套《平面几何天天练》。

《平面几何天天练》既适合初、高中师生学习参考,也适合专业人员研究、使用和收藏。

为了提高本书的广泛适用性,我们注意把握由浅入深的原则,特别是在基础篇每一板块的开始,都编入较多比较简单(层次较低,甚至是一目了然)的问题,即使是初学者,本书也有相当多的内容可以读懂、可以参考,具有很强的基础性、启发性、引导性,便于初学者入门使用;

为了满足广大数学爱好者(高年级学生、学有余力)系统提高的需求,在提高篇我们广泛收集了历年来自国内、外中学生数学竞赛使用过的一些问题,具有综合性、灵活性、开创性;

为了保证本书的权威性,我们大量编入传统的名题、成题,特别是对于一些“古老的难题”我们尽量做到“传统的精华不丢弃,罕见的创新再开发”,使本书具有较高的收藏价值;

对于一些引人注目的题目,我们在解答之后还列出“题目出处”,会给专业人员的进一步深入研究带来方便,这是本书的诱人的特色之一;

使用图标的方法给出全书的目录,可以说是数学书籍的首创。它不仅使全书 366 天的内容一目了然,也是直观的内容索引,为使用者提供了极大的方

便。见到图形就知道题目的内容,这是广大数学爱好者,特别是数学教师的专业敏感。

我们这套《平面几何天天练》是在《初中平面几何关键题一题多解 214 例》一书的基础上编撰完成的。《初中平面几何关键题一题多解 214 例》一书出版于 1998 年,此后这十几年来,我们一直没有停止对平面几何一题多解的再研究,我们始终关注国内、外中学数学教育信息,每年订阅中学数学期刊二十多种,跟踪研究了数千册新出版的中学数学期刊,搜集了大量丰富的材料,并对《初中平面几何关键题一题多解 214 例》再审视、再修改,删去少量糟粕,新增大量精华,整理、编辑了这套《平面几何天天练》。故此,在科学性、前瞻性、创新性等方面都是有十分把握的!

我在教学与研究岗位工作的 40 年,是对平面几何研究的 40 年,《平面几何天天练》是我 40 年的研究成果与积累。在我退休、离开教学研究岗位的时候,田阿芳、逢路平两位同志极力倡导、勤奋工作,我们三个人共同把它整理出来,奉献给广大数学爱好者,奉献给社会,算是我们对平面几何的一份贡献吧!我们相信更多的平面几何爱好者独树一帜,我们期盼热心的一题多解参与者硕果累累!

由于时间仓促,特别是水平有限,书中的纰漏与不足在所难免,欢迎热心的朋友批评指正。

本书参阅了《数学通报》、《数学教学》、《中等数学》、《中学生数学》等大量中、小学数学教学期刊,在此对有关期刊、作者一并表示感谢。

田永海

2011 年 4 月

◎
目
录

三角形问题

第 1 天.....	3
第 2 天.....	4
第 3 天.....	6
第 4 天.....	9
第 5 天	13
第 6 天	16
第 7 天	17
第 8 天	19
第 9 天	20
第 10 天.....	22
第 11 天.....	23
第 12 天.....	26
第 13 天.....	28
第 14 天.....	31

第 15 天.....	34
第 16 天.....	37
第 17 天.....	43
第 18 天.....	46
第 19 天.....	49
第 20 天.....	51
第 21 天.....	54
第 22 天.....	57
第 23 天.....	59
第 24 天.....	65
第 25 天.....	68
第 26 天.....	71
第 27 天.....	76
第 28 天.....	79
第 29 天.....	86
第 30 天.....	88
第 31 天.....	92
第 32 天.....	94
第 33 天.....	96
第 34 天.....	98
第 35 天	103
第 36 天	105
第 37 天	109
第 38 天	116
第 39 天	121
第 40 天	124
第 41 天	127
第 42 天	129
第 43 天	131
第 44 天	139
第 45 天	142
第 46 天	144
第 47 天	146
第 48 天	148

第 49 天	151
第 50 天	153
第 51 天	156
第 52 天	160
第 53 天	166
第 54 天	172
第 55 天	179
第 56 天	181
第 57 天	183
第 58 天	187
第 59 天	189
第 60 天	191
第 61 天	194
第 62 天	198
第 63 天	201
第 64 天	203
第 65 天	207
第 66 天	210
第 67 天	216
第 68 天	219
第 69 天	221
第 70 天	223
第 71 天	225
第 72 天	228
第 73 天	231
第 74 天	233
第 75 天	235
第 76 天	237
第 77 天	241
第 78 天	247
第 79 天	250
第 80 天	253
第 81 天	256
第 82 天	259

第 83 天 262

第 84 天 264

第 85 天 266

第 86 天 268

第 87 天 275

第 88 天 278

第 89 天 281

四边形问题

第 90 天 285

第 91 天 288

第 92 天 290

第 93 天 292

第 94 天 296

第 95 天 299

第 96 天 301

第 97 天 304

第 98 天 306

第 99 天 308

第 100 天..... 311

第 101 天..... 314

第 102 天..... 316

第 103 天..... 321

第 104 天..... 323

第 105 天..... 325

第 106 天..... 328

第 107 天..... 330

第 108 天..... 336

第 109 天..... 338

第 110 天..... 341

第 111 天..... 344

第 112 天..... 346

第 113 天..... 349

第 114 天·····	351
第 115 天·····	352
第 116 天·····	354
第 117 天·····	358
第 118 天·····	360
第 119 天·····	364
第 120 天·····	366
第 121 天·····	369
第 122 天·····	372
第 123 天·····	375
第 124 天·····	377
第 125 天·····	379
第 126 天·····	382
第 127 天·····	385
第 128 天·····	388
第 129 天·····	391
第 130 天·····	393
第 131 天·····	397
第 132 天·····	404
第 133 天·····	406
第 134 天·····	409
第 135 天·····	418
第 136 天·····	420
中卷及下卷目录 ·····	423
题图目录 ·····	424



三角形问题

第 1 天

求证:如果把等腰三角形的底边向两方向分别延长相等的线段,那么延长线段的两个外端与等腰三角形的顶点距离相等.

已知:在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 延长 CB 到 E , 延长 BC 到 F , $EB = CF$. 求证: $AE = AF$.

证明 1 如图 1.1.

由 $AB = AC$, 可知 $\angle ACB = \angle ABC$, 有 $\angle ACF = \angle ABE$.

由 $CF = BE$, $AC = AB$, 可知 $\triangle ACF \cong \triangle ABE$, 有 $AF = AE$.

所以 $AE = AF$.

证明 2 如图 1.1.

由 $AB = AC$, 可知 $\angle ACB = \angle ABC$.

由 $CF = BE$, 可知 $BF = CE$.

由 $AB = AC$, 可知 $\triangle ABF \cong \triangle ACE$, 有 $AF = AE$.

所以 $AE = AF$.

证明 3 如图 1.2, 过 A 作 BC 的垂线, D 为垂足.

由 $AB = AC$, 可知 D 为 BC 的中点.

由 $EB = CF$, 可知 D 为 EF 的中点, 可知 $\text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle ADF$, 有 $AE = AF$.

所以 $AE = AF$.

证明 4 如图 1.2, 过 A 作 BC 的垂线, D 为垂足.

由 $AB = AC$, 可知 D 为 BC 的中点, 即 AD 为 BC 的中垂线.

由 $EB = CF$, 可知点 D 为 EF 的中点, 有 AD 为 EF 的中垂线.

所以 $AE = AF$.

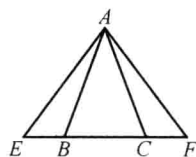


图 1.1

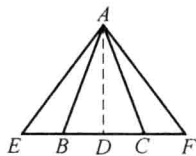


图 1.2

第 2 天

$\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 是角平分线, DE, DF 分别垂直于 AB, AC . 求证: $EB = FC$.

证明 1 如图 2.1.

由 AD 是角平分线, DE, DF 分别垂直于 AB, AC , 可知 $DE = DF$.

显然 $\text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle ADF$, 可知 $AE = AF$.

由 $AB = AC$, 可知 $AB - AE = AC - AF$, 就是 $EB = FC$.

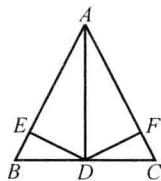


图 2.1

所以 $EB = FC$.

证明 2 如图 2.1.

由 $AB = AC$, 可知 $\angle B = \angle C$.

由 AD 是角平分线, DE, DF 分别垂直于 AB, AC , 可知 $DE = DF$, 有 $\text{Rt}\triangle DBE \cong \text{Rt}\triangle DCF$, 有 $EB = FC$.

所以 $EB = FC$.

证明 3 如图 2.1.

由 $AB = AC$, 可知 $\angle B = \angle C$.

由 AD 平分 $\angle BAC$, 可知 $BD = DC$.

由 DE, DF 分别垂直于 AB, AC , 可知 $\text{Rt}\triangle DBE \cong \text{Rt}\triangle DCF$, 有 $EB = FC$.

所以 $EB = FC$.

证明 4 如图 2.1.

由 $AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$, 可知 $BD = DC$, $AD \perp BC$.

由 DE, DF 分别垂直于 AB, AC , 可知 $EB \cdot AB = BD^2 = DC^2 = FC \cdot AC$, 有

$$EB \cdot AB = FC \cdot AC$$

代入 $AB = AC$, 就得 $EB = FC$.

所以 $EB = FC$.

证明 5 如图 2.1.

由 DE, DF 分别垂直于 AB, AC , 可知 A, E, D, F 四点共圆, 有 AD 为圆的直径.

由 $AB = AC, AD$ 平分 $\angle BAC$, 可知 $BD = DC, AD \perp BC$, 有 BC 为圆的切线.

易知 $EB \cdot AB = BD^2 = DC^2 = FC \cdot AC$, 有

$$EB \cdot AB = FC \cdot AC$$

所以 $EB = FC$.

证明 6 如图 2.2, 连 EF .

由 AD 平分 $\angle BAC, DE, DF$ 分别垂直于 AB, AC , 可知 E 与 F 关于 AD 对称, 有 AD 为 EF 的中垂线, 于是 $AE = AF$.

由 $AB = AC$, 可知 $AB - AE = AC - AF$, 就是 $EB = FC$.

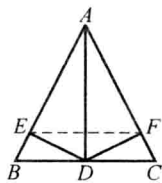


图 2.2

所以 $EB = FC$.

证明 7 如图 2.1.

由 AD 是角平分线, DE, DF 分别垂直于 AB, AC , 可知 $DE = DF$.

由 $AB = AC$, 可知 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 面积相等.

显然 $\text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle ADF$, 可知 $\text{Rt}\triangle DBE \cong \text{Rt}\triangle DCF$, 有 $EB = FC$.

所以 $EB = FC$.

第 3 天

已知:如图 3.1, D 为 $\triangle ABC$ 的 BC 边的中点, $\angle BAD = \angle CAD$. 求证:
 $AB = AC$.

证明 1 如图 3.1, 过 D 分别作 AB, AC 的垂线, E, F 为垂足.

由 $\angle BAD = \angle CAD$, 可知 $DE = DF$.

由 $BD = DC$, 可知 $\text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle CDF$, 可知 $\angle B = \angle C$.

所以 $AB = AC$.

证明 2 如图 3.2, 过 C 作 AB 的平行线交直线 AD 于 E .

由 $BD = DC$, 可知 $AD = DE$, 有 $\triangle ABD \cong \triangle ECD$, 于是 $AB = EC$.

由 $\angle E = \angle BAD = \angle CAD$, 可知 $AC = EC$.

所以 $AB = AC$.

证明 3 如图 3.3, 在 AD 的延长线上取一点 E , 使 $DE = AD$, 连 EB, EC .

由 $BD = DC$, 可知四边形 $ABEC$ 为平行四边形, 有 $AC \parallel BE, AB \parallel CE$, 于是 $\angle AEC = \angle DAB = \angle DAC = \angle AEB$, 得四边形 $ABEC$ 为菱形.

所以 $AB = AC$.

证明 4 如图 3.4, 过 D 作 AB 的平行线交 AC 于 E , 过 D 作 AC 的平行线交 AB 于 F .

由 $\angle BAD = \angle CAD$, 可知四边形 $AFDE$ 为菱形, 有 $AF = AE = DE = DF$.

显然 $\angle FBD = \angle EDC, \angle FDB = \angle ECD$.

由 $BD = DC$, 可知 $\triangle FBD \cong \triangle EDC$, 有 $BF = DE, DF = CE$, 进而 $BF = CE$, 于是 $BF + AF = CE + AE$, 就是 $AB = AC$.

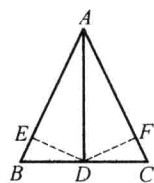


图 3.1

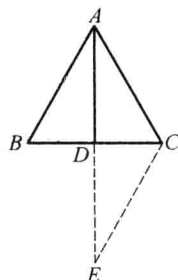


图 3.2

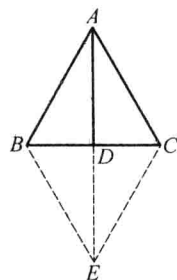


图 3.3