

航空宇航学院

012 系

013 系

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期
1	姜洋 赵宁	博士 正高	012 012	界面不稳定性数值模拟中的虚拟流动方法	计算物理	2003.25.06
2	成娟 黄明恪	副高 正高	012 012	非结构网格上的 B-B 单方程模型湍流计算	计算物理	2003.20.03
3	王江峰 伍贻兆 Periaux J	副高 正高 外地	012 012	Decentralized Multi-point Optimization Algorithms for High Lift Multi-airfoil Design in Aerodynamics	宇航学报	2003.24.01
4	王江峰 伍贻兆	副高 正高	012 012	Distributed Evolutionary Algorithms for Solving Inverse Design Problems of Airfoil in Aerodynamics X	空气动力学学报	2003.21.02
5	王江峰 伍贻兆	副高 正高	012 012	Hierarchical Evolutionary Algorithms and its Application in Transonic Airfoil Optimization in Aerodynamics	中国航空学报	2003.16.01
6	王江峰 Periaux J Sefrioui M.	副高 外地 外地	012	Parallel Evolutionary Algorithms for Optimization Problems in Aerospace Engineering	中国科学技术大学学报	2003.33.04
7	王伟志 唐登斌	博士 正高	012 012	Studies of Nonlinear Stability of Three-Dimensional H-Type Disturbance	Acta Mechanica Sinica	2003.19.06
8	赵熙强 唐登斌	博士后 正高	012 012	高阶(2+1)维 Broer-Kaup 方程的弧波解	物理学报	2003.52.08
9	赵熙强 唐登斌	博士后 正高	012 012	高阶(2+1)维色散长波方程的弧波解	南京航空航天大学学报	2003.35.06
10	张立 唐登斌	博士 正高	012 012	Numerical Simulations of Evolutions From Wall Pulse to Turbulent Coherent Structures	Transaction of Nanjing Aeronautics and Astronautics	2003.20.01
11	赵熙强	博士后	012	Some identities related to reciprocal functions	Discrete Mathematics	2003.265
12	赵熙强	博士后	012	一类新的包含 Riemann Zeta 函数的求和计算公式	高等学校计算数学学报	2003.23.02
13	陈红全	正高	012	求解 Euler 方程的隐式无网格算法	计算物理	2003.20.01
14	程克明 伍贻兆 吕英伟	正高 正高 中级	012 012 012	翼身组合体上的侧向喷流作用特性	南京航空航天大学学报	2003.35.06
15	程克明 伍贻兆 吕英伟 张其威	正高 正高 中级 正高	012 012 012 012	侧向喷流的气动增益特性研究	空气动力学学报	2003.21.04
16	张召明	副高	012	飞机进气道流量测量及其校验比较研究	自动化仪表	2003.24.04
17	张召明	副高	012	飞机外挂物投放低速风洞试验技术研究	南京航空航天大学学报	2003.35.03
18	黄达 吴根兴	副高 正高	012 012	模型大振幅运动风洞壁面影响实验研究	南京理工大学学报	2003.27.03
19	黄达 李志强 丁克文 张文华	副高 中级 副高 正高	012 012 012 012	三角翼大幅度俯仰运动非定常洞壁干扰实验研究	南京航空航天大学学报	2003.35.01
20	沈宏良	副高	012	扩展分支分析方法在飞行动力学中的应用	第十九届飞行力学与飞行试验学术交流会	2003
21	曹万里	硕士	012	TVC / PSM 飞机的过失速动态边界及敏	飞行力学	2003.21.01

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期
	沈宏良	副高	012	捷性分析		
22	程才凤	硕士	012	战斗机滚转姿态快速性研究	飞行力学	2003.21.02
	刘昶	正高	012			
23	周春华	副高	012	非结构网格上 Euler 方程有限体积解法的改进	南京航空航天大学学报	2003.35.03
	伍贻兆	正高	012			
24	周春华	副高	012	一种新的并行自适应网格有限元算法	计算力学学报	2003.20.05
	R E Bank	外地				
25	顾蕴松	中级	012	大攻角非对称流动的非定常弱扰动控制	航空学报	2003.24.02
	明晓	正高	012			
26	姚裕	初级	012	基于并联机构的并联天平	第十届全国天平会议论文集	2003
	吴洪涛	正高	053			
	张召明	副高	012			
27	姚裕	初级	012	3-DOF SMLT 并联机床的工作空间解析研究	3-DOF SMLT 并联机床的工作空间解析研究	2003.22.05
	吴洪涛	正高	053			
	左健民	外地				
	周明虎	外地				
28	胡海岩	正高	013	Global dynamics of a type of nonlinear systems with delayed velocity feedback	IUTAM Symposium on Chaotic Dynamics and Control of System and Process in Mechanics	2003
29	胡海岩	正高	013	建立学科创新机制, 发展新兴、交叉、边缘学科	学位与研究生教育	2003.00.02
30	胡海岩	正高	013	航空事业的繁荣与大学的使命	南京航空航天大学学报(社科版)	2003.05.04
31	胡海岩	正高	013	Three Dimensional Modeling and Dynamic Analysis of Four-Wheel-Steering Vehicles	Acta Mechanica Sinica	2003.19.01
	韩强	博士后	013			
32	胡海岩	正高	013	Random Stability Analysis for a Slender Beam Undergoing a Large Linear Motion of Basement Subject to Narrow-Band Random Parametric Excitation	Proceedings of the Fifth International Conference on Stochastic Structural Dynamics	2003
	冯志华	博士	013			
33	胡海岩	正高	013	纳米碳管的若干动力学问题	动力学与控制学报	2003.01.01
	王立峰	博士	013			
34	王怀磊	博士	013	Remarks on the Perturbation methods in Solving the Second-Order Delay Differential Equations	Nonlinear Dynamics	2003.33.04
	胡海岩	正高	013			
35	李明	博士后	013	Dynamic Analysis of a Spiral Bevel Geared Rotor-Bearing System	Journal of Sound and Vibration	2003.259.03
	胡海岩	正高	013			
36	李明	博士后	013	完整约束下齿轮啮合转子系统的弯扭耦合振动稳态响应	振动工程学报	2003.16.01
	胡海岩	正高	013			
37	孙涛	博士后	013	Nonlinear Dynamics of a Planetary Gear System with Multiple Clearances	Mechanism and Machine Theory	2003.28.12
	胡海岩	正高	013			
38	王在华	博士	013	Robust Staility Test of a Polytopic Family of Polynomials:The Dixon's Resultant Method	Latin American Applied Research	2003.26.01
	胡海岩	正高	013			
39	冯志华	博士	013	Principal Parametric and Three-One Internal Resonance of Flexible Beams undergoing a Large Linear Motion	Acta Mechanica Sinica	2003.19.04
	胡海岩	正高	013			

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期
40	韩 维 胡海岩 金栋平	博士 正高 正高	013 013 013	参数激励下非线性受控系统的动力学和稳定性	力学学报	2003.35.03
41	吴 涛 冯志华 胡海岩	硕士 博士 正高	013 013 013	定轴转动与轴向基础激励联合作用下柔性梁的非线性动力学	振动工程学报	2003.16.01
42	张文丰 胡海岩	博士 正高	013 013	含时滞的 LQ 控制车辆悬架的研究	应用力学学报	2003.20.01
43	赵永辉 胡海岩	博士后 正高	013 013	具有操纵面间隙非线性二维翼段的气动弹性分析	航空学报	2003.24.06
44	赵永辉 胡海岩	博士后 正高	013 013	一类非线性系统的滑模振动主动控制	南京航空航天大学学报	2003.35.03
45	王在华 胡海岩	博士 正高	013 013	Center Manifold Reduction for Nonlinear Time-Delayed Systems Composed of Stiff and Soft Substructures	Proceedings of 2003 Shanghai International Symposiums on Nonlinear Science and Applications	2003
46	金栋平 胡海岩	正高 正高	013 013	Piecewise Analysis of Oblique Vibro-Impacting Systems	Acta Mechanica Sinica	2003.19.06
47	韩 维 金栋平 胡海岩	博士 正高 正高	013 013 013	两自由度振动系统的斜碰撞分析	力学学报	2003.35.06
48	赵淳生	正高	013	世界超声电机技术的新进展	第八届中国小电机研讨会	2003
49	赵淳生 黄卫清	正高 副高	013 013	超声电机的试验研究	微电机	2003.36.02
50	赵淳生 黄卫清	正高 副高	013 013	超声电机的试验研究	振动、测试与诊断	2003.23.01
51	赵淳生 黄卫清	正高 副高	013 013	模态试验在超声电机研究中的应用	振动利用技术的若干研究与进展	2003
52	赵淳生 李志荣 黄卫清	正高 博士 副高	013 013 013	Optimal Design on Stator of Multi-DOF Ultrasonic Motor	IEEE International Ultrasonic Symposium	2003
53	赵淳生 李志荣 赵向东	正高 博士 博士	013 013 013	超声电机机电耦合系统建模方法综述	微电机	2003.36.04
54	董迎晖 赵淳生 黄卫清	硕士 正高 副高	013 013 013	杆状弯曲行波型超声电机运动机理的分析	振动利用技术的若干研究与进展	2003
55	苏鹤玲 赵淳生	硕士 正高	013 013	单相旋转型驻波超声电机的数学模型及仿真	应用力学学报	2003.20.02
56	董迎晖 赵淳生	硕士 正高	013 013	摇头型超声电机在国内外的的发展	微特电机	2003.00.02
57	郭 浩 赵淳生	硕士 正高	013 013	行波型超声粉体输送装置输送机理的研究	振动、测试与诊断	2003.23.01
58	鹿存跃 赵淳生	博士 正高	013 013	采用耦合机构驱动的压电电机的研究进展	中国机械工程	2003.14.07
59	许 海 赵淳生	博士 正高	013 013	直线型超声电机的发展及应用	中国机械工程	2003.14.08

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期
60	祖家奎 赵淳生 戴冠中	博士后 正高 正高	013 013 013	Structure Optimization Strategy of Normalized Rbf Networks	南京航空航天大学学报	2003.20.01
61	祖家奎 戴冠中 赵淳生 卢京潮	博士后 正高 正高 正高	013 013 013 013	基于聚类 and SVD 算法的模糊逻辑系统结构辨识	控制理论与应用	2003.20.04
62	刘 剑 赵淳生	硕士 正高	013 013	基于矩形薄板面内振动的直线型超声电机的研究	声学学报	2003.28.01
63	陈志华 赵淳生	博士后 正高	013 013	一种简单实用的超声电机频率跟踪控制技术	压电与声光	2003.25.02
64	陈志华 赵淳生	博士后 正高	013 013	基于 DSP 的超声电机测控平台的研究	压电与声光	2003.25.06
65	朱 华 陈志华 赵淳生	博士 博士后 正高	013 013 013	超声波电动机在汽油发电机中的应用	微特电机	2003.00.05
66	刘俊标 陈志华 赵淳生	博士 博士后 正高	013 013 013	单定子三自由度超声电机的驱动及其位置控制	微特电机	2003.00.02
67	赵向东 陈 波 赵淳生	博士 博士 正高	013 013 013	旋转行波超声电机非线性摩擦界面模型	南京航空航天大学学报	2003.35.06
68	黄青华 魏守水 赵淳生	硕士 副高 正高	013 013 013	超声电机的等效电路模型及其参数辨识	微电机	2003.36.05
69	魏守水 冯传胜 黄青华 张翠香 张玉林 赵淳生	副高 博士 博士 博士 博士 正高	013 013 013 013 013 013	超声马达振子等效模型的仿真与实验研究	中国电机工程学报	2003.23.10
70	李华峰 赵淳生 辜承林	博士后 正高 正高	013 013 013	超声波电机传动模型的研究	振动工程学报	2003.16. 增刊
71	陆永耕 赵淳生	博士后 正高	013 013	射频卡读写参数的测试	仪表技术	2003.00.05
72	曲建俊 赵淳生 黄卫清	正高 正高 副高	013 013 013	Effects of Anisotropy of Friction Material on Properties of Ultrasonic Motor		2003
73	黄卫清 展凤江 赵淳生	副高 博士 正高	013 013 013	Cylinder-Sphere 3-DOF Ultrasonic Motor and Its Control	IEEE International Ultrasonic Symposium	2003
74	沈寿林 黄卫清 赵淳生	博士后 副高 正高	013 013 013	Wavelet Transform Applied to Testing and Analysis on Starting-up and Stopping Responses of Ultrasonic Motor	Stopping Responses of Ultrasonic Motor	2003
75	黄国庆 黄卫清	硕士 副高	013 013	多定子直线型超声电机的研究	第二届全国振动利用工程学术	2003

序号	姓名	职称	单位	论文题目	刊物、会议名称	年、卷、期
	赵淳生	正高	013			
76	李志荣 黄卫清 赵淳生	博士 副高 正高	013 013 013	多自由度超声电机研究的一些新进展	振动、测试与诊断	2003.23.03
77	朱 华 陈志华 黄卫清 赵淳生	博士 副高 副高 正高	013 013 013 013	行波型超声电机速度测控系统的研究	压电与声光	2003.25.03
78	黄国庆 刘群亨 黄卫清 赵淳生	硕士 硕士 副高 正高	013 013 013 013	直线型超声电机研究的现状	微特电机	2003.00.02
79	许 海 黄卫清 赵淳生	博士 副高 正高	013 013 013	一类利用薄板面内振动直线型超声电机的研究	振动工程学报	2003.16. 增刊
80	刘群亨 黄卫清 赵淳生	硕士 副高 正高	013 013 013	直线型超声电机及其应用	振动工程学报	2003.16. 增刊
81	陈 超 黄卫清 赵淳生	博士 副高 正高	013 013 013	行波型超声电机理论建模评述	振动工程学报	2003.16. 增刊

[文章编号] 1001-246X(2003)06-0549-07

界面不稳定性数值模拟中的虚拟流动方法

姜 洋¹, 赵 宁¹, 唐维军²

(1. 南京航空航天大学空气动力学系, 江苏 南京 210016; 2. 北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

[摘 要] 研究了流体界面不稳定性的一类数值模拟方法——虚拟流动方法 (Ghost Fluid Method)。在算法中直接针对多维问题设定虚拟区域的流动参数, 在流体力学方程的计算中采用了非分裂型的高分辨 SCB 格式, 最后利用该方法完成了 R-M 和 R-T 不稳定性的数值计算, 得到了满意的计算结果。

[关键词] 界面不稳定性; 虚拟流动方法; Level Set 方法

[中图分类号] O35

[文献标识码] A

0 引言

在流体力学的研究中, 存在所谓的界面不稳定性问题, 它描述的是当轻重两流体的交界面受扰动时, 处于方向由重流体指向轻流体的有效重力场中或受到冲击波作用时, 扰动将发展, 界面将失稳, 两种物质将会发生湍流混合, 这种不稳定性即被称为界面不稳定性, 重力场作用下发生的不稳定性, 人们常称为 Rayleigh-Taylor (简称 R-T) 不稳定性, 激波作用下的不稳定性则常称为 Richtmyer-Meshkov (简称 R-M) 不稳定性, 在惯性约束核聚变 (ICF) 中, 由于 R-T 和 R-M 不稳定性的作用将影响氘氦气体的内爆压缩、升温、点火和燃烧。对界面不稳定性的研究, 因其应用背景和学术价值, 在近 20 多年受到了极大重视, 国外对此做了大量的研究, 在界面不稳定性的数值研究中, 核心的当是运动界面的精确描述, 正是由于这一需要使得虚拟流动 (Ghost Fluid) 界面捕捉方法得以充分发展, 该方法是以数学方程的物理性质为基础, 通过设置一个距离函数 (Level Set 函数) 来标志界面所在的位置, 能够精确地捕捉到界面的发展。关于 Level Set 方法和虚拟流动方法的研究, 近几年在国内也已经有所开展, 张镭、袁礼^[1] 利用 Level Set 方法计算了一维双介质可压缩流动; 唐维军、张景林等^[2] 研究了三维流体界面不稳定性的 Ghost 方法, 这一研究主要是基于 R-T 不稳定性, 而且其中 Ghost 算法是在每个空间方向分别进行; 唐维军、赵

宁等^[3] 对于随机扰动问题利用文[2]中方法进行了模拟, 并实现了并行计算。在 Ghost 流动的定义和推广方面, 本文的计算方法直接基于二维问题, 与之相对应的在 Euler 方程的计算中也采用非分裂型高分辨 SCB 格式, 通过 R-M 不稳定性和 R-T 不稳定性的数值模拟, 取得了满意的结果, 为该方法在三维问题数值模拟中的发展提供了基础。

1 数学模型

1.1 流场控制方程

我们用于模拟 R-M 不稳定性和 R-T 不稳定性的数学方程是对于两种理想流体的可压 Euler 方程

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial f(\mathbf{u})}{\partial x} + \frac{\partial g(\mathbf{u})}{\partial y} = \mathbf{h}(\mathbf{u}), \quad (1)$$

$$\mathbf{u}(x, y, 0) = \mathbf{u}_0(x, y),$$

其中

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \rho \\ m \\ n \\ E \end{pmatrix}, \quad f(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} \frac{m^2}{\rho} + p \\ mn/\rho \\ m(E+p)/\rho \end{pmatrix},$$
$$g(\mathbf{u}) = \begin{pmatrix} n \\ mn/\rho \\ \frac{n^2}{\rho} + p \\ n(E+p)/\rho \end{pmatrix},$$

ρ, m, n, E 和 p 分别是密度, x, y 方向的动量, 总能

[收稿日期] 2002-09-27; [修回日期] 2002-12-09

[基金项目] 国家自然科学基金(19932010, 10072028), 教育部(2000年)高等学校骨干教师资助计划, 惯性约束聚变青年基金(青2001-02), 重点实验室试点基金(20000JS76.3.1ZS7601)资助项目

[作者简介] 姜洋(1976-), 女, 江苏滨海, 实习研究员, 硕士, 从事计算流体力学方面的研究, 中国工程物理研究院流体物理所。

量和压强,并要求理想气体同时满足状态方程

$$p = \rho RT \quad \text{和} \quad S = p/\rho^\gamma,$$

其中 $R = R_u/M$, $R_u = 8.314\,51\,\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, M 是气

体的分子量, $c_p - c_v = R$, $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ 是比热比,其中 c_p , c_v 分别是等压比热和等容比热.

对于求解 R-M 不稳定性问题,有

$$h(u) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

对于求解 R-T 不稳定性问题,有

$$h(u) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho g \\ \rho v g \end{bmatrix},$$

重力 g 在 y 方向上.

1.2 Level Set 方程

运用 Level Set 方程来捕捉界面

$$\phi_t + u\phi_x + v\phi_y = 0, \quad (2)$$

Level Set 函数 ϕ 是一距离函数,它的零值标志着界面所在的位置,其正值相应于一种流体,而负值对应于另一种,每一种流体都满足上面的 Euler 方程, Level Set 方程的离散和 Euler 方程无关.

2 数值方法

为了精确捕捉流体界面,需求解 Level Set 方程 (2) 和相应于两种流体的 Euler 方程 (1), 所谓的虚拟流动方法 (Ghost Fluid Method) 是指给定了 Level Set 函数 ϕ 之后, 定义了两种不同流体所在的各自区域, 即区域中的每个点对应于这两种流体中的某一种. 我们的目的是在计算区域内的每一个格点上定义一个虚拟流体 (Ghost Fluid), 这样, 每一个格点上将包含存在于该点上的真实流体的质量、动量、能量 (根据 Level Set 函数的符号来确定), 也包含并非真实存在于该点上的另一种流体的质量、动量、能量 (实际上位于界面的另一侧). 一旦虚拟流体定义后, 我们可以在每个格点上对于两种流体求解 Euler 方程, 从而可获得两组解, 然后推进 Level Set 方程至下一时间步, 用函数 ϕ 的符号决定在每一个格点上两组解中哪些有效, 保留有效值而弃去无效值, 这样, 在每一个格点上实际仍只定义了一种流体. 然后, 定义新的虚拟流体, 再重复以上过程. 由上可知虚拟流动方法包括 3 个要点: ① 定义虚拟流体, ② 在每一种

流体中求解 Euler 方程, ③ 用 Level Set 方法捕捉界面运动.

2.1 Euler 方程的高分辨率格式

在每一种流体的 Euler 方程计算中, 我们分别采用了文 [4] 中的二维 SCB 格式和文 [5] 中的二维时空二阶精度 MmB 格式. 由于计算结果相似, 这里我们只给出 SCB 格式的结果. 所谓高精度 SCB 格式, 是文 [4] 中针对二维 Euler 方程发展的一种高分辨格式, 其具体形式如下:

对 Euler 方程 (1), 令 A^x 和 A^y 分别表示通量函数 f 和 g 的 Jacobi 矩阵, 即

$$A^x = \frac{\partial f}{\partial u}, \quad A^y = \frac{\partial g}{\partial u},$$

$\lambda_1^x, \lambda_2^x, \dots, \lambda_m^x$ 和 $\lambda_1^y, \lambda_2^y, \dots, \lambda_m^y$ 分别表示 Jacobi 矩阵 A^x 和 A^y 的特征值, 这里 $m=4$ 表示矩阵的阶数,

$$A^x = R^x \Lambda^x L^x, \quad A^y = R^y \Lambda^y L^y,$$

$$R^x = (r_1^x, \dots, r_m^x),$$

$$A^x = \text{diag}(\lambda_1^x, \dots, \lambda_m^x), \quad L^x = (l_1^x, \dots, l_m^x)^T;$$

$$R^y = (r_1^y, \dots, r_m^y),$$

$$A^y = \text{diag}(\lambda_1^y, \dots, \lambda_m^y), \quad L^y = (l_1^y, \dots, l_m^y)^T.$$

则空间二维 Euler 方程的 SCB 格式为

$$U_{j,k}^{n+1} = U_{j,k}^n - \lambda (F_{j+1/2,k}^n - F_{j-1/2,k}^n) - \mu (G_{j,k+1/2}^n - G_{j,k-1/2}^n) + \Delta t H_{j,k},$$

其中

$$\begin{aligned} F_{j+1/2,k}^n &= \frac{1}{2} (F_{j,k}^n + F_{j+1,k}^n) - \\ &\quad \frac{1}{2} R_{j+1/2,k}^x \left\{ Q(\Lambda^x)_{j+1/2,k} \alpha_{j+1/2,k}^x - \right. \\ &\quad \left. [Q(\Lambda^x)_{j+1/2,k} - \lambda (\Lambda^x)_{j+1/2,k}^2] \cdot \right. \\ &\quad \left. (d((\alpha_1^x)_{j-1/2,k}, (\alpha_1^x)_{j+1/2,k}, (\alpha_1^x)_{j+3/2,k}), \dots, \right. \\ &\quad \left. d((\alpha_m^x)_{j-1/2,k}, (\alpha_m^x)_{j+1/2,k}, (\alpha_m^x)_{j+3/2,k}))^T + \right. \\ &\quad \left. \frac{\mu}{2} (\Lambda^x)_{j+1/2,k} (L^x)_{j+1/2,k}^T m_{j+1/2,k}^x \right\}, \\ G_{j,k+1/2}^n &= \frac{1}{2} (G_{j,k}^n + G_{j,k+1}^n) - \\ &\quad \frac{1}{2} R_{j,k+1/2}^y \left\{ Q(\Lambda^y)_{j,k+1/2} \alpha_{j,k+1/2}^y - \right. \\ &\quad \left. [Q(\Lambda^y)_{j,k+1/2} - \lambda (\Lambda^y)_{j,k+1/2}^2] \cdot \right. \\ &\quad \left. (d((\alpha_1^y)_{j,k-1/2}, (\alpha_1^y)_{j,k+1/2}, (\alpha_1^y)_{j,k+3/2}), \dots, \right. \\ &\quad \left. d((\alpha_m^y)_{j,k-1/2}, (\alpha_m^y)_{j,k+1/2}, (\alpha_m^y)_{j,k+3/2}))^T + \right. \\ &\quad \left. \frac{\lambda}{2} (\Lambda^y)_{j,k+1/2} (L^y)_{j,k+1/2}^T m_{j,k+1/2}^y \right\}, \end{aligned}$$

在此下标 $j+1/2, k$ 或 $j, k+1/2$ 代表某种平均, 如 Roe

平均,且

$$\begin{aligned} Q(\Lambda^x)_{j+1/2,k} &= \text{diag}(Q((\lambda_1^x)_{j+1/2,k}), \dots, Q((\lambda_m^x)_{j+1/2,k})), \\ Q(\Lambda^y)_{j,k+1/2} &= \text{diag}(Q((\lambda_1^y)_{j,k+1/2}), \dots, Q((\lambda_m^y)_{j,k+1/2})), \\ m_{j+1/2,k}^g &= \min \text{mod}[\Delta_{j,k+1/2} G, \Delta_{j+1,k+1/2} G, \\ &\quad \Delta_{j,k-1/2} G, \Delta_{j+1,k-1/2} G], \\ m_{j,k+1/2}^f &= \min \text{mod}[\Delta_{j+1/2,k} G, \Delta_{j+1/2,k+1} G, \\ &\quad \Delta_{j-1/2,k} G, \Delta_{j-1/2,k+1} G], \end{aligned}$$

可以证明,该格式对于标量方程满足极值原理,也即所谓的 MmB 性质.

2.2 虚拟流体的定义

2.2.1 一维问题

在一维情况下定义虚拟流体,首先要定义虚拟流体的3个基本物理量,我们选择速度、压强和熵.在很多情况下,速度和压强穿越界面时是连续的,我们可以令虚拟流体的速度和压强值等于该点处真实流体的值.因为熵在接触间断上一般是不连续的,当对于不连续函数使用标准的有限差分格式时,会因截断误差大而产生很大的错误,在二相流计算中大的色散误差会导致虚假振荡.为此,我们采用熵的一侧外插的方法来消除色散误差.在定义虚拟流体中用一侧熵外插可以构造出一个连续的熵面.

在某一点处,定义虚拟流体的熵值的详情如下:

假设 Level Set 函数 ϕ 的零值点在点 i 和 $i+1$ 之间,即 Level Set 函数在这两点间改变符号.流体1定义在点 i 及 i 以左的点上,流体2定义在点 $i+1$ 及 $i+1$ 以右的点上.首先,针对流体1,定义包括 $i+1$ 及其右的点为流体1的虚拟流体所在的区域,我们要在该区域上定义各虚拟参数值,令其速度、压强的值等于该区域中真实流体2的速度、压强值.熵的虚拟值则取位于点 i 处的流体1的熵值.同样,我们可以在点 i 及其左侧的点上定义针对流体2的虚拟流体.

因为界面的运动与活塞的运动相似,会存在 overheating 误差,采取等压装配方法(isobaric fix)可用于消除 overheating 误差,运用该方法,在求流体1的虚拟流体的参数值时,我们改变点 i 处的熵值,令其等于 $i-1$ 点的熵值,而不改变 i 点的速度和压强值.同样对于流体2,令 $i+1$ 点的熵值等于 $i+2$ 点的,而不改变 $i+1$ 点的压强、速度值.

该方法的一个重要特点在于其简单性,我们不需要求解 Riemann 问题、考虑 Rankine-Hugoniot 跳跃条件,也无需求解界面的初始边界值问题.我们通过定义虚拟流体,其每一点处速度和压强值取位于该点处真实流体的值,而熵值则取在界面另一侧那种真实流体的熵值.以水和空气为例:为了对空气进行求解,我们用虚拟空气来代替水,它表现的方式是水(速度和压强),但显示的是空气(熵);对水求解时同样可得.因为虚拟流体表现方式与它所代替的真实流体相同,从而可以得到适当的边界条件.因为虚拟流体的熵和未被它代替的真实流体的熵相同,求解二相流问题即转化为求解一相流问题.该方法即为虚拟流动方法(Ghost Fluid Method).

2.2.2 多维问题

对于多维问题,定义虚拟流体就更加复杂了,我们需要处理多个速度量并需确定外插的方向.为了定义虚拟流体,须将等压装配方法应用于邻近界面的所有格点,这和一维情况下的定常外插相似.

利用 Level Set 函数 ϕ ,可以定义每个格点上的单位法向量

$$N = \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|},$$

然后求解在法方向上定常外插的偏微分方程

$$I_i \pm N \cdot \nabla I = 0. \quad (4)$$

I 即外插变量,例如熵.法向量 N 通常从负流体指向正流体.在方程(4)中,取‘+’号求解在 $\phi > 0$ 的区域中虚拟流体的 I 值,而保持 $\phi < 0$ 区域真实流体的 I 值不变.相似地,取‘-’号求解在 $\phi < 0$ 的区域中虚拟流体的 I 值,而保持 $\phi > 0$ 区域真实流体的 I 值不变.该方程只需要推进几个时间步,就可以获得数值方法中所需的一部分虚拟网格.

以上步骤中并未使用等压装配方法.为了将等压装配法应用于邻近界面的真实流体,在式(4)中使用‘+’号时,令 $\phi < -\epsilon$ 的区域内真实流体的 I 值不变;使用‘-’号时,令 $\phi > \epsilon$ 的区域内 I 的真实流体值不变. ϵ 是需要运用等压装配所需的邻近界面的一段网格的厚度,可取 $\epsilon = 1.5\Delta x$.

另外在某些多维情况下,二相流问题中,在接触间断上切向速度也如密度一样存在跳跃,为了避免因格式的数值耗散而抹平密度面,我们采取如下方法:

运用接触间断上的法向量 N 将真实流体和虚拟流体的速度场均分解为法向和切向分量,法向分量在接触间断上是连续的,可如一维情况下一样处

理,即将真实流体的法向速度不加以任何变化而直接放入虚拟区域中.切向速度则如同等压装配变量一样处理,即采取外插的方法.

2.3 Level Set 方程的求解

Ghost Fluid 算法解二相流问题关键一步在于如何确定物质界面.用二维 Level Set 方程,即

$$\phi_t + u\phi_x + v\phi_y = 0 \quad (5)$$

描述接触间断的运动.用函数 ϕ 的零值标志界面的位置,一般情况下令初始的 ϕ 为有符号的距离函数. Level Set 方程是独立于 Euler 方程求解的.

2.3.1 Level Set 方程的空间、时间离散

我们只需要构造 ϕ_x 的向左离散和向右离散,分别记为 ϕ_x^- 和 ϕ_x^+ ,对 ϕ_y 也要进行同样的离散过程.根据速度 u 的正负来选择上面的 $\phi_x^\pm$,即当 $u_{i_0} > 0$ 时,应用 ϕ_x^- ,当 $u_{i_0} < 0$ 时,取 ϕ_x^+ .以上的过程也适用于 v 和 $\phi_y^\pm$.时间离散采用一种较为通用的三阶 Runge-Kutta 方法对 Level Set 方程的时间方向进行.

2.3.2 重新初始化 ϕ

为了保持 ϕ 在界面附近始终为一距离函数,还需用下面的方程对其进行重新初始化

$$\phi_t + S(\phi_0)(\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2} - 1) = 0, \quad (6)$$

为了求解上式,可以把它改写成形式

$$\phi_t + \left(\frac{S(\phi_0)\phi_x}{\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}} \right) \phi_x + \left(\frac{S(\phi_0)\phi_y}{\sqrt{\phi_x^2 + \phi_y^2}} \right) \phi_y = S(\phi_0), \quad (7)$$

并且用 $S(\phi_0)\phi_x$ 和 $S(\phi_0)\phi_y$ 在点 i_0 处的值的正负来决定迎风的方向.

- 当 $S(\phi_0)\phi_x^\pm \geq 0, S(\phi_0)\phi_x^\mp \geq 0$ 时,取 $\phi_x^\pm$;
- 当 $S(\phi_0)\phi_x^\pm \leq 0, S(\phi_0)\phi_x^\mp \leq 0$ 时,取 $\phi_x^\mp$;
- 当 $S(\phi_0)\phi_x^\pm > 0, S(\phi_0)\phi_x^\mp < 0$ 时,取 $\phi_x = 0$;
- 当 $S(\phi_0)\phi_x^\pm < 0, S(\phi_0)\phi_x^\mp > 0$ 时,定义

$$s = \frac{S(\phi_0)(|\phi_x^+| - |\phi_x^-|)}{\phi_x^+ - \phi_x^-}, \quad (8)$$

并且当 $s > 0$ 时,取 ϕ_x^- ,否则取 ϕ_x^+ .对 $S(\phi_0)\phi_y$ 重复上述过程,就可得到 y 方向的非守恒通量,其中

$$S(\phi_0) = \frac{\phi}{\sqrt{\phi^2 + (\Delta x)^2}}. \quad (9)$$

3 计算结果及结论

在以下的数值实验中,我们总是假设计算区域为 1:4 的矩形区域,计算的网格采用 100×400 网格点,在例 1,2,4 中,假设初始扰动的周期为 1,例 3 的

初始扰动周期为 0.5,初始扰动的振幅均设为 0.05.

3.1 R-M 不稳定性问题

本文假定激波由计算域的左边进入并向右运动(计算结果的图形为从上到下),交界面左边的气体的密度为 ρ_1 ,交界面右边的气体密度为 ρ_2 ,根据 $\eta = \rho_2/\rho_1$ 的值的不同,分为激波由轻气体向重气体入射($\eta > 1$),和激波由重气体向轻气体入射($\eta < 1$)这两种情况分别进行研究.

图 1 是计算区域和交界面及激波的位置示意图,其中区域(2)为研究不稳定性发展的区域,区域(1)只是用于容纳反射激波,以防止反射激波进入混合区产生错误的数值结果,激波左侧为波后气体,可以按激波前后关系式求得,激波和交界面之间为静止气体,交界面右侧是另一种静止气体.

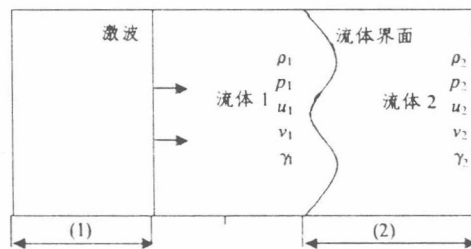


图 1 R-M 不稳定性

Fig.1 R-M instability

1) 激波由轻气体向重气体入射($\eta > 1$)

例 1 $\rho_1 = 0.04, u_1 = 0.0, v_1 = 0.0, p_1 = 0.1, \gamma_1 = 1.4, \rho_2 = 0.125, u_2 = 0.0, v_2 = 0.0, p_2 = 0.1, \gamma_2 = 1.67$, 激波的马赫数为 2.

在下游处采取外流边界条件,如图 2 所示为例 1 的等 ϕ 演化过程.激波第一次碰到交界面,产生一个穿透下行激波和一个上行反射激波,然后穿透下行激波继续向右运动,不再与交界面相互作用.交界

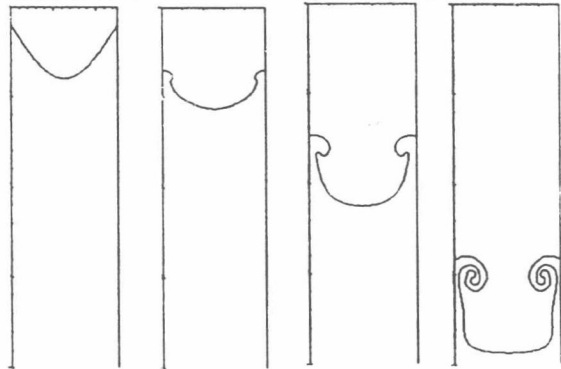


图 2 例 1,外流边界条件(界面位置)

Fig.2 Ex.1, outflow boundary condition (interfacial profile)

面扰动在 R-M 不稳定性影响下发展,产生泡状(Bubble)结构和钉状(Spike)结构.随时间的发展,在钉状结构的顶部,由于压力梯度和密度梯度平行造成的斜压效应产生了一个涡对,并形成了蘑菇形状.

例 2 $\rho_1 = 0.95$, $u_1 = 0.0$, $v_1 = 0.0$, $p_1 = 0.8$, $\gamma_1 = 1.4$, $\rho_2 = 4.84$, $u_2 = 0.0$, $v_2 = 0.0$, $p_2 = 0.8$, $\gamma_2 = 1.4$, 激波的马赫数为 2.

在下游处采取反射边界条件.在图 3 中可以看到,激波第一次碰到交界面,产生一个穿透下行激波和一个上行反射激波,交界面只有很小的变形,然后穿透下行激波继续向下运动,到达固壁,被固壁反射,反射回来的激波第 2 次碰到交界面,同时产生一个上行穿透稀疏波和一个下行反射激波,下行反射激波在交界面和下边固壁之间来回运动多次,但由于其强度逐渐减弱,对流动只有很小的影响(我们曾在反射回来的激波第 2 次碰到交界面产生了下行反射激波后就将下游处的边界条件改为外流条件,让该下行反射激波向下游行进直至消失,不再对界面产生影响,所得结果与未做此处理得到的结果相差无几).交界面在向下游运动的同时,其波形的幅值开始变小,几乎变成了接近直线的小波动曲线.随后,交界面的形状产生巨大的变化,原先的峰谷发生转换,在左右固壁波形向下弯曲,中点处向上凸起,固壁和中点之间形成了两个向下凸起的波峰,出现这种峰谷转换的现象是由于此时激波从重气体向轻气体入射的结果.

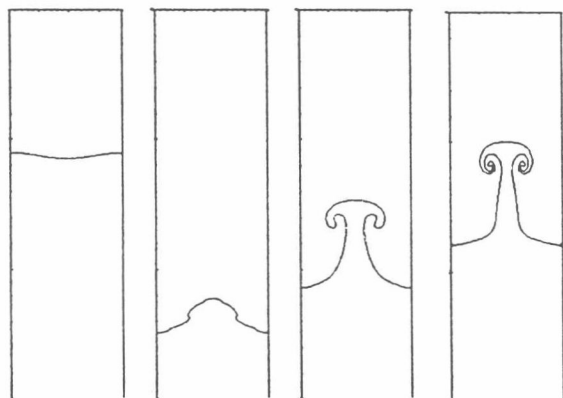


图 3 例 2,反射边界条件(界面位置)

Fig.3 Ex.2 Reflection boundary condition
(interface profile)

在交界面波形的拐点处,开始有涡量产生.随后,波形中间凸起处和左右固壁处的流体向下不断迅速扩散,并向下边固壁推进,波形的幅值也随之迅速增大.拐点处的涡量也不断增强.而后在交界面上

已经形成了两个非常明显的涡对(图 3).

图 4,5 分别给出了例题 1,2 中的不稳定性增长率.

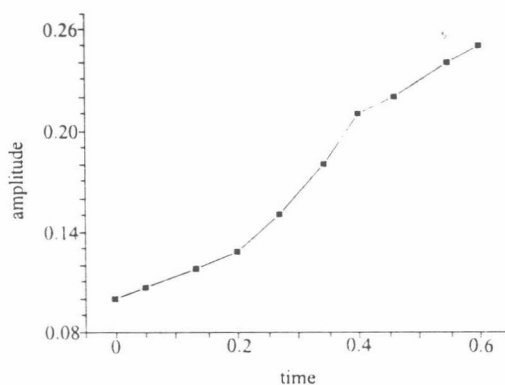


图 4 交界面的扰动增长率(例 1,外流边界条件)

Fig.4 Growth rate of interface perturbation
(Ex.1, outflow boundary condition)

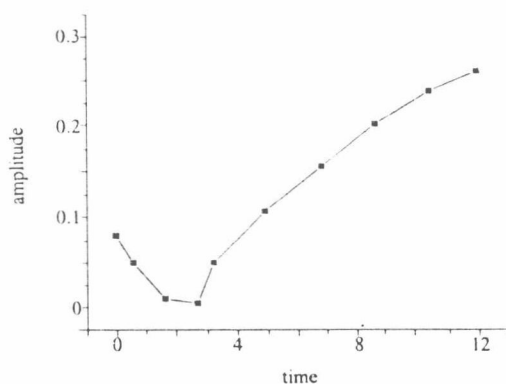


图 5 交界面的扰动增长率(例 2,反射边界条件)

Fig.5 Growth rate of interface perturbation
(Ex.2, reflection boundary condition)

2) 激波由重体向轻气体入射($\eta < 1$)

例 3 $\rho_1 = 1.0$, $u_1 = 0.0$, $v_1 = 0.0$, $p_1 = 1$, $\gamma_1 = 1.4$, $\rho_2 = 0.138$, $u_2 = 0.0$, $v_2 = 0.0$, $p_2 = 1$, $\gamma_2 = 1.67$, 激波的马赫数为 2.

图 6 中给出例 3 在下游处取反射边界条件情况下激波和交界面随时间的运动发展情况.激波从左边流体区向下边运动,当第一次碰到交界面时,同样产生一个向上的反射稀疏波和一个向下的穿透激波,并诱导交界面使其向下游运动,激波强度由此减弱,接着激波使初始交界面的峰谷发生转换,随后下行穿透激波到达下边固壁,向上反射,又重新碰到交界面并转化为一个穿透激波进入左边流体区,反射出一个弱激波,向下回到了轻流体区.在第 1 个激波和第 2 个激波到达交界面期间,交界面向下移动,扰动以一个较低的连续的增长率发展.当第 2 个激波

到达界面时界面所受扰动的不稳定性增长率有了显著的增强. 自第 2 个激波由轻气体向重气体内入射, 交界面的峰谷不再发生转变, 其后, 将下边的固壁边界条件进行修改, 成为外流边界条件, 使第 2 个激波与界面接触后所产生的激波不再对界面产生影响, 交界面的扰动将继续发展, 最终形成了蘑菇形状.

3.2 关于 R-T 不稳定性的算例

如图 7 所示, 重力方向垂直向下, 界面上方气体密度为 ρ_1 , 界面下方气体密度为 ρ_2 , 当 $\eta = \rho_2/\rho_1$ 的

值 < 1 时, 将发生 R-T 不稳定性.

例 4 如图 8 左图所示为初始界面的位置及形状, 轻流体在下, 重流体在上.

$\rho_1 = 1.0, u_1 = 0.0, v_1 = 0.0, p_1 = 2.0,$
 $\gamma_1 = 1.4, \rho_2 = 5.0, u_2 = 0.0, v_2 = 0.0, p_2 =$
 $2.0, \gamma_2 = 1.4,$

随着时间的发展, 重质流体下沉, 轻质流体上浮, 产生了和 R-M 不稳定性中相似的泡状结构和钉状结构, 见图 8 右图.

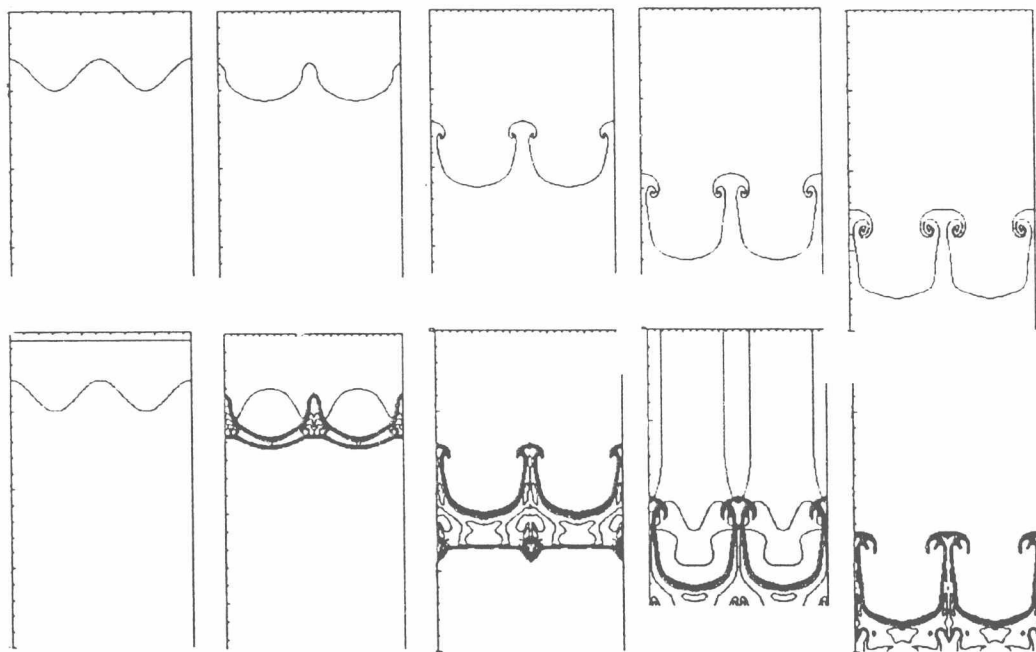


图 6 例 3 反射边界条件(上图为界面位置, 下图为等密度线)

Fig.6 Ex.3, reflection boundary condition

(the top figure refers to interface profile, the bottom one density contour)

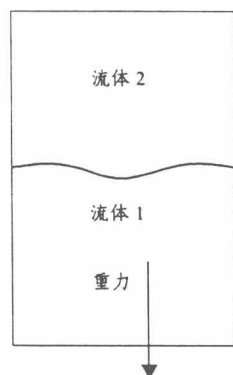


图 7 R-T 不稳定性

Fig.7 R-T instability

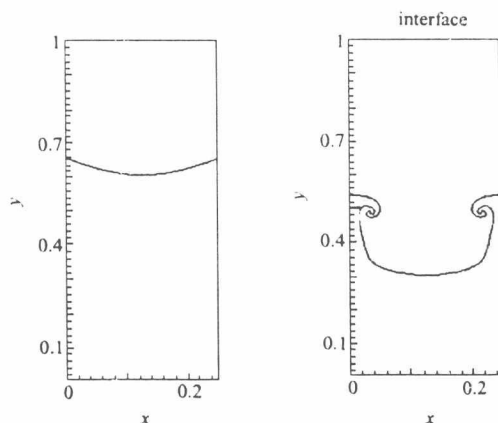


图 8 例 4 R-T 不稳定性问题(界面位置)

Fig.8 Ex.4, R-T instability problem (interface profile)

4 结论

本文讨论的界面捕捉方法对激波、接触间断有着很高的分辨率,相对于别的数值方法,它有如下特点:

1)采用 Ghost Fluid 方法,解决了 Euler 方程不能同时对两种具有不同状态方程的气体求解的问题,使求解二相流问题实际上转化为求解一相流问题。

2)运用 Level Set 函数来捕捉界面,该方法的优越性在于其简单性,无须求解黎曼问题、Rankine-Hugoniot 跳跃条件,以及在界面上的初始边界值问题。

3)使用等熵外插方法改善了密度界面的 over-heating 误差,保持了解的精确性。

综上所述,虚拟流动方法是一种数值模拟流体界面不稳定性问题的有效方法,运用其解决其他更加复杂的应用问题,如包括高密度比、热传导、化学反应、电磁场等的界面捕捉问题将是未来的研究工作。

[参 考 文 献]

- [1] 张镭,袁礼.用改进的耦合型 Level Set 方法计算一维双介质可压缩流动[J].计算物理,2001,18(6).
- [2] 唐维军,张景林,李晓林,赵宁.三维流体界面不稳定性的 Ghost 方法[J].计算物理,2001,18(2).
- [3] 唐维军,赵宁,李晓林,张景林,蔚喜军.随机扰动下三维流体界面不稳定性的并行计算[J].计算物理,2001,18(6).
- [4] Zhao N. High resolution SCB scheme for hyperbolic systems of 2-D conservation laws [J]. J Comput Math, 1998, 16: 179 - 192.
- [5] 郑华盛,赵宁,戴嘉尊.一类时空二阶精度高分辨率 MmB 差分格式[J].计算数学,1998,20(2).
- [6] Fedkiw R P, Aslam T, Merriman B, Osher S. A non-oscillatory Eulerian approach to interfaces in multi-material flows (The Ghost Fluid Method) [J]. J Comput Phys, 1999, 152: 457.
- [7] Fedkiw R P, Markens A, Merriman B. An isobaric fix for the overheating problem in multi-material compressible flows [J]. J Comput Phys, 1999, 148: 545 - 578.
- [8] Adalsteinsson D, Sethian J A. The fast construction of velocities in level set methods [J]. J Comput Phys, 1999, 148: 2 - 22.
- [9] Shu C W, Osher S. Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock capturing schemes [J]. J Comput Phys, 1989, 83: 32.
- [10] Fidkow J, Aslam T, Merriman B, Osher S. A non-oscillatory Eulerian approach to interface in multi-material flows (the ghost fluid method) [J]. J Comput Phys, 1999, 152: 457 - 492.
- [11] Li X L, Jin B X, Glimm J. Numerical study for the three-dimensional Rayleigh-Taylor instability through the TVD/AC scheme and parallel computation [J]. J Comput Phys, 1996, 126: 343 - 355.
- [12] Grove J. The interaction of shock waves with fluid interfaces [J]. Adv Appl Math, 1989, 10: 201 - 227.

Numerical Simulation of Fluid Interface Instabilities Using Ghost Fluid Method

JIANG Yang¹, ZHAO Ning¹, TANG Wei-jun²

(1. Department of Aerodynamics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China)

Abstract: A kind of numerical simulation algorithms for instabilities of fluid interfaces, Ghost Fluid Method, is discussed. The setting of fluid variables in ghost regions is directly based on multiple dimensional cases. Moreover, non-splitting high resolution schemes are used to solve the fluid dynamic equations. At last, the algorithm is applied to the simulation of interface instabilities of fluid dynamics, and satisfied numerical results are obtained.

Key words: interface instability; ghost fluid method; level set method

[文章编号] 1001-246X(2003)03-0273-06

非结构网格上的 B-B 单方程模型湍流计算

成 娟, 黄明恪

(南京航空航天大学空气动力学系, 江苏 南京 210016)

[摘 要] 研究如何在非结构网格上进行 Navier-Stokes (N-S) 方程湍流计算. 采用格心有限体积方法离散 N-S 方程. 为了适应非结构网格, 计算所用的湍流模型特别选用 Baldwin-Barth (B-B) 单方程模型. 此模型由一个单一的具有源项的对流扩散方程组成. 为了能在非结构网格上求解 B-B 单方程模型, 提出一显式有限体积格式, 并直接对带源项的格式进行稳定性分析, 得到了相应的时间步长限制条件. 最后以平板、RAE-2822 翼型、多段翼型绕流等数值算例验证了计算方法的有效性.

[关键词] 非结构网格; 湍流模型; 粘性流动; 数值计算

[中图分类号] O355; V411.3

[文献标识码] A

0 引言

对复杂三维几何外形, 一般采用灵活方便的非结构网格. 用非结构网格模拟有粘流动时, 为了捕捉很强的方向粘性应力, 需要在附面层区域生成很薄的单元, 通常采用粘性半非结构网格, 即在粘性区域运用结构网格生成宽比很大的网格单元, 在其它区域则采用非结构网格^[1-3].

目前较普遍的模拟绕物体湍流运动方法是求解雷诺平均 N-S 方程加湍流模型, 本文采用方便、省时的格心显式有限体积法求解 N-S 方程. 实践证明, 求解雷诺平均 N-S 方程模拟绕物体的湍流运动时, 湍流模型的选取对计算结果的影响很大. 采用代数模型, 如 B-L 模型, 计算最为简单, 但对复杂流场, 如激波边界层干扰引起分离的流动等, 不能得出足够精确的解, 且通常要求沿法向网格线寻找单元距物面的距离, 很难适用于不规则的非结构网格. 经典的二方程模型比代数模型有很多优点. 由于它是流场的输运方程模型, 因而具有“局部”性, 更适用于复杂流场; 但需要求解两个方程, 计算较为复杂, 且湍流变量的初始条件也较难给定, 此外, 还要求靠近壁面的网格很细, 这会引起流场求解的刚性问题. Baldwin, Barth 近年来提出的 B-B 单方程模型^[4]避免了上述代数模型及二方程模型遇到的问题. 此模型由一个单一的具有源项的对流扩散方程组成, 因此较二方程模型简单得多. 文[4~6]验证了其能够较好地模

拟复杂外形粘性绕流, 它具有模拟激波位置准确、对壁面第 1 层网格的厚度要求比较宽松等优点. 除了距物面很近的区域, 它不要求单元距物面的距离, 所以适用于非结构网格.

文[5]介绍了在结构网格上采用隐式格式求解 B-B 单方程模型的方法. 在不规则网格上如何求解未见报道. 本文在规则网格上提出一显式中心差格式, 运用 Von Neumann 方法直接对带源项的差分方程进行稳定性分析, 并将格式推广为适合在非结构网格和半非结构网格上使用的格心显式有限体积格式, 给出了相应的时间步长限制条件. 用上述显式格式对湍流模型方程进行离散, 编程大为简单. 最后给出了平板、2822 翼型、多段翼型等算例.

1 N-S 方程的格心有限体积法

通过求解雷诺平均 N-S 方程加湍流模型来实现湍流绕流计算. N-S 方程无量纲化形式为

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} = \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial g_1}{\partial x} + \frac{\partial g_2}{\partial y} \right),$$
$$q = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix}, \quad f_1 = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{pmatrix},$$
$$f_2 = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{pmatrix},$$

[收稿日期] 2002-01-28; [修回日期] 2002-06-03

[基金项目] 航空科学基金(02A520040)资助项目

[作者简介] 成 娟(1968-), 江苏盐城, 副教授, 博士, 从事计算流体力学方面的研究.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\nu\tilde{R}_T)}{\partial t} + u \frac{\partial(\nu\tilde{R}_T)}{\partial x} + v \frac{\partial(\nu\tilde{R}_T)}{\partial y} = \\ & \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial^2(\nu\tilde{R}_T)}{\partial x^2} + \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial^2(\nu\tilde{R}_T)}{\partial y^2} - \\ & \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \nu_t}{\partial x} \frac{\partial(\nu\tilde{R}_T)}{\partial x} - \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \nu_t}{\partial y} \frac{\partial(\nu\tilde{R}_T)}{\partial y} + S, \end{aligned}$$

其中源项 $S = (C_{\epsilon_2}f_2 - C_{\epsilon_1})\sqrt{\nu\tilde{R}_T}P$.

由于湍流能量生成项 P 中的 $\nu_t = \nu C_\mu D_1 D_2 \tilde{R}_T$, 因此还可将源项 S 表示为

$$S = (C_{\epsilon_2}f_2 - C_{\epsilon_1})\sqrt{C_\mu D_1 D_2} \nu \tilde{R}_T.$$

令

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \nu_t}{\partial x} + u, \quad c_2 = \frac{1}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \nu_t}{\partial y} + v, \quad d = \nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon}, \\ w &= \nu \tilde{R}_T, \quad q = (C_{\epsilon_2}f_2 - C_{\epsilon_1})\sqrt{C_\mu D_1 D_2}, \end{aligned}$$

则方程可写为

$$\frac{\partial w}{\partial t} + c_1 \frac{\partial w}{\partial x} + c_2 \frac{\partial w}{\partial y} = d \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + d \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + qw.$$

对方程采用空间中心差分、时间向前差分,得到显式离散格式

$$\begin{aligned} & \frac{w_{ij}^{n+1} - w_{ij}^n}{\Delta t} + c_1 \frac{w_{i+1j}^n - w_{i-1j}^n}{2\Delta x} + c_2 \frac{w_{ij+1}^n - w_{ij-1}^n}{2\Delta y} - \\ & d \frac{w_{i+1j}^n - 2w_{ij}^n + w_{i-1j}^n}{\Delta x^2} - d \frac{w_{ij+1}^n - 2w_{ij}^n + w_{ij-1}^n}{\Delta y^2} - \\ & qw_{ij}^n = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

现暂且将方程系数冻结,用 Von-Neumann 方法分析格式的稳定性,令

$$w_{ij}^n = V^n(k) e^{ik_1 x_i} e^{ik_2 y_j},$$

代入到差分格式(2)中得到增长因子 G

$$\begin{aligned} |G|^2 &= \left(\frac{V^{n+1}(k)}{V^n(k)} \right)^2 \\ &= \left[1 - 4d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \sin^2 \frac{k_1 \Delta x}{2} - 4d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \sin^2 \frac{k_2 \Delta y}{2} \right]^2 + \\ & \left(c_1 \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin k_1 \Delta x + c_2 \frac{\Delta t}{\Delta y} \sin k_2 \Delta y \right)^2 + \\ & 2 \left[1 - 4d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \sin^2 \frac{k_1 \Delta x}{2} - \right. \\ & \left. 4d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \sin^2 \frac{k_2 \Delta y}{2} \right] q \Delta t + (q \Delta t)^2. \end{aligned}$$

利用 $2a \cdot b \leq a^2 + b^2$, 则有

$$\begin{aligned} & \left[1 - 4d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \sin^2 \frac{k_1 \Delta x}{2} - 4d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \sin^2 \frac{k_2 \Delta y}{2} \right]^2 \leq \\ & 1 - 8d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \sin^2 \frac{k_1 \Delta x}{2} - \\ & 8d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \sin^2 \frac{k_2 \Delta y}{2} + 32d^2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right)^2 \sin^4 \frac{k_1 \Delta x}{2} + \end{aligned}$$

$$32d^2 \left(\frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right)^2 \sin^4 \frac{k_2 \Delta y}{2},$$

同理有

$$\begin{aligned} & \left(c_1 \frac{\Delta t}{\Delta x} \sin k_1 \Delta x + c_2 \frac{\Delta t}{\Delta y} \sin k_2 \Delta y \right)^2 \leq \\ & 2 \left(c_1 \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 \sin^2 k_1 \Delta x + 2 \left(c_2 \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)^2 \sin^2 k_2 \Delta y, \end{aligned}$$

代入到上式增长因子方程中得

$$\begin{aligned} |G|^2 &\leq 1 + 8 \sin^2 \frac{k_1 \Delta x}{2} \left\{ \left[\left(c_1 \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \right] \cos^2 \frac{k_1 \Delta x}{2} + d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \sin^2 \frac{k_1 \Delta x}{2} \right. \\ & \left. \left(4d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} - 1 \right) \right\} + 8 \sin^2 \frac{k_2 \Delta y}{2} \left\{ \left[\left(c_2 \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \right] \cos^2 \frac{k_2 \Delta y}{2} + d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \sin^2 \frac{k_2 \Delta y}{2} \right. \\ & \left. \left(4d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} - 1 \right) \right\} + 2 \left[1 - 4d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \sin^2 \frac{k_1 \Delta x}{2} - \right. \\ & \left. 4d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \sin^2 \frac{k_2 \Delta y}{2} \right] q \Delta t + (q \Delta t)^2. \end{aligned}$$

因为 q 恒为正, 所以当

$$\begin{aligned} & \left(c_1 \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 - d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq 0, \quad \left(c_2 \frac{\Delta t}{\Delta y} \right)^2 - d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \leq 0, \\ & 4d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} - 1 \leq 0, \quad 4d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} - 1 \leq 0 \end{aligned}$$

时, 有 $|G|^2 \leq 1 + 2q\Delta t + (q\Delta t)^2$, 即

$$|G| \leq 1 + q\Delta t.$$

经整理得, 当

$$\begin{aligned} & d \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{4}, \quad d \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \leq \frac{1}{4}, \\ & c_1^2 \Delta t \leq d, \quad c_2^2 \Delta t \leq d \end{aligned}$$

时, 差分格式稳定.

因此对 B-B 单方程湍流模型, 显式差分格式(2)的稳定性条件为

$$\frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq \frac{1}{4(\nu + \nu_t/\sigma_\epsilon)}, \quad \frac{\Delta t}{\Delta y^2} \leq \frac{1}{4(\nu + \nu_t/\sigma_\epsilon)},$$

$$\Delta t \leq \frac{\nu + \nu_t/\sigma_\epsilon}{[u + (1/\sigma_\epsilon)(\partial \nu_t/\partial x)]^2},$$

$$\Delta t \leq \frac{\nu + \nu_t/\sigma_\epsilon}{[\nu + (1/\sigma_\epsilon)(\partial \nu_t/\partial y)]^2}. \quad (3)$$

在半非结构网格上用有限体积时间推进格心格式离散单方程湍流模型(1). 在格心有限体积公式中, 流动变量储存在单元中心. 对单元 3 个边进行求和, 边上的通量值取相邻单元值的算术平均. 一阶、二阶导数项通过对单元运用 Green 公式转换成对边的变量积分求得, 单元边上变量值同样取两边单元

图4.从图中可以清晰地看到翼型上方有一道强的激波,且激波附近无振荡,整个压力分布图与实验结果基本一致.上表面摩擦系数分布由图5给出,由于实验只给出少数几点的摩擦阻值,因此无法进行整体比较,但从图中仍可以看出计算获得的摩擦阻值在局部与实验值大体接近.

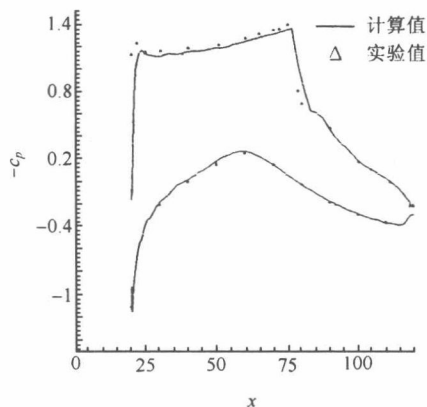


图4 2822翼型表面压力分布
Fig.4 Surface pressure distribution of RAE-2822 airfoil

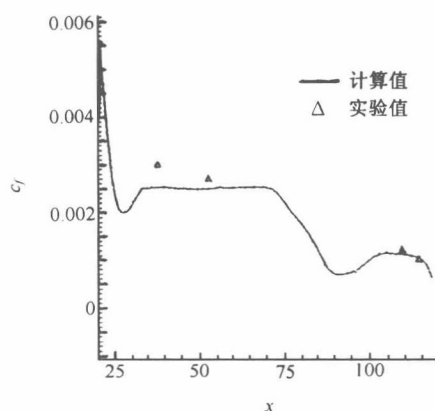


图5 2822翼型上表面摩擦分布
Fig.5 Skin-friction distribution of the upper surface of RAE-2822 airfoil

3.3 绕两段翼型的湍流亚音速流动

绕多段翼型的流动虽是二维流动,却包含着诸如分离、激波与边界层干扰等极为复杂的流动现象.显然,简单的代数模型无法描述如此复杂的流动现象.本例用两段翼型 N1WC2F1 进一步验证 B-B 单方程模型在非结构网格上模拟复杂外形流场的能力,计算采用非结构网格(图6),边界条件与例1相似.模拟的流动状态是 $M_\infty = 0.201$, $Re = 2.83 \times 10^6$.图7~9分别给出 $\alpha = 0.01^\circ$, -0.02° , -8.11° 时计算所得到的表面压力分布与实验值^[10] 的比较.由图可

见,3种状态下计算结果与实验结果基本吻合,表明B-B单方程模型比较适用于非结构网格.

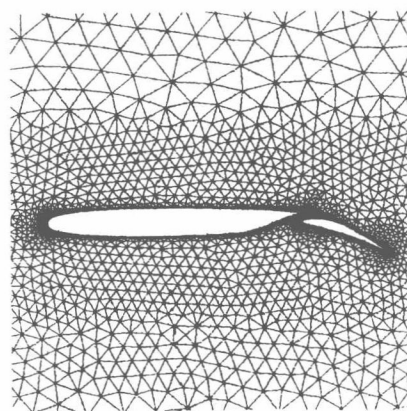


图6 两段翼型流场半非结构网格
Fig.6 Semi-unstructured mesh for two-segment airfoil flow field

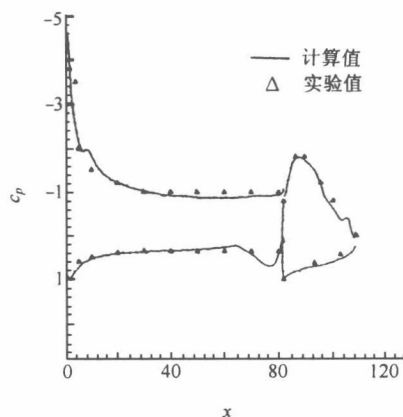


图7 两段翼型湍流计算表面压力分布
Fig.7 Surface pressure distribution of two-segment airfoil
 $M_\infty = 0.201$, $\alpha = 0.01^\circ$, $Re = 2.83 \times 10^6$

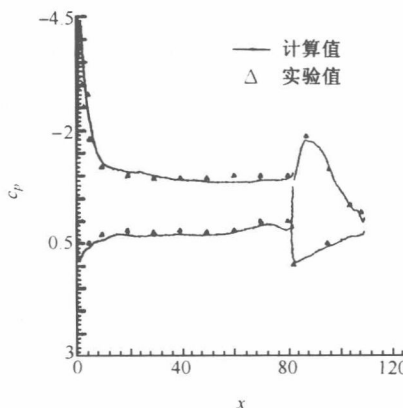


图8 两段翼型湍流计算表面压力分布
Fig.8 Surface pressure distribution of two-segment airfoil
 $M_\infty = 0.201$, $\alpha = -0.02^\circ$, $Re = 2.83 \times 10^6$