

直觉模糊集理论及应用

(上册)

雷英杰 赵杰 路艳丽 著
王毅 雷阳 石志寒



科学出版社

直觉模糊集理论及应用

(上 册)

雷英杰 赵 杰 路艳丽 著
王 毅 雷 阳 石志寒



科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书系统介绍直觉模糊集理论及其在模式识别、数据挖掘、信息融合、信息安全等领域的应用。全书分上下册,共13章,上册为1~7章,下册为8~13章。第1章介绍直觉模糊集的形成与发展,基本运算、截集及核;第2章介绍直觉模糊集的隶属度函数、非隶属度函数的确定方法,直觉模糊算子,扩展运算及分解定理;第3章介绍直觉模糊集之间的度量及直觉模糊熵;第4章介绍直觉模糊关系及直觉模糊聚类;第5章介绍直觉模糊推理与规则库检验;第6章介绍直觉模糊综合评判、决策与规划;第7章介绍基于直觉模糊推理的数据挖掘;第8章介绍基于直觉模糊集的数据关联方法;第9章介绍基于直觉模糊集的目标识别;第10章介绍基于直觉模糊集的态势评估;第11章介绍基于直觉模糊集的威胁评估;第12章介绍基于直觉模糊集的信息安全评估与网络流量预测;第13章介绍基于直觉模糊集的网络入侵检测与意图识别。书中直觉模糊集的典型应用实例取自一些成功的应用案例,期望对读者有一定的启迪。

本书内容新颖、逻辑严谨、语言通俗、理例结合、注重基础、面向应用。本书是作者在国家自然科学基金资助下系列研究成果的汇集,取材于研究团队百多篇学术论文和十多篇博士、硕士学位论文,可作为高等院校计算机、自动化、信息、管理、控制、系统工程等专业的高年级本科生或研究生计算智能课程的教材或教学参考书,也可供从事智能信息处理、智能信息融合、智能决策等研究的教师、研究生及科技人员自学或参考。

图书在版编目(CIP)数据

直觉模糊集理论及应用. 上册/雷英杰等著. —北京: 科学出版社, 2014.6
ISBN 978-7-03-040818-1

I. ①直… II. ①雷… III. ①模糊集—研究 IV. ①O159

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2014) 第 115256 号

责任编辑: 李 欣 / 责任校对: 刘小梅
责任印制: 赵德静 / 封面设计: 陈 敬

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 6 月第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2014 年 6 月第一次印刷 印张: 18 1/4

字数: 367 000

定价: 88.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

前 言

模糊集 (fuzzy sets) 理论由扎德 (L. A. Zadeh) 教授创立. 他于 1965 年发表的《模糊集合论》一文, 标志着模糊数学的诞生. 他在另一长篇论文《语言变量的概念及其在近似推理中的应用》中, 提出了语言变量的概念并探索了它的含义, 是模糊集理论最重要的发展. 这一理论和方法对控制论和人工智能等作出了重要贡献. 模糊集合是对经典的康托尔 (Cantor) 集合的扩充和发展. 在语义描述上, 经典的康托尔集合只能描述“非此即彼”的“分明概念”, 而模糊集则可以扩展描述外延不明确的“亦此亦彼”的“模糊概念”. 随着模糊信息处理技术的不断发展, 模糊集理论在模式识别、控制、优化、决策等领域得到广泛应用, 成为对不确定性问题进行建模和求解的重要工具之一, 取得了举世公认的成就. 同时, 由于模糊集理论及其应用研究已渐趋成熟, 其局限性也已逐渐显现, 所以国内外学者的研究不约而同地转向对模糊集理论的扩充和发展, 相继出现了各种拓展形式, 如直觉模糊集 (intuitionistic fuzzy sets, IFS)、 L -模糊集、区间值模糊集、Vague 集等理论. 这种情形, 既反映出模糊集理论研究与应用的活跃态势, 又反映出客观对象的复杂性对于应用研究的反作用. 在这诸多的拓展形式中, 直觉模糊集理论的研究最为活跃, 也最富有成果. 直觉模糊集理论可更加细腻地刻画客观对象的模糊性本质, 从“支持、反对和中立”三方面对不确定性问题进行建模, 符合人们的思维习惯, 成为对 Zadeh 模糊集理论最有影响力的一种扩展.

直觉模糊集最初由著名学者 K. Atanassov 于 1986 年提出. 他系统提出并定义了直觉模糊集及其一系列运算和定理, 奠定了直觉模糊集理论的基础. 同时, 许多学者对此开展研究. 从发表的文献来看, 对于直觉模糊集开展研究, 早期大多处于纯数学的角度, 成功的应用研究案例较少. 如今, 直觉模糊集理论已经作为一种新的数学方法被引入各种应用领域.

模糊集理论逐渐显现的主要缺陷体现在其语义描述上存在的不足. 模糊集合只有一个隶属度函数, 虽能描述“亦此亦彼”的“模糊概念”, 但不能描述“非此非彼”的“模糊概念”, 不适合处理诸如“投票模型”一类的问题. 而直觉模糊集的隶属度函数、非隶属度函数及导出的第三个属性参数——直觉指数, 则可以细腻地描述支持、反对、中立三种情形. 例如, 假设一个直觉模糊集的隶属度函数为 0.5, 非隶属度函数为 0.3, 则其直觉指数为 0.2, 可分别表示支持程度为 0.5, 反对程度为 0.3, 既不支持也不反对的中立程度为 0.2. 我们也可以用投票模型来解释, 即赞成票为 50%, 反对票为 30%, 弃权票为 20%. 可见, 直觉模糊集有效扩展了模糊集的

表示能力.

在描述和求解不确定、不精确、信息不完全的问题时,各种数学理论各有特点,可以相互补充.由于不确定性问题的复杂性,单一处理方法往往难以胜任,多种方法的相互结合虽然有效,但发展新的方法、把直觉模糊集这样的新理论引入不确定信息处理领域仍然是重要的发展趋势,这既是本书的初衷,也是作者在这种背景下所做的有益尝试.

本书旨在系统介绍直觉模糊集理论及其在模式识别、数据挖掘、信息融合、信息安全等领域的应用.全书分上下册,共13章,上册为1~7章,下册为8~13章.第1章介绍直觉模糊集的形成与发展,基本运算、截集及核;第2章介绍直觉模糊集的隶属度函数、非隶属度函数的确定方法,直觉模糊算子,扩展运算及分解定理;第3章介绍直觉模糊集之间的度量及直觉模糊熵;第4章介绍直觉模糊关系与直觉模糊聚类;第5章介绍直觉模糊推理与规则库检验;第6章介绍直觉模糊综合评判、决策与规划;第7章介绍基于直觉模糊推理的数据挖掘;第8章介绍基于直觉模糊集的数据关联;第9章介绍基于直觉模糊集的目标识别方法;第10章介绍基于直觉模糊集的态势评估;第11章介绍基于直觉模糊集的威胁评估;第12章介绍基于直觉模糊集的信息安全评估与网络流量预测;第13章介绍基于直觉模糊集的网络入侵检测与意图识别.书中直觉模糊集的典型应用实例取自一些成功的应用案例,期望对读者有一定的启迪.

本书作为一部系统介绍直觉模糊集理论及其应用的著作,是作者在国家自然科学基金项目“直觉模糊集理论及其应用研究”(No.60773209)、“直觉模糊混合理论及其在弹道目标识别中的应用研究”(No.61272011)、“基于直觉模糊核匹配追踪的网络入侵意图识别研究”(No.61309022)等的资助下系列研究成果的汇集,书中主要内容取自作者研究团队近年来发表的百余篇学术论文和十多篇博士、硕士学位论文,如雷英杰教授指导的学生王毅、申晓勇、徐小来、雷阳、张弛、殷宏燕、蔡如、林剑、张戈、海新等的博士、硕士学位论文,还有贺正洪教授、周创明副教授、石志寒副教授等发表的论文以及他们指导的学生戴文义、吕大江等的硕士学位论文,在此对他们的辛勤工作表示诚挚的感谢.在本书撰写过程中,还参考了国内外大量的文献资料,众多学者们的研究成果是本书不可或缺的素材,在此恕不一一举例,一并致以诚挚的感谢.本书的出版得到“军队2110工程”建设项目资助.

本书内容新颖、逻辑严谨、语言通俗、理例结合、注重基础、面向应用,可作为高等院校计算机、自动化、信息、管理、控制、系统工程等专业的高年级本科生或研究生计算智能课程的教材或教学参考书,也可供从事智能信息处理、智能信息融合、智能决策等研究的教师、研究生以及科研和工程技术人员自学或参考.

本书由雷英杰博士主编、策划并编撰,赵杰博士校核了其中各个章节的内容以致全书最后完成,路艳丽博士(第1、2、11章)、王毅博士(第3、5、6章)、雷阳博

士 (第 4、9 章)、张善文博士 (第 10 章) 等课题组成员参加了编撰工作, 他们大量的协作工作体现在各个章节. 还有, 贺正洪博士 (第 8 章)、石志寒副教授 (第 7 章)、周创明副教授 (第 12 章)、狄博博士 (第 13 章) 等也参加了编撰, 孟飞翔博士、余晓东博士、刘健博士、王亚男博士等完成了本书的索引, 参加校核和调整部分章节的内容, 路艳丽博士、雷阳博士对全书及书中的典型实例进行了仔细地校核. 需要说明的是, 本书是课题组研究成果的汇集, 本书的出版是课题组成员共同努力的结果和集体智慧的结晶, 书中每一章的内容几乎都是由多位作者共同完成的.

直觉模糊集是近年来新兴起的研究领域, 其理论及应用研究受到国内外众多学者的关注, 成为当前研究的一个热点领域, 发展很快, 本书汇集的研究成果只是冰山一角, 只能起抛砖之效, 加之作者水平有限, 书中难免有疏漏和不足之处, 敬请广大读者批评指正.

作 者

2014 年 03 月

目 录

第 1 章 绪论	1
1.1 引言	1
1.2 模糊集概述	3
1.3 直觉模糊集	6
1.3.1 直觉模糊集的形成与发展	6
1.3.2 直觉模糊集的基本概念	8
1.3.3 直觉模糊集的基本运算	8
1.3.4 直觉模糊集的截集	9
1.3.5 直觉模糊集截集的性质及核	11
1.3.6 直觉模糊集的特点	12
1.4 拓展模糊集之间的若干等价变换	13
1.4.1 L -模糊集与 L -直觉模糊集	13
1.4.2 区间值模糊集与区间值直觉模糊集	14
1.4.3 Vague 集与直觉模糊集	15
1.4.4 直觉模糊集到模糊集的变换	17
1.4.5 拓展模糊集之间的变换	17
1.4.6 讨论	20
参考文献	20
第 2 章 直觉模糊集的扩展运算	28
2.1 IFS 非隶属度函数的确定方法	28
2.1.1 非隶属度函数的规范性确定方法	28
2.1.2 基于优先关系定序法的 IFS 非隶属度函数确定方法	34
2.1.3 基于对比平均法的 IFS 非隶属度函数确定方法	38
2.1.4 基于绝对比较法的 IFS 非隶属度函数确定方法	42
2.2 IFS 到模糊集的转换方法	46
2.2.1 现有转换方法分析	46
2.2.2 差值修正法	48
2.2.3 算例分析	50
2.3 直觉模糊算子	51
2.3.1 操作算子	51

2.3.2 语义算子	52
2.4 IFS 时态逻辑算子及扩展运算性质	53
2.4.1 时态逻辑算子	54
2.4.2 扩展运算	55
2.5 IFS 分解定理	58
2.6 本章小结	60
参考文献	60
第 3 章 直觉模糊度量与直觉模糊熵	62
3.1 直接模糊集的几何解释	62
3.2 直觉模糊集之间的距离	63
3.2.1 IFS 之间的距离	63
3.2.2 基于 Hausdorff 测度的 IFS 之间的距离	65
3.2.3 改进的 IFS 之间的距离	67
3.3 直觉模糊集之间的相似度	71
3.3.1 IFS 之间的相似度	72
3.3.2 基于 Hausdorff 测度和基于 L_p 测度的相似度	74
3.3.3 改进的 IFS 之间的相似度	76
3.4 具有倾向性的直觉模糊相似度	77
3.4.1 直觉模糊相似度量度的三维表示	78
3.4.2 现有直觉模糊相似度量度的问题	79
3.4.3 直觉模糊相似度量度的公理化定义	80
3.4.4 具有倾向性的直觉模糊相似度量	81
3.4.5 算例分析	83
3.5 直觉模糊集相异度度量方法	84
3.5.1 直觉模糊集相异度定义	85
3.5.2 直觉模糊集相异度度量公式	85
3.5.3 算例分析	88
3.6 一类直觉模糊熵的构造方法	90
3.6.1 直觉模糊熵的几何解释	90
3.6.2 直觉模糊熵的构造	91
3.6.3 算例分析	94
3.6.4 讨论	95
3.7 本章小结	95
参考文献	96

第 4 章 直觉模糊关系与直觉模糊聚类	98
4.1 直觉模糊关系	98
4.2 直觉模糊合成运算	100
4.2.1 直觉模糊集 T -范数与 S -范数	100
4.2.2 直觉模糊关系的合成运算	102
4.3 直觉模糊关系的性质	104
4.3.1 直觉模糊关系的自反性	104
4.3.2 直觉模糊关系的对称性	105
4.3.3 直觉模糊关系的传递性	106
4.4 直觉模糊相似关系与等价关系	107
4.5 基于直觉模糊等价关系的聚类	108
4.5.1 直觉模糊相似矩阵的构造	109
4.5.2 聚类算法步骤	110
4.5.3 算例分析	111
4.6 直觉模糊 C 均值聚类 (IFCM)	113
4.6.1 模糊 C 均值聚类 (FCM)	113
4.6.2 直觉模糊数的模糊 C 均值聚类 (IFCM1)	117
4.6.3 普通集合的直觉模糊 C 均值聚类 (IFCM2)	119
4.6.4 直觉模糊集合的直觉模糊 C 均值聚类 (IFCM3)	122
4.6.5 直觉模糊集合的模糊 C 均值聚类 (IFCM4)	124
4.6.6 算例分析	126
4.7 基于目标函数的直觉模糊聚类方法	129
4.7.1 直觉模糊聚类算法	129
4.7.2 直觉模糊聚类初始化方法	133
4.7.3 直觉模糊聚类有效性分析	137
4.8 本章小结	141
参考文献	142
第 5 章 直觉模糊推理与规则库检验	145
5.1 真值合成方法	145
5.2 直觉模糊条件推理	146
5.2.1 蕴涵式直觉模糊推理	146
5.2.2 条件式直觉模糊推理	147
5.2.3 多重式直觉模糊推理	148
5.2.4 多维式直觉模糊推理	148
5.2.5 多重多维式直觉模糊推理	149

5.2.6 讨论	149
5.3 条件推理中的可信度传播	149
5.3.1 典型直觉模糊推理中的可信度	150
5.3.2 加权直觉模糊推理中的可信度	150
5.3.3 狭义直觉模糊推理中的可信度	150
5.3.4 讨论	151
5.4 直觉模糊近似推理方法	151
5.4.1 直觉模糊取式推理	152
5.4.2 直觉模糊拒式推理	153
5.4.3 直觉模糊假言推理	154
5.4.4 讨论	155
5.5 真值限定的直觉模糊推理方法	155
5.5.1 直觉模糊逻辑转换规则	155
5.5.2 真值限定推理方法	155
5.5.3 算例分析	157
5.5.4 讨论	159
5.6 基于直觉模糊逻辑的插值推理方法	159
5.6.1 直觉模糊逻辑及命题演算	159
5.6.2 直觉模糊拒式插值推理	160
5.6.3 直觉模糊取式插值推理	164
5.6.4 直觉模糊假言插值推理	164
5.6.5 讨论	167
5.7 基于包含度的直觉模糊推理方法	167
5.7.1 基于蕴涵算子的包含度	168
5.7.2 基于集合基数的包含度	169
5.7.3 基于包含度的直觉模糊相似度	170
5.7.4 基于包含度的直觉模糊推理方法	173
5.7.5 讨论	175
5.8 基于数值拟合的直觉模糊近似推理方法	175
5.8.1 数值拟合方法	176
5.8.2 推理规则	176
5.8.3 直觉模糊集的近似推理	177
5.8.4 算例分析	178
5.9 基于直觉模糊相似度量度的近似推理方法	179
5.9.1 基本思路	179

5.9.2 近似推理方法	180
5.9.3 算例分析	181
5.10 直觉模糊推理的规则库检验方法	181
5.10.1 规则完备性	182
5.10.2 规则相互作用性	182
5.10.3 规则相容性	186
5.10.4 实例分析	187
5.11 本章小结	189
参考文献	189
第 6 章 直觉模糊综合评判、决策与规划	191
6.1 直觉模糊综合评判	191
6.1.1 三角模、记分函数法、模糊运算的选取	191
6.1.2 基于可能度排序的直觉模糊综合评判模型	196
6.1.3 基于评判函数的直觉模糊综合评判模型	197
6.2 直觉模糊决策模型与方法	200
6.2.1 直觉模糊偏好信息的多属性决策方法	200
6.2.2 直觉模糊环境下的多属性决策模型	204
6.2.3 算例一	208
6.2.4 算例二	208
6.3 直觉模糊规划模型与方法	210
6.3.1 模糊规划	210
6.3.2 Plamen 直觉模糊规划	212
6.3.3 二阶段直觉模糊规划模型	213
6.3.4 基于 DE 的二阶段直觉模糊规划算法	215
6.3.5 加权直觉模糊多目标规划模型	217
6.3.6 算例三	218
6.3.7 算例四	223
6.4 本章小结	224
参考文献	225
第 7 章 基于直觉模糊推理的数据挖掘	228
7.1 数据挖掘的相关理论及方法	228
7.1.1 数据挖掘的基本概念	228
7.1.2 数据挖掘的应用领域	231
7.1.3 数据挖掘的基本技术	232
7.2 直觉模糊推理	236

7.2.1 直觉模糊蕴涵关系	237
7.2.2 单前件单规则的直觉模糊推理	240
7.2.3 多前件单规则的直觉模糊推理	243
7.2.4 多前件多规则的直觉模糊推理	244
7.3 直觉模糊推理系统	246
7.3.1 Mamdani 直觉模糊推理系统	247
7.3.2 Sugeno 直觉模糊推理系统	249
7.3.3 讨论	253
7.4 基于直觉模糊推理的数据挖掘	253
7.4.1 数据挖掘问题描述	253
7.4.2 属性的隶属度函数和非隶属度函数的建立	254
7.4.3 数据挖掘中的直觉模糊推理算法	254
7.4.4 仿真实例	259
7.4.5 算法分析	262
7.4.6 讨论	262
7.5 基于自适应直觉模糊推理的数据挖掘	262
7.5.1 自适应神经-直觉模糊推理系统	263
7.5.2 网络结构	263
7.5.3 网络的训练	265
7.5.4 仿真实例	270
7.5.5 算法检验	271
7.5.6 算法对比分析	272
7.5.7 数据挖掘系统的设计与实现	272
7.5.8 讨论	276
7.6 本章小结	276
参考文献	277
索引	278

第1章 绪 论

随着模糊集理论的发展,在描述和求解不确定、不精确、信息不完全的问题过程中,产生了多种拓展形式.这种情形,既反映出模糊集理论研究与应用的活跃态势,又反映出客观对象的复杂性对于应用研究的反作用.在这诸多的拓展形式中,直觉模糊集理论的研究最为活跃,也最富有成果. L -模糊集、区间值模糊集等都可以与之相结合,从而形成 L -直觉模糊集、区间值直觉模糊集等.

1.1 引 言

人工智能主要研究用人工的方法和技术,模仿、延伸和扩展人的智能,实现机器智能.人工智能可以分成两大类:一类是符号智能,一类是计算智能.符号智能是以知识为基础,通过推理进行问题求解,也即传统意义上的人工智能.计算智能是以数据为基础,通过训练建立联系,进行问题求解.以模糊数学为基础的模糊系统以及人工神经网络、遗传算法、进化程序设计、人工生命等都属于计算智能.

模糊系统是一种基于知识或基于规则的系统.模糊数学是运用数学方法研究和处理模糊性现象的一门数学新分支.它以“模糊集合论”为基础.模糊数学提供了一种处理不确定性和不精确性问题的新方法,是描述人脑思维处理模糊信息的有力工具.它既可用于“硬”科学方面,又可用于“软”科学方面.

Zadeh 教授多年来致力于“计算机”与“大系统”的矛盾研究,集中思考了计算机为什么不能像人脑那样进行灵活的思维与判断问题.尽管计算机记忆超人,计算神速,然而当其面对外延不分明模糊状态时,却“一筹莫展”.可是,人脑的思维,在其感知、辨识、推理、决策以及抽象的过程中,对于接受、储存、处理模糊信息却完全可能.计算机为什么不能像人脑思维那样处理模糊信息呢?其原因在于传统的数学,例如康托尔集合论 (Cantor's sets),亦称为经典集合论,不能描述“亦此亦彼”现象.集合是描述人脑思维对整体性客观事物的识别和分类的数学方法.康托尔集合论要求其分类必须遵从形式逻辑的排中律,论域 (即所考虑的对象全体) 中的任一元素要么属于集合 A , 要么不属于集合 A , 两者必居其一,且仅居其一.这样, Cantor 集合就只能描述外延分明的“分明概念”,只能表现“非此即彼”,而对于外延不分明“模糊概念”则不能反映.

所谓模糊现象,是指客观事物之间难以用分明的界限加以区分的状态,它产生于人们对客观事物的识别和分类之时,并反映在概念之中.外延分明的概念,称为

分明概念,它反映分明现象.外延不分明的概念,称为模糊概念,它反映模糊现象.一般说来,分明概念是扬弃了概念的模糊性而抽象出来的,是把思维绝对化而达到的概念的精确和严格.然而模糊集合不是简单地扬弃概念的模糊性,而是尽量如实地反映人们使用模糊概念时的本来含义.这是模糊数学与普通数学在方法论上的根本区别.

模糊数学产生的直接动力,与系统科学的发展有着密切的关系.在多变量、非线性、时变的大系统中,复杂性与精确性形成了尖锐的矛盾.Zadeh 教授从实践中总结出这样一条互克性原理:“当系统的复杂性日趋增长时,我们做出系统特性的精确,然而有意义的描述能力将相应降低,直至达到这样一个阈值,一旦超过它,精确性和有意义性将变成两个几乎互相排斥的特性.”这就是说,复杂程度越高,有意义的精确化能力便越低.复杂性意味着因素众多、时变性大,其中某些因素及其变化是人们难以精确掌握的,而且人们又常常不可能对全部因素和过程都进行精确的考察,而只能抓住其中主要部分,忽略掉所谓的次要部分.这样,在事实上就给对系统的描述带来了模糊性.常规数学方法的应用对本质上是模糊系统的分析来说是不协调的,它将引起理论和实际之间的很大差距.因此,必须寻找一套研究和处理模糊性的数学方法.这就是模糊数学产生的历史必然性.模糊数学用精确的数学语言去描述模糊性现象,它代表了一种与基于概率论方法处理不确定性和不精确性的传统不同的思想,不同于传统的新的方法论.它能够更好地反映客观存在的模糊性现象,因而成为描述模糊系统的有力工具.

Zadeh 教授于 1975 年所发表的长篇论文《语言变量的概念及其在近似推理中的应用》提出了语言变量的概念并探索了它的含义.模糊语言的概念是模糊集合理论中最重要的发展之一,语言变量的概念是模糊语言理论的重要方面.语言概率及其计算、模糊逻辑及近似推理则可以当作语言变量的应用来处理.人类语言表达主客观模糊性的能力特别引人注目,或许从研究模糊语言入手就能把握住主客观的模糊性,找出处理这些模糊性的方法.这一理论和方法对控制理论、人工智能等作出了重要贡献.

模糊数学诞生至今仅短短的几十年,然而它发展迅速、应用广泛.它涉及纯粹数学、应用数学、自然科学、人文科学和管理科学等方面.在人工智能、自动控制、信息处理、图像识别、经济学、心理学、社会学、生态学、语言学、管理科学、医疗诊断、哲学研究等领域中,都得到广泛应用.把模糊数学理论应用于决策研究,形成了模糊决策技术.只要经过仔细深入研究就会发现,在多数情况下,决策目标与约束条件均带有一定的模糊性,对复杂大系统的决策过程尤其是如此.在这种情况下,运用模糊决策技术,会显得更加自然,也将会获得更加良好的效果.

我国学者对模糊数学的研究始于 20 世纪 70 年代中期,将模糊数学理论应用于气象预报、中医医疗诊断、地质探矿、生态环境、企业管理、生物学、心理学等领

域,取得了一系列较好的应用成果,标志着我国将模糊集理论应用于人工智能、知识处理领域已形成一个体系.

1.2 模糊集概述

德国数学家 Cantor 于 19 世纪末创立了集合论,在 Cantor 的集合论中,对于在论域中的任何一个对象(元素),它与集合之间的关系只能是属于或者不属于的关系,即一个对象(元素)是否属于某个集合的特征函数的取值范围被限制为 0 和 1 两个数.这种二值逻辑已成为现代数学的基础.

人们在从事社会生产实践、科学实验的活动中,大脑形成的许多概念往往都是模糊概念.这些概念的外延是不清晰的,具有亦此亦彼性.例如,“肯定不可能”“极小可能”“极大可能”等.然而只用经典集合已经很难刻画如此多的模糊概念了.随着社会和科学技术的发展,人们在对某个事情或事件进行判断、推理、预测、决策时,所遇到的大部分信息常常是不精确的、不完全的或模糊的,这就要求人们在计算机中模拟人的智能行为时,计算机能够处理这类信息.为此,在 Cantor 的集合论的基础上,美国加利福尼亚大学控制论专家 Zadeh 教授于 1965 年发表了关于模糊集合的第一篇开创性论文,由此建立了模糊集理论.在模糊集中,一个对象(元素)是否属于某个模糊集的隶属函数(特征函数)可以在 $[0, 1]$ 中取值,这就突破了传统的二值逻辑的束缚.模糊集理论使得数学的理论与应用研究范围从精确问题拓展到了模糊现象的领域.模糊集理论在近代科学发展中有着积极的作用:它为软科学(如经济管理、人工智能、心理教育、医学等)提供了数学语言与工具;它的发展使计算机模仿人脑对复杂系统进行识别判决得以实现,提高了自动化水平.1975 年, Mamdani 和 Assilian^[1] 创立了模糊控制器的基本框架,并将模糊控制器用于控制蒸汽机.这是关于模糊集理论的另一项开创性研究,它标志着模糊集理论有其实际的应用价值.

近年来兴起的模糊推理方法是针对带有模糊性的推理而提出的,模糊控制的理论基础核心就是模糊推理理论.通过用模糊集表示模糊概念, Zadeh 于 1973 年提出了著名的推理合成规则算法,即 CRI(compositional rule of inference) 算法.随后, Mamdani 和 Zimmermann 以及 Wuf 分别对 CRI 方法做了进一步的讨论.模糊推理一经提出,立即引起了工程技术界的关注.20 世纪 70 年代以后各种模糊推理方法纷纷被提出,并被应用于工业控制与家电的制造中,取得了很大的成功.

模糊集理论的核心思想是把取值仅为 1 或 0 的特征函数扩展到可在闭区间 $[0, 1]$ 中任意取值的隶属函数,而把取定的值称为元素 x 对集合的隶属度.下面简要介绍模糊集的基本概念.

定义 1.1(模糊集) 设 U 为非空有限论域,所谓 U 上的一个模糊集 A ,即一

一个从 U 到 $[0, 1]$ 的一个函数 $\mu_A(x) : U \rightarrow [0, 1]$, 对于每个 $x \in U$, $\mu_A(x)$ 是 $[0, 1]$ 中的某个数, 称为 x 对 A 的隶属度, 即 x 属于 A 的程度, 称 $\mu_A(x)$ 为 A 的隶属函数, 称 U 为 A 的论域.

如给 5 个同学的性格稳重程度打分, 按百分制给分, 再除以 100, 这样给定了一个从域 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}$ 到 $[0, 1]$ 闭区间的映射.

$$x_1 : 85 \text{分}, \quad \mu_A(x_1) = 0.85$$

$$x_2 : 75 \text{分}, \quad \mu_A(x_2) = 0.75$$

$$x_3 : 98 \text{分}, \quad \mu_A(x_3) = 0.98$$

$$x_4 : 30 \text{分}, \quad \mu_A(x_4) = 0.30$$

$$x_5 : 60 \text{分}, \quad \mu_A(x_5) = 0.60$$

这样确定出一个模糊子集 $A = (0.85, 0.75, 0.98, 0.30, 0.60)$.

模糊集完全由隶属函数所刻画, $\mu_A(x)$ 的值越接近于 1, 表示 x 隶属于模糊集合 A 的程度越高; $\mu_A(x)$ 越接近于 0, 表示 x 隶属于模糊集合 A 的程度越低; 当 $\mu_A(x)$ 的值域为 $\{0, 1\}$ 时, A 便退化成为经典集合, 因此可以认为模糊集合是普通集合的一般化.

模糊集可以表示为以下两种形式:

(1) 当 U 为连续论域时, U 上的模糊集 A 可以表示为

$$A = \int_U \mu_A(x)/x, \quad x \in U$$

(2) 当 $U = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为离散论域时,

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_A(x_i)/x_i, \quad x_i \in U$$

定义 1.2(模糊集的运算) 若 A, B 为 X 上两个模糊集, 它们的和集、交集和余集都是模糊集, 其隶属函数分别定义为

$$(A \vee B)(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

$$(A \wedge B)(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$$

$$A^C(x) = 1 - \mu_A(x)$$

关于模糊集的和、交等运算, 可以推广到任意多个模糊集中去.

定义 1.3(λ 截集) 若 A 为 X 上的任一模糊集, 对任意 $0 \leq \lambda \leq 1$, 记 $A_\lambda = \{x | x \in U, \mu_A(x) \geq \lambda\}$, 称 A_λ 为 A 的 λ 截集.

A_λ 是普通集合而不是模糊集. 由于模糊集的边界是模糊的, 如果要把模糊概念转化为数学语言, 需要选取不同的置信水平 λ ($0 \leq \lambda \leq 1$) 来确定其隶属关系. λ 截集就是将模糊集转化为普通集的方法. 模糊集 A 是一个具有游移边界的集合, 它随 λ 值的变小而增大, 即当 $\lambda_1 < \lambda_2$ 时, 有 $A_{\lambda_1} \subset A_{\lambda_2}$.

对任意 $A \in F(U)$, 称 A_1 (即 $\lambda=1$ 时 A 的 λ 截集) 为 A 的核, 称 $\text{supp}(A) = \{x | A(x) > 0\}$ 为 A 的支集.

模糊关系是模糊数学的重要概念. 普通关系强调元素之间是否存在关系, 模糊关系则可以给出元素之间相关的程度. 模糊关系也是一个模糊集合.

定义 1.4(模糊关系) 设 U 和 V 为论域, 则 $U \times V$ 的一个模糊子集 R 称为从 U 到 V 的一个二元模糊关系.

对于有限论域 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, 则 U 对 V 的模糊关系 R 可以用一个矩阵来表示:

$$R = (r_{ij})_{m \times n}, \quad r_{ij} = \mu_R(u_i, v_j)$$

隶属度 $r_{ij} = \mu_R(u_i, v_j)$ 表示 u_i 与 v_j 具有关系 R 的程度. 特别地, 当 $U = V$ 时, R 称为 U 上的模糊关系. 如果论域为 n 个集合 (论域) 的直积, 则模糊关系 R 不再是二元的, 而是 n 元的, 其隶属函数也不再是两个变量的函数, 而是 n 个变量的函数.

定义 1.5(模糊关系的合成) 设 R, Q 分别是 $U \times V, V \times W$ 上的两个模糊关系, R 与 Q 的合成指从 U 到 W 上的模糊关系, 记为 $R \circ Q$, 其隶属函数为

$$\mu_{R \circ Q}(u, w) = \bigvee_{v \in V} (\mu_R(u, v) \wedge \mu_Q(v, w))$$

特别地, 当 R 是 $U \times U$ 的关系, 有

$$R^2 = R \circ R, \quad R^n = R^{n-1} \circ R$$

利用模糊关系的合成, 可以推论事物之间的模糊相关性.

模糊集理论最基本的特征是: 承认差异的中介过渡, 也就是说承认渐变的隶属关系, 即一个模糊集 F 是满足某个 (或几个) 性质的一类对象, 每个对象都有一个互不相同的隶属于 F 的程度, 隶属函数给每个对象分派了一个 0 或 1 之间的数, 作为它的隶属度. 但是要注意的是隶属函数给每个对象分派的是 0 或 1 之间的一个单值. 这个单值既包括了支持 $x \in X$ 的证据, 也包括了反对 $x \in X$ 的证据, 它不可能表示其中的一个, 更不可能同时表示支持和反对的证据.