



普通高等教育“十二五”规划教材

大学数学教学丛书

微积分 (上册) (第二版)

主 编 罗瑞平
编 者 高海龙 闫 厉
马秋红 李海龙

经管类



科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
大学数学教学丛书

微积分(经管类)

(上册)(第二版)

主 编 罗瑞平
编 者 高海龙 闫 厉
马秋红 李海龙

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书由一线数学教师结合多年的教学实践编写而成. 全书把微积分和相关经济学知识有机结合, 内容的深度广度与经济类、管理类各专业微积分教学要求相符.

全书分上、下两册, 共 12 章. 本书是上册, 内容包括函数、极限、连续, 导数与微分, 中值定理与导数应用, 不定积分, 定积分及其应用. 各节均配有一定量的习题, 章末附有自测题, 书后附有习题答案.

本书可供普通高等院校经济类、管理类各专业及相关专业教学使用, 也可供学生自学.

图书在版编目(CIP)数据

微积分(经管类)上册/罗瑞平主编. —2 版. —北京: 科学出版社, 2014.6
普通高等教育“十二五”规划教材·大学数学教学丛书
ISBN 978-7-03-041232-4
I. ①微… II. ①罗… III. 微积分-高等学校-教材 IV. O172
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014) 第 126417 号

责任编辑: 张中兴 王胡权 / 责任校对: 张怡君
责任印制: 阎 磊 / 封面设计: 迷底书装

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号
邮政编码: 100717
<http://www.sciencep.com>

保定市中华美凯印刷有限公司 印刷
科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2010 年 8 月第 一 版 开本: 720 × 1000 B5
2014 年 6 月第 二 版 印张: 19
2014 年 6 月第七次印刷 字数: 383 000

定价: 33.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

《大学数学教学丛书》编委会

(以姓氏笔画为序)

主 任 董小刚

副主任 刘 伟 肖玉山 张 淼 路 线

编 委 王新民 刘 伟 闫 厉 肖玉山

张 琴 张 淼 张晓颖 罗瑞平

董小刚 路 线

丛 书 序

本丛书是为普通高等院校本科学生所编写的数学系列教材,是由长春地区五所普通高校具有丰富教学和科研经验的教师联合编写的,是集体智慧的结晶.本书从酝酿到出版经历了近十年的时间,几经修改终于成稿.在教材内容的编排上,我们一方面借鉴了国内一些品牌教材的先进模式,另一方面结合新形势下的新要求,并根据五所普通高校本科学生的特点,先后编写了逾百万字的教材与讲义,在多年使用过程中不断提炼修订,逐步趋于完善.应该说,本套教材凝聚着五所高校几代数学教师的心血和汗水,希望能培养出更多的创新性人才.

本套教材包括《微积分(经管类)》、《概率论与数理统计》(两本)、《线性代数》、《计算方法简明教程》、《数学建模》、《复变函数与积分变换》.编者在取材上着眼于本科生未来的发展和当今世界科学技术的发展,充分反映国内外教学前沿信息和最新学术动态,本着“夯实基础、适当延伸,注重应用、强化实践”的原则,大胆摆脱了普通高等院校教材编写的传统套路,使这套教材具有很强的实用性、一定的可读性、较高的艺术性和丰富的实践性;同时还保持了数学知识的系统性、严密性、连贯性等特点,内容翔实,清晰易读,便于教学与自学.另外,本套教材充分考虑了有志报考研究生同学的需要,每一本教材都配备了丰富的、梯度配置的例题与习题,紧扣学生学习和报考研究生复习的需要,既具有明显的启发性,又具有典型的应用意义,可供普通高校理工科各专业使用.

本套教材从选题、大纲、组织编写到编辑出版,自始至终得到了科学出版社数理出版分社的支持,同时也得到了长春工业大学、吉林建筑工程学院、长春大学、长春工程技术师范学院、长春工程学院教务处及数学系各位领导的支持和帮助,在此,我们一并表示衷心的感谢.

编 者

2010年3月

第二版前言

本书第一版于 2010 年 8 月出版,写作过程中结合了经济管理类、人文科学等各个专业学生的认知习惯、学习特点等,力争做到讲述简练易懂、内容由浅入深,例题选题得当,习题配备适量.本书第一版自出版以来,得到了选用单位的好评,发行量逐年增加,并且专家、用书单位、同行和广大读者给我们提出了许多宝贵意见及建议,改版过程中,我们一一吸取,在此表示感谢.

第二版教材的编写,在遵循保证逻辑性、系统性和科学性的原则下,保留了第一版的体系和整体风貌,用认真审慎的态度对部分内容作了修改,对教材习题中的错误做了更正.对于第二版中存在的不足和疏漏我们也希望专家、用书单位、同行和广大读者继续给我们指出来,我们一定认真考虑并及时改正.在此我们衷心感谢广大读者的关心和厚爱.

在第二版教材编写过程中,得到了科学出版社和吉林建筑大学教务处的大力支持,在此深表感谢.

编 者

2014 年 5 月于长春

第一版前言

21 世纪, 随着社会经济的迅猛发展, 社会中各个行业及大学的各个专业都对微积分提出了更高更新的要求. 微积分的理论与方法已广泛地应用于自然科学、工程技术甚至社会科学等各个领域, 它提供给人们的不仅是一种高级的数学技术, 更是一种人类进步所必需的文化素质和修养. 学习和掌握一定程度的微积分知识, 不仅是对理工类学生的要求, 也是对经济管理、人文科学等各类学生的基本要求. 但数学符号语言和抽象形式给微积分的学习带来了一定的障碍, 也给大学的微积分教学增加了许多困难.

《微积分 (经管类)》是根据教育部最新颁布的本科层次的普通高等教育教学要求编写的. 全书把微积分和经济学相关知识有机结合, 内容的深度广度与经济类、管理类各专业微积分教学的基本要求相符.

根据经济管理、人文科学等各类学生的认知习惯、特点, 本书在编写中力求简练易懂、由浅入深, 例题选取得当, 习题搭配适量, 潜移默化地教授知识、培养能力, 旨在提高学生的数学素质和数学修养.

教材编写在遵循“逻辑性、系统性和科学性”原则的基础上, 尽可能用实际问题引出相关概念和要点知识, 逐渐展开. 采用典型例子使学生加深对知识要点及相关应用的理解, 内容上尽量减少繁琐的理论论证, 注意结合实际, 注重培养学生分析问题、解决问题及运算的能力. 本书中加“*”号章节, 可根据专业特点选择讲授.

本书分上下两册, 上册由罗瑞平 (吉林建筑工程学院)、闫厉 (长春工业大学)、高海龙 (吉林建筑工程学院)、马秋红 (长春大学)、李海龙 (吉林工程技术师范学院) 编写; 下册由张琴、朱立勋 (吉林建筑工程学院)、闫厉 (长春工业大学)、单国栋 (长春大学)、张志尚 (吉林工程技术师范学院) 编写. 全书最后由罗瑞平、张琴统稿修改定稿. 本书由吉林建筑工程学院刘伟教授审阅, 在此表示衷心的感谢.

在教材编写过程中, 得到了科学出版社和吉林建筑工程学院教务处的大力支持, 在此深表谢意.

由于我们水平有限, 书中难免出现不妥之处, 欢迎各位读者批评指正.

编 者

2010 年 3 月于长春

目 录

丛书序

第二版前言

第一版前言

第 1 章 函数、极限、连续	1
§1.1 函数	1
1.1.1 集合	1
1.1.2 集合的运算	2
1.1.3 区间和邻域	3
1.1.4 函数及其性质	5
1.1.5 函数的几种特性	10
1.1.6 复合函数与反函数	13
1.1.7 初等函数	15
1.1.8 极坐标	17
习题 1.1	18
§1.2 数列的极限	19
1.2.1 数列极限的定义	19
1.2.2 收敛数列的性质	23
习题 1.2	25
§1.3 函数的极限	26
1.3.1 函数极限的定义	26
1.3.2 函数极限的性质	32
习题 1.3	33
§1.4 无穷小与无穷大	34
1.4.1 无穷大	34
1.4.2 无穷小	35
1.4.3 无穷小与无穷大的关系	36
1.4.4 无穷小与函数极限的关系	36
1.4.5 无穷小的性质	37

习题 1.4	39
§1.5 极限运算法则	40
习题 1.5	43
§1.6 两个重要极限	44
1.6.1 准则 I (夹逼准则)	44
1.6.2 准则 II	48
习题 1.6	52
§1.7 无穷小的比较	52
1.7.1 无穷小的比较	53
1.7.2 等价无穷小代换	55
习题 1.7	56
§1.8 函数的连续性与间断点	57
1.8.1 函数的连续性	57
1.8.2 函数的间断点及其分类	59
习题 1.8	62
§1.9 连续函数的运算与初等函数的连续性	63
1.9.1 连续函数的和、差、积、商的连续性	63
1.9.2 反函数与复合函数的连续性	63
1.9.3 初等函数的连续性	64
习题 1.9	65
§1.10 闭区间上连续函数的性质	66
1.10.1 最大值和最小值定理	66
1.10.2 介值定理	67
习题 1.10	69
章末自测 1	69
第 2 章 导数与微分	73
§2.1 导数的概念	73
2.1.1 两个实例	73
2.1.2 导数的概念	75
2.1.3 求导数举例	76
2.1.4 导数的几何意义	78

2.1.5 函数可导性与连续性的关系	80
习题 2.1	82
§2.2 函数的求导法则	84
2.2.1 函数的和、差、积、商的求导法则	84
2.2.2 反函数的求导法则	86
2.2.3 复合函数的求导法则	87
2.2.4 基本求导法则与导数公式	89
习题 2.2	92
§2.3 高阶导数	94
习题 2.3	98
§2.4 隐函数及参数方程所确定的函数的导数	99
2.4.1 隐函数的导数	99
2.4.2 由参数方程所确定的函数的导数	103
2.4.3 相关变化率	105
习题 2.4	106
§2.5 微分及其应用	107
2.5.1 微分的概念	107
2.5.2 微分的几何意义	109
2.5.3 基本初等函数的微分公式与微分运算法则	109
2.5.4 微分的应用	112
习题 2.5	115
章末自测 2	116
第 3 章 微分中值定理及导数的应用	120
§3.1 微分中值定理	120
3.1.1 费马定理	120
3.1.2 罗尔定理	121
3.1.3 拉格朗日中值定理	122
3.1.4 柯西中值定理	124
习题 3.1	125
§3.2 洛必达法则	126
3.2.1 $\frac{0}{0}$ 型未定式	127
3.2.2 $\frac{\infty}{\infty}$ 型未定式	129

3.2.3 其他类型未定式	130
习题 3.2	132
§3.3 函数的单调性及曲线的凹凸性与拐点	133
3.3.1 函数的单调性	133
3.3.2 曲线的凹凸性与拐点	136
习题 3.3	138
§3.4 函数的极值与最值及函数图形的描绘	139
3.4.1 函数的极值	139
3.4.2 函数的最值	142
3.4.3 函数图形的描绘	144
习题 3.4	146
§3.5 泰勒公式	147
习题 3.5	153
§3.6 曲线弧函数的微分、曲率	154
3.6.1 曲线弧函数的微分	154
3.6.2 曲率	154
3.6.3 曲率半径和曲率圆	157
习题 3.6	158
§3.7 导数在经济学中的应用	158
3.7.1 成本函数、收入函数、利润函数	158
3.7.2 边际分析	159
3.7.3 弹性的概念	160
习题 3.7	166
章末自测 3	168
第 4 章 不定积分	171
§4.1 不定积分的概念和性质	171
4.1.1 原函数与不定积分	171
4.1.2 基本积分表	173
4.1.3 不定积分的性质	174
4.1.4 不定积分的几何意义	175
习题 4.1	176
§4.2 换元积分法	176
4.2.1 第一类换元法	176

4.2.2 第二类换元法	179
习题 4.2	181
§4.3 分部积分法	183
4.3.1 分部积分公式	183
4.3.2 分部积分举例	183
习题 4.3	186
§4.4 有理函数的积分	187
4.4.1 有理函数的积分	187
4.4.2 三角函数有理式的积分	189
4.4.3 简单无理式的积分	190
习题 4.4	191
章末自测 4	191
第 5 章 定积分	194
§5.1 定积分概念与性质	194
5.1.1 引例	194
5.1.2 定积分的定义	195
5.1.3 定积分的几何意义	196
5.1.4 定积分的性质	196
习题 5.1	198
§5.2 微积分基本公式	199
5.2.1 变速直线运动中位置函数与速度函数之间的联系	199
5.2.2 积分上限的函数及其导数	200
5.2.3 微积分基本公式	200
习题 5.2	202
§5.3 定积分的换元法和分部积分法	203
5.3.1 定积分的换元法	203
5.3.2 定积分的分部积分法	206
习题 5.3	208
§5.4 反常积分	208
5.4.1 无穷限的反常积分	208
5.4.2 无界函数的反常积分	210

习题 5.4	212
章末自测 5	212
第 6 章 定积分的应用	218
§6.1 定积分的元素法	218
6.1.1 再论曲边梯形面积计算	214
6.1.2 元素法	218
§6.2 定积分几何应用	219
6.2.1 平面图形面积	219
6.2.2 体积	222
6.2.3 平面曲线的弧长	224
习题 6.2	226
§6.3 在物理上的应用	226
6.3.1 变力沿直线做功	226
6.3.2 水压力	227
习题 6.3	228
章末自测 6	228
习题答案	231
参考文献	275
附录	276
附录 1 几种常用的曲线及其图像	276
附录 2 积分表	279

第1章 函数、极限、连续

数学是研究客观世界数量关系和空间形式的科学. 数学不仅是一种工具, 而且是一种思维; 不仅是一种知识, 而且是一种素养; 不仅是一种科学, 而且是一种文化. 能否运用数学观念定量思维是衡量一个民族科学文化素质的一个重要标志. 数学意识是创造的源泉, 数学原理、数学方法是创造发明的基础.

函数是微积分的主要研究对象, 极限概念是微积分的理论基础, 极限方法是微积分的基本分析方法. 本章将介绍函数、极限与连续的基本知识和基本方法.

§1.1 函 数

1.1.1 集合

集合是数学中一个原始的概念, 它不能用更简单的概念定义. 一般地说, 具有某种特定性质的事物的总体称为集合. 组成这个集合的事物称为该集合的元素.

集合的例子:

- (1) 2013 年各省的 GDP;
- (2) 方程 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的根;
- (3) 2013 年进口商品的种类;
- (4) 曲线 $y = \ln x$ 上所有的点.

集合通常用大写的拉丁字母 $A, B, C, D, \dots$ 表示. 元素用小写的拉丁字母 $a, b, c, d, \dots$ 表示.

表示集合的方法通常有以下两种:

一种是列举法, 就是把集合的全体元素一一列举出来表示. 例如, 由元素 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 组成的集合 A , 可表示成

$$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}.$$

如: $A = \{1, 2, 3\}$.

另一种是描述法, 若集合 M 是由具有某种性质 P 的元素 x 的全体所组成的, 就可表示成

$$M = \{x | x \text{ 的性质 } P\}.$$

如: $C = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$.

一个集合, 若它只含有有限个元素, 则称为有限集; 不是有限集的集合称为无限集; 不含有任何元素的集合称为空集, 记作 $\varnothing$; 如 $\{x | x \in R, x^2 + 1 = 0\} = \varnothing$.

元素与集合的关系:

如果 a 是集合 A 的元素, 就说 a 属于 A , 记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于 A , 记作 $a \notin A$ 或 $a \bar{\in} A$.

对于数集, 有时我们在表示数集的字母的右上角标上 “*” 来表示该数集内排除 0 的集, 标上 “+” 来表示该数集内排除 0 与负数的集.

习惯上, 全体非负整数即自然数的集合记作 $\mathbf{N}$, 即

$$\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \cdots, n, \cdots\};$$

全体正整数的集合为

$$\mathbf{N}^+ = \{1, 2, 3, \cdots, n, \cdots\};$$

全体整数的集合记作 $\mathbf{Z}$, 即

$$\mathbf{Z} = \{\cdots, -n, \cdots, -2, -1, 0, 1, 2, \cdots, n, \cdots\};$$

全体有理数的集合记作 $\mathbf{Q}$, 即

$$\mathbf{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \middle| p \in \mathbf{Z}, q \in \mathbf{N}^+ \text{ 且 } p \text{ 与 } q \text{ 互质} \right\};$$

全体实数的集合记作 $\mathbf{R}$, $\mathbf{R}^*$ 为排除数 0 的实数集, $\mathbf{R}^+$ 为全体正实数的集.

集合与集合的关系: A, B 是两个集合, 如果集合 A 的元素都是集合 B 的元素, 则称 A 是 B 的子集, 记作 $A \subset B$. 如: $\mathbf{N}^+ \subset \mathbf{N} \subset \mathbf{Z} \subset \mathbf{Q} \subset \mathbf{R}$.

如果集合 A 与集合 B 互为子集, 则称 A 与 B 相等, 记作 $A = B$.

例如, 设

$$A = \{2, 3\} \quad B = \{x \mid x^2 - 5x + 6 = 0\}, \quad \text{则 } A = B.$$

若作 $A \subset B$, 且 $A \neq B$, 则称 A 是 B 的真子集.

规定空集为任何集合的子集.

1.1.2 集合的运算

集合的基本运算有以下几种: 并、交、差.

设 A, B 是两个集合, 由所有属于 A 或者属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的并集 (简称并), 记作 $A \cup B$, 即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\};$$

由所有既属于 A 又属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的交集 (简称交), 记作 $A \cap B$, 即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\};$$

由所有属于 A 而不属于 B 的元素组成的集合, 称为 A 与 B 的差集 (简称差), 记作 $A - B$, 即

$$A - B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}.$$

我们研究某个问题时限定在一个大的集合 I 中进行, 所研究的其他集合 A 都是 I 的子集. 此时, 我们称集合 I 为全集或基本集, 称 $I - A$ 为 A 的余集或补集, 记作 $C_I A$. 例如, 在实数集 $\mathbf{R}$ 中, 集合 $A = \{x | 0 < x \leq 1\}$ 的余集就是

$$C_I A = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x > 1\}.$$

当 A 对于哪个集合取余集是很显然的时候经常简记为 A^c .

集合的并、交、余运算满足下列法则:

设 A, B, C 为任意三个集合, 则有下列法则成立:

- (1) 交换律 $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$;
- (2) 结合律 $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$
 $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$;
- (3) 分配律 $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C),$
 $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$;
- (4) 对偶律 $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c,$
 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c.$

以上这些法则都可以根据集合相等的定义来验证, 证明从略.

在两个集合之间还可以定义直积或笛卡儿 (Cartesian) 乘积. 设 A, B 是任意两个集合, 在集合 A 中任意取一个元素 x , 在集合 B 中任意取一个元素 y , 组成一个有序对 (x, y) , 把这样的有序对作为新的元素, 它们全体组成的集合称为集合 A 与集合 B 的直积, 记为 $A \times B$, 即

$$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ 且 } y \in B\}.$$

例如, $\mathbf{R} \times \mathbf{R} = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ 即为 xOy 面上全体点的集合, $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ 常记作 $\mathbf{R}^2$.

又如, 设集合 $A = \{\text{北京, 上海}\}, B = \{\text{南京, 广州, 深圳}\}$. 则 $A \times B = \{(\text{北京, 南京}), (\text{北京, 广州}), (\text{北京, 深圳}), (\text{上海, 南京}), (\text{上海, 广州}), (\text{上海, 深圳})\}$;

$B \times A = \{(\text{南京, 北京}), (\text{南京, 上海}), (\text{广州, 北京}), (\text{广州, 上海}), (\text{深圳, 北京}), (\text{深圳, 上海})\}$.

1.1.3 区间和邻域

区间是用得较多的一类数集. 设 a 和 b 都是实数, 且 $a < b$. 数集

$$\{x | a < x < b\}$$

称为开区间, 记作 (a, b) , 即

$$(a, b) = \{x | a < x < b\}.$$

a 和 b 称为开区间 (a, b) 的端点, 这里 $a \notin (a, b), b \notin (a, b)$. 数集

$$\{x|a \leq x \leq b\}$$

称为闭区间, 记作 $[a, b]$, 即

$$[a, b] = \{x|a \leq x \leq b\}.$$

a 和 b 也称为闭区间 $[a, b]$ 的端点, 这里 $a \in [a, b], b \in [a, b]$.

类似地可说明

$$[a, b) = \{x|a \leq x < b\},$$

$$(a, b] = \{x|a < x \leq b\}.$$

$[a, b)$ 和 $(a, b]$ 都称为半开半闭区间.

以上这些区间都称为有限区间. 数 $b - a$ 称为这些区间的长度. 从数轴上看, 这些有限区间是长度为有限的线段, 闭区间 $[a, b]$ 与开区间 (a, b) 在数轴上表示出来, 分别如图 1-1-1(a)、(b) 所示, 此外还有所谓无限区间, 引进记号 $+\infty$ (正无穷大) 及 $-\infty$ (负无穷大), 则可类似地表示无限区间, 例如

$$[a, +\infty) = \{x|x \geq a\},$$

$$(-\infty, b) = \{x|x < b\}.$$

这两个无限区间在数轴上分别如图 1-1-1(c)、(d) 所示,

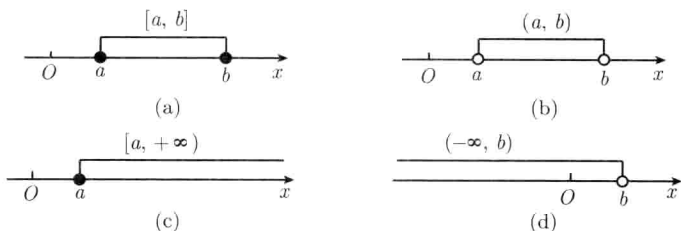


图 1-1-1

全体实数的集合 $\mathbf{R}$ 也可记作 $(-\infty, +\infty)$, 它也是无限区间.

以后在不需要辨明区间是否包含端点, 是有限区间还是无限区间的场合, 我们就简单地称它为“区间”, 且常用 I 表示.

邻域也是一个经常用到的概念. 设 a 是一个实数, $\delta > 0$. 开区间 $(a - \delta, a + \delta)$ 称为点 a 的 δ 邻域, 记作 $U(a, \delta)$; 简称 a 的邻域, 记作 $U(a)$. 即

$$U(a, \delta) = \{x|a - \delta < x < a + \delta\}.$$

其中 a 称为邻域的中心, δ 称为邻域的半径. 如图 1-1-2 所示.