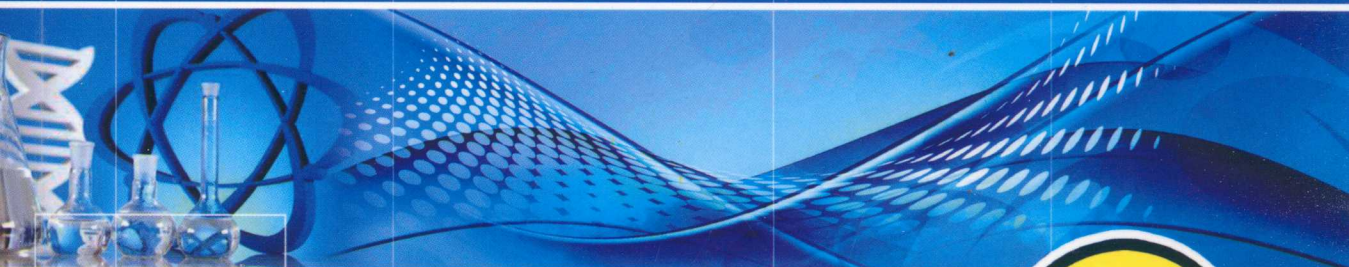


普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理实验

Experiments of
University Physics

◎ 辛旭平 主编



基础篇



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

04-33
201410

P1

普通高等教育“十二五”规划教材

大学物理实验——基础篇

主 编 辛旭平
副主编 周 芹
参 编 张甫宽 聂宜珍
朱世坤 王相奇



机械工业出版社

本书共分五章, 含有二十七七个实验。主要包括误差与数据处理的基础知识、基本物理量的测量、基本测量方法的应用、基本技能训练、基本实验知识的综合应用, 书末附有附录供学生参考用。

本书为各专业的普及课程, 各学校可根据自己的实验条件选择实验项目, 适用于理、工、医、农、商等各学科专业。

图书在版编目 (CIP) 数据

大学物理实验. 基础篇/辛旭平主编. —北京:
机械工业出版社, 2014. 1 (2014. 2重印)

普通高等教育“十二五”规划教材

ISBN 978 - 7 - 111 - 45307 - 9

I. ①大… II. ①辛… III. ①物理学 - 实验 - 高等学校 - 教材 IV. ①04 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 315547 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 张金奎 责任编辑: 张金奎 任正一

版式设计: 霍永明 责任校对: 胡艳萍

封面设计: 张 静 责任印制: 张 楠

保定市市中画美凯印刷有限公司印刷

2014 年 2 月第 1 版 · 第 2 次印刷

184mm × 260mm · 11 印张 · 250 千字

标准书号: ISBN 978 - 7 - 111 - 45307 - 9

定价: 22. 80 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社服务中心: (010) 88361066

教材网: <http://www.cmpedu.com>

销售一部: (010) 68326294

机工官网: <http://www.cmpbook.com>

销售二部: (010) 88379649

机工官博: <http://weibo.com/cmp1952>

读者购书热线: (010) 88379203

封面无防伪标均为盗版

前 言

为适应我国科技、经济和社会发展的需要,必须积极探索高素质人才培养的规律。如何培养具有创新意识、创新精神和创新能力的人才,已成为高等教育的紧迫任务。物理实验是高校理、工科学生必修的、重要的基础课程,它在培养学生的素质和能力方面占有十分重要的地位。如何面对新的形势,在物理实验教学中创造有利的环境和条件,重视学生的创新意识和创新能力的培养,是进一步深化物理实验教学改革的重要课题。

近年来,我们以三峡大学省级物理实验示范中心的成立为契机,努力探索以培养创新人才为目标的课程体系,并积极开展教学内容和教学方法的改革,确立了“精选基础,加强提高,理工渗透,探索创新”的课程体系改革原则,重组实验课程结构,确立了新的大学物理实验课程体系,在此基础上编写了这套《大学物理实验——基础篇》和《大学物理实验——提高篇》改革教材。

“基础篇”定位为基础性物理实验,主要是关于仪器的使用、基本量测量、基本实验技能的训练和基本实验方法的学习等,涉及力学、热学、电磁学、光学、近代物理实验的一些基本实验技能和基本知识点,适用于理、工、医、农、商等各学科的学生,为各专业普及性课程。

“提高篇”定位为提高性实验,分别从物理实验素质提高、工程技术素质提高和物理与技术结合三个方面安排实验项目,适用于对数理知识和技能要求相对较高的理工专业的学生。

在本套教材出版之际,要特别感谢三峡大学物理实验示范中心的所有老师,这套教材是大家共同智慧的结晶,是三峡大学几十年物理实验教学经验的总结,更是这几年教学改革成果的体现。本套具有创新体系的实验教材,其编者都是在教学第一线工作的、具有丰富经验的教师,大家集体讨论教材编写方案,以提高分工、个人执笔的方式完成书稿,各部分撰写人的名单附在各自撰写部分之后。尽管一些老师未能直接参与教材的编写,但教材中也有他们多年的劳动和奉献。新实验体系在三峡大学经过多年教学实践的考验,不断完善,形成了符合学生实际情况的实验教学特色。

本套教材的出版得到了湖北教学名师冯笙琴教授的关心和支持,他对教材提出了许多指导性的建议和意见,使我们深受启迪,在此对他表示深深的谢意!

由于我们水平有限,书中难免存在疏漏及谬误之处,真诚欢迎使用本书的各位读者提出宝贵意见。

编者

于三峡大学理学院

目 录

前言

第一章 误差与数据处理的基础

知识 1

第一节 物理实验的目的与基本要求 1

第二节 测量与误差 3

第三节 测量不确定度 8

第四节 有效数字 16

第五节 发现与减小系统误差的一般方法 18

第六节 实验数据的处理方法 21

第二章 基本物理量的测量 29

实验一 长度、质量、密度的测量 29

实验二 常用电学基本仪器介绍 34

实验三 常用电学量的测量 40

实验四 速度、加速度的测定 43

第三章 基本测量方法的应用 48

实验五 模拟法测静电场 49

实验六 电位差计测电动势 53

实验七 电表的改装与校正 58

实验八 拉伸法测定钢丝弹性模量 64

实验九 固体线胀系数的测定 70

实验十 液体表面张力系数的测量 72

实验十一 等厚干涉及应用 76

实验十二 迈克耳孙干涉仪的调整及其应用 83

第四章 基本技能训练 89

实验十三 示波器的原理及应用 89

实验十四 分光计的调整及应用 98

实验十五 简谐振动的研究 103

实验十六 RLC 电路的稳态过程研究 108

实验十七 透镜参数的测量 116

实验十八 玻璃折射率与波长的关系 122

实验十九 电子电荷的测定 125

第五章 基本实验知识的综合应用 134

实验二十 转动惯量的测量 134

实验二十一 落针法测液体的黏度 139

实验二十二 验证动量守恒、机械能守恒定律 143

实验二十三 弦振动的研究 146

实验二十四 声速的测定 151

实验二十五 气体比热容比的测量 155

实验二十六 RC 时间常数的测定 159

实验二十七 光电效应 162

附录 167

附录 A 物理学常量表 167

附录 B 中华人民共和国法定计量单位 168

参考文献 171

第一章 误差与数据处理的基础知识

本章主要介绍误差和不确定度的基本概念、实验数据处理和实验结果表示等问题。这些知识不仅贯穿于物理实验的全过程,而且也是今后从事科学实验所必须了解的知识。由于内容涉及面较广,初学者在实验操作之前必须对其重要部分有所了解,在后续实验项目的实践过程中进一步有针对性地阅读本章的内容。通过反复地阅读和思考,初步明确误差和不确定度的基本概念,理解有效数字与不确定度的关系,知道不确定度的估算方法,了解减弱系统误差影响的思路,掌握列表法、作图法、逐差法和一元线性回归等常用数据处理方法,能正确完整地报道实验结果。

第一节 物理实验的目的与基本要求

一、物理实验的目的与任务

物理学是一门实验科学。物理学发展史表明,实验既是物理学发展的基础,又是物理理论的检验标准。物理理论和实验的发展,促进了近代高新技术和边缘学科领域的成长和发展。物理实验的思想方法、仪器和技术等已经被普遍地应用在自然科学的各个领域。

物理实验是高等学校学生进行科学实验基本训练的入门课程,也是后续其他课程实验的基础。

物理实验课程的基本任务如下:

(1) 通过对实验现象的观察、分析和测量,学习实验的基本知识,加深对物理规律、原理的理解,掌握物理实验的思维方式。

(2) 训练和提高学生的科学实验能力,能够借助教材和仪器说明书,了解常用仪器的原理和性能,掌握其使用方法;善于观察实验中出现的现象,能够运用物理学理论对实验现象进行分析、判断;能正确记录和处理实验数据,分析误差来源的主要因素,撰写合格的实验报告;掌握一些基本的实验方法和技能技巧;能查阅相关资料,独立完成教学性的设计实验。

(3) 培养实事求是、严肃认真的科学作风,主动研究的探索精神,团结协作和爱护公共财物的优良品德。

二、物理实验课程全开放教学的基本要求

物理实验教学采取全开放教学模式,即:时间开放、项目开放、操作开放。①时间开放:实验室每天开放多个时间段,学生可以自由选择实验时间。②项目开放:物理实验教

学分两阶段进行。第一阶段为基本测量训练,学生每个项目必做;第二阶段为开放实验,开设项目学时数是计划学时数目的2~3倍,学生可根据所学的专业、兴趣和爱好,自主地选择实验项目。③操作开放:一人一套仪器,学生独立操作。

1. 预约

根据物理实验预约系统的要求由学生自己选择实验项目和时间,并办妥预约登记手续。对无故违约者,此次成绩以0分记载。特殊的病事假,可根据院学生工作办公室或医院的证明处理违约事宜。

2. 课前预习

课前预习是确保学习主动性的重要措施,也是在规定时间内能否完成实验的关键。学生应善于发挥自己的主观能动性,阅读教材和说明书,了解仪器装置的结构特点、调节或安装方法、操作规程及注意事项,相互讨论,理解实验的原理和方法,明确关键步骤及实验技巧,并认真完成预习报告。

预习报告的内容包括:①实验名称;②实验目的;③实验原理,包括根据什么物理定律、利用何种实验方法、通过什么样的数学演变或转换、得到何种测算公式及原理示意图(电路图或光路图);④实验仪器;⑤实验步骤,包括仪器装置的安装和调节程序、观察何现象、测量何物理量、何时测量、怎样测量等;⑥注意事项;⑦另备空白数据记录纸,在其上设计测量数据的记录表格。

3. 课堂操作

学生要有意识地养成良好的实验习惯。进实验室后,自觉遵守实验室规则,按预约单上的组号入座;记录实验的时间及相关的环境条件(室温、相对湿度、大气压等);清点实验仪器用具,如果发现缺损或故障应及时报告教师,不允许自行调换;进一步预习讨论相关问题,并准备老师的提问;待指导教师集中讲解本实验的要求和注意事项后,方能操作。为了仪器装置的安全,有些电路的连接、光路的调节或仪器组装完毕,须经教师检查后才能通电或操作。操作中要较好地控制实验过程,仔细观察和记录实验中可能发生的一切物理现象及相关条件,特别是要注意观察异常现象及其发生条件并做好记录(若出现危及仪器、人员安全的异常,应及时切断电源后报告教师,不宜大喊大叫),与指导教师一起分析讨论其内在本质,对不能理解的问题要做上疑问记号,留待以后进一步讨论。

记录数据不允许用铅笔,原则上不允许涂改,在确需涂改处划一笔后,于旁重写。实验完毕,将仪器装置处于安全状态下,数据记录纸交教师审阅,经教师认可后,再将仪器装置、座凳复原,方可离开实验室。

若仪器装置出现故障,应逐步学会自己动手排除,或留心观察教师怎样判断仪器的故障原因,以及如何解决或修复。

4. 实验报告

认真地书写有确实根据的书面报告,是学生对实验全过程进行总结、巩固、提高和深化的重要环节。

(1) 实验报告中要设计更完善、更恰当的原始数据、修正量、中间量相关表格,表旁附修正量、中间量的相关公式。

(2) 要按照实验要求处理数据,处理中所有的公式、数据符号应一致,条件及必要的说明要表达确切。估算误差或不确定度,要说明各误差的来源以及误差范围的估算根据或方法。

(3) 绘制实验曲线要用坐标纸。

(4) 要结合实验方法及仪器操作中的实际情况,分析影响实验结果的主要因素,提出减弱或消除其影响的建议,对实验过程中观察到的异常现象及其物理本质要进行分析讨论。

(5) 要按照要求规范地报道实验结果(国际单位制),并回答教师指定的思考题。

(6) 实验报告要求书写字迹清楚,各部分版面设计合理、整洁,文句通顺确切,并在完成实验操作后一周内交给教师批阅。

第二节 测量与误差

一、测量

测量是将未知量与预定的标准量进行定量比较的过程和结果。为了使测量方法、结果具有一定的意义,预定的标准量或用以定量比较的仪器设备必须为人们所公认。测量分为直接测量和间接测量。

直接测量就是将待测量与基准或标准直接进行比对,从而直接读取待测量是标准量的多少倍。国际计量组织对基本物理量的计算单位都有明确规定,人们依据这些规定制成具有一定单位刻度的量具仪器或仪表,以便直接读取待测量的数值。对直接测量不仅要求读记或求得结果,还要说明误差来源,并估算出误差范围(要注明根据或估算的方法)。

间接测量是通过各直接测量的量与间接测量的量间的函数关系,利用数据分析和计算方法来求得间接测量的数值大小及其特征。实验问题中的很多待测量都是间接测量。

二、误差

在一定条件下,任何一个物理量的大小都是客观存在的,都具有一个实实在在、不依人的意志为转移的客观量值,称为**真值**。受仪器的灵敏度和分辨能力的局限性、实验理论的近似性、实验环境的不稳定性以及操作者的技能技巧和判断能力等不同因素的影响,测量值 x 与其真值 x_0 之间总存在差异 ε ,我们将这个差异 ε 称为量 x 的**测量误差**,其表达式为

$$\varepsilon = x - x_0$$

通常真值是不能确知的,所以测量值的误差也不能确知。因此,测量的任务就是得到被测量真值的最佳估计值,对真值最佳估计值的可靠程度作出估计。为此,我们必须进一步研究误差的性质和来源,选择恰当的方法,完成这两个“估计”。测量系统和过程的所有误差源的整体效应决定了测量误差的大小。

为了认识研究的方便,根据误差的性质及其产生的原因,将测量误差分为系统误差和随机误差。下面分别讨论这两类误差,讨论的前提条件是另一方对结果的影响小到可以忽略的程度。

1. 系统误差

在一定条件（指测量方法、仪器装置、操作者、环境等）下，对同一物理量进行多次重复测量时，误差的绝对值和符号恒定，或在条件改变时按某一确定规律变化的误差，称为系统误差。

（1）系统误差的来源主要有仪器误差、方法理论误差和操作者自身所造成的误差。

仪器误差是由仪器结构和标准的不完善或未按规定条件使用而引起的误差。例如，天平的不等臂、分光计度盘的偏心差、量具的零点未对准、米尺刻度不均匀、水银温度计毛细管内径不均匀、放大器的非线性等。当在规定的条件下使用时，只存在仪器的基本误差；如果供电的电压和频率等不满足要求，或温度、湿度、气压超出允许范围，即不按规定条件使用仪器就会导致新的测量误差（附加误差）。

方法理论误差是由理论公式的近似性，或测量条件不能严格满足，或测量方法欠完善引起的误差。例如，单摆的周期公式 $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ 成立的条件是摆角趋于零，实际实验中却不能达到，在小角度下该公式也只是一个近似公式，而且悬线的质量不为 0，摆球的体积不为 0，空气的浮力和阻力等条件也不能满足。因此用该式测求 g 值，必定带来测量误差。

操作者自身误差是由操作者缺乏经验或生理和心理上的特点所造成的误差。例如，有的人“灵敏”过度，有的人“迟钝”非凡，有些人习惯侧坐斜视等。

（2）系统误差按其掌握程度可分为可定系统误差和未定系统误差。

可定系统误差是指误差取值的变化规律及其大小和符号都能确切掌握的系统误差。此类系统误差一经发现，必须对测量结果加以修正。

未定系统误差是指不能确切掌握误差取值的变化规律及其大小和符号，而仅仅知道最大误差范围（或极限误差）的系统误差。

2. 随机误差

由于测量过程中一些随机的不能控制的可变因素的起伏或被测对象本身的不稳定性，在同一条件下，对同一物理量重复测量，其测量值分布在一定范围内，每次的误差时正时负，绝对值时大时小，既不能预测，也无法控制，任一个测得值的误差都是随机的，这类误差称为随机误差。

如果将测量次数 n 增至无穷，从整体效应上考察，发现随机误差的出现服从某种统计规律分布。随机误差分布有多种，物理实验中的随机误差通常以正态分布（也称高斯分布）来讨论。

（1）正态分布的特性。正态分布的概率密度函数（高斯方程）为

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}\right]$$

式中， σ 称为标准差，是随机误差 Δx 的分布函数 $f(\Delta x)$ 的特征量。不同 σ 的正态分布曲线如图 1-1 所示。正态分布的整体效应体现了三个重要特性：①单峰性，绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的出现的概率要大；②对称性，绝对值相等的正负误差出现的概率

相等；③有界性，绝对值很大的误差出现的概率非常小。

由特性②可知，正、负误差具有抵消性，当 $n \rightarrow \infty$ ，则 $\Delta x \rightarrow 0$ ， $\bar{x} \rightarrow x_0$ 。因此，对随机误差的处理是采取多次测量，用算术平均值 $\bar{x}$ 作为结果的最佳估计值，以抵消性来减弱随机误差的影响。量 x 的最佳估计值

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

(1-1)

利用概率密度函数对不同的区间积分，可求得随机误差在不同区间的概率值。例如：

$$P(-\infty, +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta x) d(\Delta x) = 1$$

$$P(-\sigma, +\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta x) d(\Delta x) = 68.3\%$$

$$P(-2\sigma, +2\sigma) = \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\Delta x) d(\Delta x) = 95.4\%$$

$$P(-3\sigma, +3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\Delta x) d(\Delta x) = 99.7\%$$

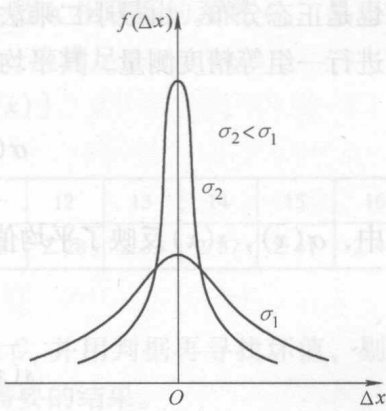


图 1-1 正态分布曲线

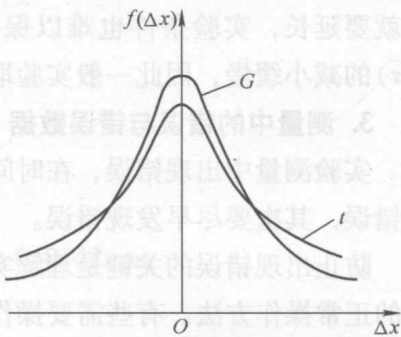
可见，随机误差落在 $\pm 3\sigma$ 外的可能性仅为0.3%，是正常情况下不应该出现的小概率事件，因此一般将 3σ 称为极限误差，即说明 $|\Delta x_i| > 3\sigma$ 时的 x_i 为坏值，应该剔除。

(2) 有限次测量的标准偏差的估算。高斯方程中的 σ 是测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时的特征参量，仅用于误差的理论研究。实际测量 n 总是有限的，而有限次测量的随机误差遵从 t 分布。如何实现两种分布的参量间的转换？前人的误差理论研究早已解决了这个问题。两种分布曲线如图 1-2 所示。

我们首先用随机误差近似服从的正态分布的贝塞尔 (Bessel) 公式

$$s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

(1-2) 图 1-2 正态曲线与 t 分布曲线的比较



计算测量列的标准偏差，然后用 t_p 分布因子对 $s(x)$ 进行修正：

$$\sigma(x) = t_p s(x)$$

(1-3)

式中， $\sigma(x)$ 、 $s(x)$ 为任一测量值 x_i 的标准偏差，描述了量 x_i 相对于 $\bar{x}$ 的分散程度。 $s(x)$ 的置信概率 p 接近于高斯方程中的 σ ，因此 $\sigma(x)$ 、 $s(x)$ 的置信概率均可取为68.3%。

表 1-1 不同测量次数 n 对应不同置信概率下的 t_p

t_p p	n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	...	∞
0.683		1.84	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.04	1.03	...	1.00
0.95		12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.12	2.08	...	1.00
0.99		63.66	9.93	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.25	2.92	2.83	...	1.00

由表 1-1 可知, 在取置信概率 $p = 0.683$ 来估算标准偏差时, 只要等精度的测量次数多于 5 次, 可粗略认为 $t_p \approx 1$ 。

(3) 平均值标准偏差的估计。平均值 $\bar{x}$ 也是随机变量。若对量 x 做多组多次等精度测量, 可得到不同的 x_k ($k = 1, 2, 3, \dots$)。可以证明: $\bar{x}_k$ 围绕真值 (假设系统误差为 0) 的分布也是正态分布。由最小二乘法原理可证明: 平均值是真值的最佳估计值, 因此实验中只需进行一组等精度测量, 其平均值的标准偏差

$$\sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma(x)}{\sqrt{n}} = \frac{t_p s(x)}{\sqrt{n}} = t_p s(\bar{x}) \quad (1-4)$$

式中, $\sigma(\bar{x})$, $s(\bar{x})$ 反映了平均值围绕真值的分散程度, 是平均值不可靠性的评定标准;

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} = \frac{s(x)}{\sqrt{n}} \quad (1-5)$$

为平均值的标准偏差, 其置信概率与 $s(x)$ 相同, 均可取为 68.3%。

在计算器的面板符号上的 σ_{n-1} , σ_n 分别对应于 $s(x)$, $s(\bar{x})$ 。

(4) 关于等精度测量次数 n 的选择问题。随机误差自身具有抵消效应, 由式 (1-5) 可知, n 越大, $s(\bar{x})$ 越小, 平均值的可靠程度越高; 但 n 并非愈大愈好, 增大 n , 测量时间就要延长, 实验条件也难以保持稳定, 很可能引入新的误差。另外, 当 $n > 10$ 以后, $s(\bar{x})$ 的减小缓慢, 因此一般实验取 6 ~ 10 次为佳。

3. 测量中的错误与错误数据

实验测量中出现错误, 在时间上和精神上都是损失, 我们首先要有思想准备, 防止出现错误, 其次要尽早发现错误。

防止出现错误的关键是理解实验原理和条件, 明确所测的量何时测、怎样测, 知道仪器的正常操作方法。有些需要操作者同步进行的两个操作, 如看到温度计降到某一位置时读时间 (或电压), 看到时间为多少时分 (合) 闸刀等, 应将温度计和秒表尽可能放在同一视角范围内, 采用眼瞄温度读时间的方法。但不少同学是眼看前方的温度计, 温度到某位置后, 低下头去看手中所握的秒表, 从而产生了很大的同步差异。

以研究者的态度去处理问题, 就应预先分析讨论, 比较和选择恰当方法, 并认真实施。尽早发现错误, 可避免许多数据作废或重做实验。我们在动手的同时要注意动脑, 应当养成一边观测一边分析思考的习惯。数据分析是发现错误的重要方法。

【例 1-1】 在用拉伸法测钢丝弹性模量的实验中, 每次加等量拉力, 读取序列 $l_1, l_2, l_3, \dots$, 由于弹性限度内 $\Delta l \propto \Delta F$, 因此逐项求差: $\Delta l_{10} = l_1 - l_0$, $\Delta l_{21} = l_2 - l_1$, $\Delta l_{32} = l_3 - l_2, \dots$ 的各 Δl 应该相近, 利用这一点, 我们可判别 l_i 是否正常以及如何确定钢丝刚好拉直时的 l_0 和 m_0 。

将数据点描绘在坐标纸上, 也可直观地分析出错误数据。

对于等精度测量的一系列数据, 若有一两个值与其他值相比相差较大, 首先思考是何原

因引起,若查不出原因或无法判定,可借助于误差理论来鉴别。这里介绍两种方法:

【方法一】 3σ 准则。先求出测量列的 $\bar{x}$ 和 $\sigma(x)$, 然后考查各 x_i 的偏差 $|x_i - \bar{x}|$ 是否大于 3σ , 大于 3σ 所对应的 x_i 都是坏值, 应该剔除。这种方法较粗糙, 可靠性较高的常用格鲁布斯 (Grubbs) 判据。

【方法二】 格鲁布斯判据。此判据需用一个与数据个数 n 相联系的系数 G_n , 见表 1-2。当已知 n 、平均值 $\bar{x}$ 和标准差 $\sigma(x)$, 则正常的测量值 x_i 应满足

$$[\bar{x} - G_n \sigma(x)] \leq x_i \leq [\bar{x} + G_n \sigma(x)]$$

表 1-2 G_n 系数表

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
G_n	1.15	1.46	1.67	1.82	1.94	2.03	2.11	2.18	2.23	2.28	2.33	2.37	2.41	2.44

剔除坏值后, 对余下的数据重新求 $\bar{x}$ 和 $\sigma(x)$, 选择 G_n 并用判据再寻找坏值, 剔除后, 仿前重新判别, 直至无坏值时的 $\bar{x}$ 和 $\sigma(x)$ 才是我们需要的结果。

【例 1-2】 同一条件下重复测某物理量, 数据如下 (单位: mm):

7.035, 7.025, 7.058, 7.075, 7.079, 7.070, 7.077, 7.069

试用格鲁布斯判据鉴别是否有错误数据。

【解】 利用

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

解得

$$\bar{x} = 7.0561 \text{ mm}$$

$$\sigma(x) = s(x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \approx 0.0142 \text{ mm}$$

又 $n=8$, 查 G_n 系数表, 得 $G_n=2.03$, 故

$$\bar{x} - G_n \sigma(x) = 7.027 \text{ mm}$$

$$\bar{x} + G_n \sigma(x) = 7.085 \text{ mm}$$

数据 7.025 在此范围之外, 属于错误数据, 应舍去。对余下的 7 个数据再计算, 有

$$\bar{x}' = 7.0606 \text{ mm}, s(x') = 0.00716 \text{ mm}$$

此时, 查 G_n 系数表有 $G_n=1.94$, 仿前计算可保留的数据范围知, 余下的 7 个数据中无错误数据, 因此 $s(x')=0.008 \text{ mm}$ 和 $\bar{x}'=7.061 \text{ mm}$ 就是我们需要的结果。如果这两个量还要参与后续运算, 则可取 $s(x')=0.0072 \text{ mm}$, $\bar{x}'=7.0606 \text{ mm}$ 。

以上这种判断方法对于非物理专业类的学生, 可以不作要求。

三、思考题

1. 随机误差、系统误差各有什么特征? 引发误差的源头有什么区别和联系?

2. 下列情况导致的误差属于随机误差还是系统误差:

- (1) 读数时视线与标尺面不垂直;
 - (2) 天平平衡时指针的停点重复几次都不同;
 - (3) 螺旋测微计每次测读零点值都不一样;
 - (4) 水银温度计的毛细管不均匀;
 - (5) 多次重复测量, 数字表示值的最末一位总有一些不相同。
3. 多次等精度测量的一组数据, 相互差异很小, 由此能说明测量值的误差很小吗?
 4. 算术平均值作为真值的最佳估计值是针对什么样的实验条件来讲的?
 5. 用 0.1mm 的游标卡尺测量某金属棒的直径多次, 测读结果完全相同, 这说明了什么? 应该如何处理?

第三节 测量不确定度

自数学家高斯研究误差分布以来的一个多世纪中, 经过无数学者的研究, 得出了多种误差表示方法及相应的理论。长期以来, 不同学科间及各国不同看法和规定, 有关术语的定义也不统一, 影响了国际间的交流和各种成果的相互利用。因此, 国际标准化组织公布了《测量不确定度表达指南 (GUM)》的文件, 我国也明令自 1992 年 10 月 1 日起将其作为技术规范。

一、测量不确定度的基本概念

不确定度是在误差理论的基础上发展和完善起来的。

测量不确定度 (uncertainty of measurement) 定义为: 表征被测量的真值所处的量值范围的评定, 是用以表述测量结果分散性的参数, 它表示了测量结果有效性的可疑程度或不可靠程度。

不确定度 U 按评定方法分为 A 类分量 U_A 和 B 类分量 U_B 两类。

(1) A 类分量 U_A 的估算。 U_A 是用统计方法估算的值, 并可用平均值的标准偏差 $\sigma(\bar{x})$ 来表示其大小, 即

$$U_A(x) = \sigma(\bar{x}) = t_p s(\bar{x}) \quad (1-6)$$

物理实验通常取置信概率 $p=0.683$, 则 $U_A(x) = t_{0.683} s(\bar{x})$ 为 A 类分量的标准不确定度。为简化计算, 常取 $t_{0.683} \approx 1$, 于是 A 类分量的标准不确定度可写为

$$U_A(x) = s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (1-7)$$

工程应用中通常取 $p \geq 0.95$ 的高置信概率来估算 A 类分量的不确定度, 此时 $U_A(x)$ 为 A 类分量的展伸不确定度。

(2) B 类分量 U_B 的估算。如果误差的影响仅使测量值向某一方向有恒定的偏离或呈现周期性的变化, 此时就不能用统计方法来估算不确定度, 只能用非统计的其他方法来近似估算, 这个估算的值就是 U_B 。

B 类分量的信息要从误差源上去分析，有的依据计量仪器说明书或检定书，有的依据仪器的准确度等级，有的则粗略依据仪器分度值或经验。从这些信息中寻找极限误差 Δx_m （或容许误差或示值误差），其置信概率一般都大于 0.95。若以 $p > 0.95$ 的高置信概率估算 B 类的展伸不确定度分量，则

$$U_B(x) = \Delta x_m$$

要求得 B 类分量的标准不确定度 U_B ，只需用一个系数因子 C_j 对极限误差 Δx_m 进行修正，即

$$U_B(x) = \frac{\Delta x_m}{C_j}$$

C_j 因子由仪器或方法的误差在其分散区间内的分布决定，对于初学者而言其求解是比较困难的。为简化思路，本书约定都以均匀分布处理，即取 $C_j = \sqrt{3}$ ，于是 B 类分量的标准不确定度

$$U_B(x) = \frac{\Delta x_m}{\sqrt{3}}$$

若 B 类分量来源有 k 个，并且互不相干，则 B 类分量的标准不确定度

$$U_B(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\Delta x_{mi}}{\sqrt{3}}\right)^2} \tag{1-8}$$

式中， Δx_{mi} 是仪器、方法、实验条件、操作者等因素分别引入的极限误差。

仪器极限误差的获得有下列方法：

- ①由仪器说明书或检定书中给定的允许误差得到。
- ②由仪器的准确度等级得到。准确度等级由高到低的排列为 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1.0, 1.5, 2.5, 5.0, 共 8 级。

$$\Delta x_m = \frac{\text{准确度等级} \times \text{量程}}{100}$$

直流电阻箱的准确度等级标定标准有多个。现在以按国家标准 TB/T 8225—1995/1999 生产的电阻箱为标准，其级别都是分挡标定的，见表 1-3。

表 1-3 按国家标准 TB/T8225—1995/1999 生产的 ZX21 型电阻箱规格

步进值	×0.1	×1	×10	×100	×1000	×10000
等级指数(%)	5.0	0.5	0.2	0.1	0.1	0.1

若电阻箱各旋钮取值 $R = 6807.8\Omega$ ，其允许的极限误差为

$$\begin{aligned} \Delta R_m &= (6000 \times 0.1\% + 800 \times 0.1\% + 7 \times 0.5\% + 0.8 \times 5\%) \Omega \\ &= (6 + 0.8 + 0.035 + 0.04) \Omega = 6.875 \Omega \approx 7 \Omega \end{aligned}$$

部颁标准 JJG 982—2003 直流电阻箱中各十进电阻盘的准确度等级从 0.002 级至 10 级共分 12 个等级，并且对 0.01 级以上的十进盘还附有年稳定性误差指数。其允许的极限误差估算式为

$$\Delta R = \sum_{i=1}^n C_i \% \cdot R_i + R_0 + \sum_{i=1}^3 c_i \% \cdot R_i \cdot L$$

式中, C_i 为等级指数; c_i 为年稳定性误差极限指数; L 为出厂至今的年数; n 为所用十进盘的个数; R_i 为该盘的示值数据; R_0 为厂家所给的零值电阻。

(3) 在无法得知所用仪器的相关信息时, 只能粗略估计 Δx_m 。连续读数的仪器取 $\frac{1}{2}$ 分度值; 非连续读数的仪器取分度值; 数字式仪表取末位的 1。

分度值就是该仪器最小测量单位的量值。在实验室中, 连续读数的仪器有米尺、螺旋测微计、测距显微镜、指针式电表、光具座等; 非连续读数的仪器有游标卡尺、分光计、机械秒表、电阻箱等。

在估算 B 类分量的标准不确定度时, 一定要说明误差来源以及极限误差估算的根据或方法。

二、不确定度的合成

合成不确定度采用方和根法, 即

$$U_c(x) = \sqrt{U_A^2(x) + U_B^2(x)} \quad (1-9)$$

合成不确定度的置信概率与参与合成的各分量的置信概率相同。

通常所说的不确定度, 实际上是绝对不确定度的简称。不确定度还有相对不确定度的表示形式。被测量的标准不确定度 $U_c(x)$ 与相对不确定度 $E(x)$ 之间的关系为

$$E(x) = \frac{U_c(x)}{x} \times 100\%$$

若为多次测量, 则

$$E(x) = \frac{U_c(x)}{\bar{x}} \times 100\% \quad (1-10)$$

三、直接测量量的标准不确定度

1. 单次测量

在精度要求不高或条件不许可的情况下, 只需要进行单次测量, 测量的结果就是单次测得值, 其标准不确定度为

$$U_c(x) = U_B(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\Delta x_{mi}}{\sqrt{3}} \right)^2} \quad (1-11)$$

式中, Δx_{mi} 是仪器、方法、实验条件、操作者等因素分别引入的极限误差。

2. 多次等精度测量

同一条件下对量 x 重复测量 n 次, 得 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 则

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$s(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

式中， $\bar{x}$ ， $s(\bar{x})$ 分别为剔除测量列中的坏值以后遗留下来的数据列的算术平均值和平均值的标准偏差。于是量 x 的 A 类标准不确定度为

$$U_A(x) = s(\bar{x})$$

再根据仪器的等级和测量方法，分析误差的来源，并估算出各极限误差 Δx_{mi} ，视其为均匀分布，有

$$U_B(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^k \left(\frac{\Delta x_{mi}}{\sqrt{3}}\right)^2}$$

待测量 x 的标准不确定度为

$$U_C(x) = \sqrt{U_A^2(x) + U_B^2(x)} \tag{1-12}$$

【例 1-3】 在拉伸法测弹性模量的实验中，用钢卷尺单次测量光杠杆镜面到标尺平面的距离为 1.6575m，试估算不确定度。

【解】 设 $L=1.6575\text{m}$ ， L 的不确定度 $U(L)$ 来源于：

- (1) 卷尺的精度取最小分度值的一半， $\Delta_1=0.5\text{mm}$ 。

(2) 卷尺两端非严格对齐，估计 $\Delta_2=2\text{mm}$ 。

(3) 卷尺没有严格沿着两平面的垂直线去测量，如倾斜、未拉直，估计偏离约 6.5cm，利用直角三角形的关系可求得 $\Delta_3=1.3\text{mm}$ 。

Δ_2, Δ_3 的估计要凭经验，但我们在测量中也可以有意识地去考查这个目测的范围。

在数据处理中，上述分析说明可略，可以表格的形式简洁表达 L 的不确定度来源及 Δ_m 的估计（各 Δ_i 均视为均匀分布），见表 1-4。

表 1-4 L 的不确定度来源及 Δ_m 的估计

来源	卷尺	两端非对齐	尺非平贴
Δ_i/mm	0.5	2.0	1.3
$U_i = \frac{\Delta_i}{\sqrt{3}}$	0.29	1.15	0.75

L 的标准不确定度为

$$U_C(L) = \sqrt{U_1^2(L) + U_2^2(L) + U_3^2(L)} \approx 1.4\text{mm}$$

测量 L 的结果报道为

$$L = L \pm U_C(L) = (1.6575 \pm 0.0014)\text{m}$$

$$E_L = \frac{U_C(L)}{L} \times 100\% \approx 0.084\%$$

【例 1-4】 用量程为 1A、准确度为 1.5 级的直流电流表分别单次测得三个电流值：

$$I_1 = 0.215\text{A}, \quad I_2 = 0.734\text{A}, \quad I_3 = 0.920\text{A}$$

求各 I 的相对不确定度。

【解】 电流值的不确定度来源于仪表自身。由仪表级别的定义式

$$E = \frac{\Delta I_m}{I_m}$$

可得该表的基本允许误差极限值为

$$\Delta I_m = I_m \cdot E = 1 \text{ A} \times 1.5\% = 0.015 \text{ A}$$

视其为均匀分布, 则

$$U_c(I) = \frac{\Delta I_m}{\sqrt{3}} \approx 0.009 \text{ A}$$

于是有

$$E_{I_1} = \frac{U_c(I)}{I_1} \times 100\% \approx 4.2\%$$

同理可得

$$E_{I_2} \approx 2.1\%, E_{I_3} \approx 0.98\%$$

由相对不确定度值的比较可知, 在仪表的选择中, 除了应选择准确度高 (即 E_{xm} 小) 的级别外, 还要选择合适的量程。

【例 1-5】 以电子秒表 (时基 0.01 s) 测单摆 50 个周期的持续时间 8 次, 数据如下 (单位: s):

98.74, 98.12, 98.46, 98.33, 97.88, 98.00, 98.09, 98.20

试报道测量结果 t 。

【解】 列表 1-5, 求 $\bar{t}$ 及其标准偏差 $s(\bar{t})$ 。

表 1-5 8 次测量的平均值及标准偏差

i	1	2	3	4	5	6	7	8	$\bar{t}$	$s(\bar{t})$
t_i/s	98.740	98.120	98.460	98.330	97.880	98.000	98.090	98.200	98.228	0.100
Δt_i	0.512	-0.108	0.232	0.102	-0.348	-0.228	-0.219	0.028		

$$\text{注: 表中, } \bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i; \Delta t_i = t_i - \bar{t}; s(\bar{t}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)}}。$$

t 的 A 类分量的标准不确定度

$$U_A(t) = s(\bar{t}) \approx 0.10 \text{ s}$$

t 的 B 类分量的标准不确定度来源有两个, 即由于手控计时引入的 $U_{B1}(t)$ 和数显表自身引入的 $U_{B2}(t)$ 。手控计时起点和止点位置控制不准确, 从最不利情况考虑, 估计极限偏差 0.5 s (单摆的周期 T 约为 2 s , 起、止分别失控 $\frac{T}{8}$, 从最不利情况考虑, 起、止失控为 $\frac{T}{4}$, $\Delta_{m1} = 0.5 \text{ s}$); 数显表引入的仪器误差取最小分度值 $\Delta_{m2} = 0.01 \text{ s}$ 。

设 Δ_{m1}, Δ_{m2} 均匀分布, 于是