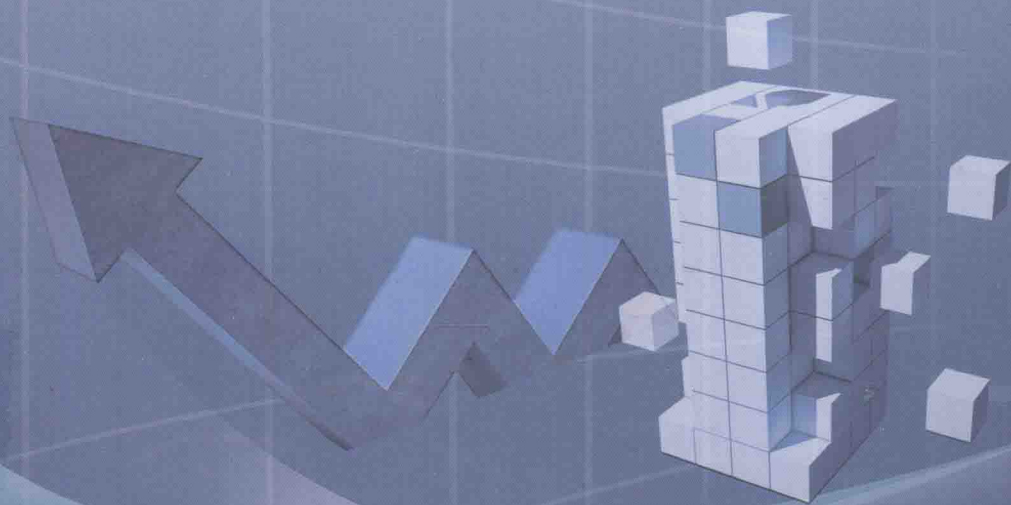


● 新世纪普通高校工商管理类统编教材

运筹学

Operations Research

主编 姚 远



河南大学出版社

新世纪普通高校工商管理类统编教材

总主编 · 王性玉

运筹学

Operations Research

主 编 姚 远



河南大学出版社
• 郑州 •

图书在版编目(CIP)数据

运筹学/姚远主编. —郑州:河南大学出版社, 2012. 9

ISBN 978-7-5649-0974-1

I. ①运… II. ①姚… III. ①运筹学—高等学校—教材 IV. ①022

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 214525 号

责任编辑 朱建伟

责任校对 王艾萍

封面设计 郭 灿

出版发行 河南大学出版社

地址:郑州市郑东新区商务外环中华大厦 2401 号 邮编:450046

电话:0371-86059712(高等教育出版分社)

0371-86059701(营销部)

网址:www.hupress.com

排 版 郑州市今日文教印制有限公司

印 刷 郑州海华印务有限公司

版 次 2013 年 8 月第 1 版

印 次 2013 年 8 月第 1 次印刷

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 20.25

字 数 480 千字

印 数 1—3000 册

定 价 36.00 元

(本书如有印装质量问题,请与河南大学出版社营销部联系调换)

总 序

始于18世纪英国的工业革命(Industrial Revolution)对管理学产生了极为重要的影响。工业革命带来了生产方式的巨大变革,计划、组织、领导和控制等职能成为管理工厂和企业生产运营的主要手段。以“科学管理”为代表的一系列管理理论,为工商管理(Business Administration)学科的建立奠定了坚实的理论基础。而管理学和商学的标准化教育由美国开始,以1881年宾夕法尼亚大学沃顿商学院(The Wharton School of the University of Pennsylvania)的建立为标志,产生了现代意义上的商学院。第二次世界大战结束后,由于企业对管理人才的需求迅速膨胀,管理教育开始蓬勃发展。工商管理教育至20世纪90年代趋于成熟,并向国际化、综合化和现代化的方向迈进。

中国的工商管理随着洋务运动由西方引入。1839年,洋务运动的倡导者张之洞在武昌创立了湖北自强学堂,其下设的商务门堪称我国最早的商科专业。1912年中华民国成立后,商科被单列为独立学科,保证了它的自由发展。1949年中华人民共和国成立后,院系进行调整,由综合性大学与财经院校共同培养财经类人才。国家教委在1997年颁布了新的《普通高等学校本科专业目录》,把管理学设置为独立的学科门类,工商管理划归为管理学门类下的一级学科。

经初步统计,目前,全国1200多所本科院校中,有85%的学校设置了工商管理或相近的专业,它们已成为我国十大热门招生和就业的专业,培养出了一批经济建设人才。与资本主义市场经济相比,中国社会主义市场经济有其独特的性质,中国的工商管理学科的发展不仅要向西方的同类学科理论学习,更要结合中国国情,形成适合中国社会主义经济建设的理论方法和知识体系。

从我国普通高校工商管理类教材的情况来看,经过改革开放30多年的建设,商科教育知识体系已逐步完善,如国内教材在知识点宽度指标上普遍高于国外教材,但还存在若干需要解决和创新的问题。一是国内教材比较侧重于对理论框架的介绍,即“是什么、为什么”,而对具体方法“怎么做”介绍较少。二是国内教材一般在书后不列或列出为数不多的参考文献,且多以同类教材和相关专著为主,对学术期刊、原版书参考较少;主要理论来源于同类教材,导致内容和结构趋同,难以体现出特色。三是国内教材有的缺乏案例,即使有相应案例,其篇幅很短,基本为文字描述,没有详尽的背景资料和数据,编写案例的目的主要是为了加深对某些知识点的理解,而不是通过案例分析提高操作的实践能力。四是很多国内教材对教材的适用人群进行说明时,定位过于宽泛,不少教材的使用范围不仅涉及相关专业的本科生、研究生、MBA以及管理培训,还可以作为实际工作者的参考资料。这样定位过于宽泛,必然导致失去特色。

鉴于此,我们根据作者多年的教育经验和教学体会,按照教育部《关于积极推进“高等教育面向 21 世纪教学内容和课程体系改革计划”》的要求,组织编写了这套“新世纪普通高校工商管理类统编教材”。为解决或部分解决上述国内教材存在的若干问题,达到编写目的,我们认真组织编写力量,单本教材的主编和副主编,均具有博士学位或副教授以上职称,并长期坚持在教学第一线,就该门课程课堂讲授过五遍以上。我们还聘请知名专家担任主审,与主编共同定稿。

本套教材在编写过程中力求体现以下五点特色。

一、内容系统全面

根据工商管理类专业人才培养目标及其对知识体系的要求,本套教材内容系统全面,涵盖了工商管理类各主要专业,如工商管理、会计学、财务管理、市场营销、人力资源管理、供应链管理、电子商务等,较大限度地满足了这些专业课程的教学需要。

二、定位明确,编写理念特色化

工商管理各个层次的教学目的和要求不同,必然要求其教材的侧重点不同。本套教材基于这样的编写理念,主要面向大学本科生的专业教学,为学生搭建一个专业学习平台。本套教材的编写者除大学教师外,还邀请了有丰富实践经验的业界管理人员、咨询专家和研究人員等参与教材的编写,他们为教材注入许多新的理念和观点,突破了传统单本教材“大而全”的结构体系。

三、反映前沿,力求创新

工商管理的理论和实践发展十分迅速,一本教材如不能及时地跟上理论与实践的发展,必然会在几年后被其他同类教材所取代,因此,优秀的工商管理教材应该不断地更新内容,体现与时俱进的思想。本套教材在编写过程中,力求既能够反映已经成熟或公认的理论及学术思想,又能够反映具有代表性的工商管理各专业领域最新理论、技术和方法。

四、采用本土化案例,提高案例质量

案例教学是工商管理的学科特色。在国外,尤其是美国的工商管理教材对案例十分重视。本套教材在案例编写过程中,立足于国情,采用了大量的真实案例,包括经典案例和最新案例,以及实际咨询工作中的经验总结,并对背景资料和各种数据作了比较详尽的介绍。通过对这些来自业界的真实案例进行分析讨论,有助于学生识别问题、分析问题和解决问题能力的提高。

五、理论联系实际,做到学以致用

本套教材在编写过程中,不仅对“是什么、为什么”等概念、原理等进行阐述,而且还注重介绍“怎么做”,设计了大量的方法讲解和过程分析,使学生在接触新知识的同时了解相关理论在现实社会中如何运用。

本套教材在编写过程中,得到了河南大学出版社、许多高校和研究机构的专家学者的大力支持,在此一并致谢。由于编者想局部突破并有所创新,各方面对这套教材的期望与要求都很高,这无疑加大了编写的难度,加之水平有限和时间紧促,书中难免存在一些缺点和疏漏,恳请专家和广大读者提出宝贵意见,以期日臻完善。

王性玉

2012 年教师节于河南大学

前 言

运筹学是第二次世界大战后发展起来的一门新兴学科,也是一门研究如何有效地组织和管理人机系统的科学.它由于同管理科学的紧密联系,研究解决实际问题时的系统优化思想,以及从提出问题、分析建模、求解到方案实施的一整套严密科学方法,在培养提高管理人才的素质上起到重要作用.运筹学已成为经济管理类专业普遍开设的一门重要专业基础课.

如今运筹学的研究大致在三个领域发展:运筹学应用、运筹科学、运筹数学.运筹学强调多学科的交叉联系和解决实际问题的研究.作者长期从事运筹学教学(包括大学本科生、研究生)和科研工作,使用过多种版本的运筹学教材,在编著本书时,一方面注意到吸收其他教材的优点,另一方面也考虑到学科发展和从事科研工作的需要.

为便于读者学习和适应教师教学的需要,作者在编著该书时特别注意以下各点:(1)强调基本概念和基本理论;(2)先说明问题背景,再进行抽象,以便于理解数学模型;(3)注意理论联系实际,使广大读者能学以致用;(4)叙述层次分明,深入浅出,便于学习.

本书由姚远主编,各章执笔情况如下:第七、八、九、十章由姚远(河南大学工商管理学院)编写,第二、三、六章由宋振明(西南交通大学理学院)编写,第四、五章由吴涛(河南大学工商管理学院)编写,绪论及第十一、十二章由任传普(河南大学工商管理学院)编写.全书由姚远和宋振明统编、修改、定稿.

由于编者水平有限,书中难免有不妥或错误之处,恳请广大读者批评指正.

编 者

2013年6月

新世纪普通高校工商管理类统编教材编委会

编委会主任

王性玉 河南大学工商管理学院 博士 教授 博导

编委会委员

王 伟 郑州大学商学院 博士 教授 硕导
冯海龙 河南大学工商管理学院 博士 副教授 硕导
唐华仓 河南农业大学经济管理学院 博士 教授 硕导
任鸣鸣 河南师范大学经济与管理学院 博士 教授 硕导
褚晓飞 河南科技大学经济学院 博士 副教授 硕导
王定讯 河南财经政法大学工商管理学院 教授 硕导
程云喜 河南工业大学管理学院 教授 硕导
何 楠 华北水利水电学院管理与经济学院 博士 教授 博导
田 军 郑州航空工业管理学院经贸学院 博士 教授 博导
李保红 信阳师范学院经管学院 博士 教授 硕导
赵志泉 中原工学院经济管理学院 博士 副教授 硕导
刘玉来 洛阳师范学院商学院 博士 教授 硕导
史保金 河南科技学院经济与管理学院 教授
赵国栋 商丘师范学院经济管理学院 教授
张振江 平顶山学院经济与管理学院 教授

编委会秘书

任 乐 河南大学工商管理学院

目 录

总 序	(1)
前 言	(1)
第一章 绪论	(1)
第一节 运筹学的起源	(1)
第二节 运筹学的主要内容	(2)
第三节 运筹学的主要特点	(5)
第二章 线形规划及单纯形法	(7)
第一节 线形规划及其数学模型	(7)
第二节 线性规划的图解法	(11)
第三节 单纯形法原理	(14)
第四节 单纯形法计算步骤	(20)
第五节 单纯形法的进一步讨论	(22)
第三章 对偶理论与灵敏度分析	(32)
第一节 线形规划对偶问题	(32)
第二节 对偶定理	(36)
第三节 影子价格	(43)
第四节 对偶单纯形法	(44)
第五节 灵敏度分析	(45)
第六节 参数线性规划	(53)
第四章 运输问题	(61)
第一节 运输问题及其数学模型	(61)
第二节 表上作业法	(64)
第三节 产销不平衡的运输问题	(76)
第四节 有转运的运输问题	(80)
第五章 目标规划	(89)
第一节 目标规划及其数学模型	(89)
第二节 目标规划的图解法	(94)
第三节 目标规划的单纯形法	(98)
第四节 目标规划应用举例	(100)
第六章 整数规划	(105)
第一节 整数规划及其数学模型	(106)

第二节 分枝定界法	(109)
第三节 割平面法	(113)
第四节 0—1 型整数规划	(119)
第五节 分派问题	(123)
第七章 动态规划	(133)
第一节 多阶段决策过程	(133)
第二节 动态规划的基本概念	(136)
第三节 动态规划的基本原理	(138)
第四节 动态规划模型的建立与求解	(141)
第五节 动态规划应用举例	(148)
第八章 图与网络分析	(178)
第一节 图的基本概念	(179)
第二节 欧拉回路和哈密尔顿回路	(184)
第三节 树	(189)
第四节 最短路问题	(191)
第五节 网络最大流问题	(200)
第六节 最小费用流问题	(208)
第九章 排队论	(213)
第一节 排队系统的基本概念	(213)
第二节 单服务台排队系统	(221)
第三节 多服务台排队系统	(229)
第四节 一般服务时间系统分析	(235)
第十章 存贮论	(240)
第一节 存贮问题的基本概念	(240)
第二节 确定性存贮模型	(243)
第三节 随机性存贮模型	(257)
第十一章 矩阵对策	(265)
第一节 对策问题的基本概念	(266)
第二节 矩阵对策的最优纯策略	(268)
第三节 矩阵对策的混合策略	(272)
第四节 矩阵对策的求解	(277)
第五节 矩阵对策化成线性规划	(283)
第十二章 决策分析	(290)
第一节 决策分析的基本概念	(290)
第二节 非确定型决策	(293)
第三节 风险型决策	(296)
第四节 效用理论	(302)
参考文献	(310)

第一章 绪 论

第一节 运筹学的起源

运筹学的朴素思想可以追溯到很久以前,但形成一门科学,一般认为开始于第二次世界大战,诞生于英国.

第二次世界大战时,英国陆军遭到很大挫折,又受到德国空军和海军的封锁,形势十分危急,如何转变战争局势,成为当时亟待解决的问题.在20世纪30年代末期虽然已研制成功了雷达和新式作战武器,但由于没有实际使用经验,在当时资源十分匮乏的情况下,难以正确评估和迅速提高这些武器的使用效率.为了动员各方面的力量,首先是发挥科学家的聪明才智,英国国防部在1940年成立了一个专门小组 Operational Research Group(简称 O. R. 小组)进行作战研究,该小组包括四位物理学家、两位数学家、三位生物学家、一位测量员和一位军官,由著名的物理学家布莱柯特(P. M. S. Blackett)领导.这个小组研究了一些与作战和武器运用相关的问题,取得了显著效果,反潜艇战是当时着重研究的一个问题.潜艇可怕的主要原因是它潜入水中,使对方不易察觉,因而反潜艇应首先注意搜索,著名数学家库普曼(B. O. Koopmans)起了很大作用,这一研究后来发展成为搜索论.搜索到潜艇的目的是打沉它,原来用飞机投普通炸弹,破坏力不大,后改用深水炸弹,在水下爆炸,问题在于在水下多深处爆炸好?著名物理学家肖克莱(Shockley)经科学的定量分析,发现在25英尺深处爆炸能使袭击成功的机会增加3倍.这样一来就做出了以下决策:在潜艇刚开始下沉的时候投弹攻击,起爆点为水下25英尺.由于采用了这种方法,德国潜艇被摧毁的次数增加到原来的4倍.飞机侦察潜艇的活动,潜艇就设法避开侦察,一方采用某种策略,对方就设法找出反措施,即制定对策,战争中的双方和其他很多敌对行动都属于这种对策,二次世界大战中提出了很多类似问题.商船编队和舰队护航也是当时研究的问题之一.经过分析,确定了每批商船的适宜数目,提出了在受到敌机攻击时大船急转向和小船缓转向的逃避方针,使船只的中弹数由47%减少到29%.

由于英国运筹学小组工作的成功,其他国家也成立了类似的小组,美国于1942年成立了 Operations Research Group.他们在战时使用的方法虽然比较粗浅,但是收效很大.

二战后,O. R. 小组的很多人都回到了原先工作的岗位.这时,时间和精力允许他们将战时提出的很多方法进一步科学化、条理化,以用于和社会发展的非军事目的.1947年丹泽格(G. B. Danzig)在研究美国空军资源优化配置时提出了线性规划及其通用解法——单纯形法;1948年英国成立“运筹学俱乐部”,在煤炭、电力等部门推广应用运筹学

取得的一些进展;1948年美国麻省理工学院把运筹学作为一门课程介绍;1952年美国Case工业大学设立了运筹学的硕士和博士学位;第一本运筹学杂志《运筹学季刊》(O. R. Quarterly)1950年在英国创刊;第一个运筹学会美国运筹学会于1952年成立,并于同年出版《运筹学杂志》(Journal of ORSA).这些都标志着运筹学这门学科基本形成.

20世纪60年代后运筹学开始普及和迅速发展,随着计算机的运用,运筹学处理的系统由小变大,应用范围不断扩大,在理论上也获得了很大的发展,形成了完整的学科体系.

在我国古代文献中就有不少朴素的运筹学思想,如田忌赛马和丁渭修宫.田忌赛马讲的是齐王和田忌赛马,规定双方各出上、中、下三个等级的马各一匹,如果按照同等级的马比赛齐王可获全胜,但田忌采取的策略是以下马对齐王的上马、以其上马对齐王的中马、以其中马对齐王的下马,结果田忌反以二比一获胜.丁渭修宫讲的是北宋时代皇宫因火焚毁,丁渭主持修复工作.他命人在宫前大街上挖土烧砖,把挖成的沟灌水成渠,利用水渠运输各种建筑材料,工程完毕后再以废砖烂瓦等填沟修复大街,减少了运输的工作量,加快了工程进度.真正把运筹学引入我国的是著名学者钱学森、许国志教授,他们于20世纪50年代中期将运筹学引入我国,接着吸引了以华罗庚为首的一大批数学家,大大促进了这一学科在我国的发展.1957年我国从“夫运筹帷幄之中,决胜千里之外”(《史记·高祖本纪》)这句古话摘取“运筹”二字,将O. R.正式译为运筹学,具有做好运用、决策、规划的含义.我国第一个运筹学小组于1956年在中国科学院成立,1958年建立了运筹学研究室,1960年在山东济南召开了全国应用运筹学的经验交流和推广会议,1962年和1978年先后在北京和成都召开了全国运筹学专业学术会议,1980年4月成立中国运筹学学会,在农林、交通运输、建筑、机械、冶金、石油化工、水利、邮电、纺织等部门,运筹学的方法已开始得到应用推广.

第二节 运筹学的主要内容

什么是运筹学,至今没有公认的确切定义,原因是从事运筹学研究的人来自不同的学科,大家的看法不完全一致.英国运筹学会认为它是“运用科学方法来解决工业、商业、政府、国防等部门里有关人力、机器、物资、金钱等大型系统的指挥或管理中所出现的复杂问题的一门学科”,钱学森认为它是“由一支综合性的队伍,采用科学的方法,为一些涉及到有机系统(人—机)的控制问题提供解答,为该系统的总目标服务的学科”,还有人认为“运筹学是一门应用科学,它广泛应用现有的科学技术知识和数学方法,解决实际中提出的专门问题,为决策者选择最优决策提供定量依据”.

运筹学包含的内容很多,一般认为它有以下分支:线性规划、整数规划、动态规划、图与网络分析、排队论、存贮论、对策论、决策分析、多目标规划及启发式方法等.根据实际问题的不同性质,可选用不同分支给出的方法加以解决.

2.1 线性规划 (Linear Programming)

经营管理中如何有效地利用现有人力、物力完成更多的任务,或在预订的任务目标下,如何用最少的人力、物力去实现目标.这类统筹规划的问题用数学语言表达,先根据问题要达到的目标选取适当的变量,问题的目标通过用含变量的函数形式表示(称为目标函数),对问题的限制条件用有关变量的等式或不等式表达(称为约束条件).当变量连续取值,且目标函数和约束条件均为线性时,称这类模型为线性规划模型.有关对线性规划问题建模、求解和应用的研究构成了运筹学中的线性规划分支.线性规划建模相对简单,有通用算法和计算机软件,是运筹学中应用最为广泛的一个分支.用线性规划求解的典型问题有运输问题、生产计划问题、下料问题及混合配料问题等.有些规划问题的目标函数是非线性的,但往往可以采用分段线性化等手法,转化为线性规划问题.

2.2 动态规划 (Dynamic Programming)

动态规划是研究多阶段决策过程最优化的运筹学分支.有些经营管理活动由一系列相互关联的阶段组成,在每个阶段依次进行决策,而且上一阶段的输出状态就是下一阶段的输入状态,各阶段决策之间互相关联,因而构成一个多阶段的决策过程.动态规划研究多阶段决策过程的总体优化,即从系统总体出发,要求各阶段决策所构成的决策序列使目标函数值达到最优.

2.3 图与网络分析 (Graph Theory and Network Analysis)

生产管理中经常碰到工序间的合理衔接搭配问题,设计中经常碰到研究各种管道、线路的通过能力,以及仓库、附属设施的布局等问题.运筹学中把一些研究的对象用节点表示,对象之间的联系用连线(边)表示,用点、边的集合构成图,图论是研究由节点和边所组成图形的数学理论和方法.图是网络分析的基础,根据研究的具体网络对象(如铁路网、电力网、通信网等),赋予图中各边某个具体的参数(如时间、流量、费用、距离等),规定图中各节点代表具体网络中任何一种流动的起点、中转点或终点,然后利用图论方法来研究各类网络结构和流量的优化分析、网络分析,还包括利用网络图形来描述一项工程中各项作业的进度和结构关系,以便对工程进度进行优化控制.

2.4 存贮论 (Inventory Theory)

存贮论是一种研究最优存贮策略的理论和方法.如为了保证企业生产的正常进行,需要有一定数量原材料和零部件的储备,以调节供需之间的不平衡.实际问题中,需求量可以是常数,也可以是服从某一分布的随机变量;每次订货需一定费用,提出订货后,货物可以一次到达,也可能分批到达;从提出订货到货物的到达可能是即时的,也可能需要一个

周期(订货提前期);某些情况下允许缺货,有些情况下不允许缺货.存贮策略研究在不同需求、供货及到达方式等情况下,确定在什么时间点及一次提出多大批量的订货,使用于订购、贮存和可能发生短缺的费用的总和为最少.

2.5 排队论(Queuing Theory)

生产和生活中存在大量有形和无形的排队现象.排队系统由服务机构(服务员)及被服务的对象(顾客)组成,一般顾客的到达及服务员用于对每名顾客的服务时间是随机的,服务员可以是一个或多个,多个情况下又分平行或串联排列;排队按一定规则进行,如分为等待制、损失制、混合制等.排队论研究顾客不同输入、各类服务时间的分布、不同服务员数及不同排队规则情况下,排队系统的工作性能和状态,为设计新的排队系统及改进现有系统的性能提供数量依据.

2.6 对策论(Game Theory)

对策论用于研究具有对抗局势的模型.在这类模型中,参与对抗的各方称为局中人,每个局中人均有一组策略可供选择,当各局中人分别采取不同策略时,对应一个收益或需要支付的函数.在社会、经济、管理等与人类活动有关的系统中,各局中人都按各自的利益和知识进行对策,每个人都力求扩大自己的利益,但又无法精确预测其他局中人的行为,无法取得必要的信息,他们之间还可能玩弄花招,制造假象.对策论为局中人在这种高度不确定和充满竞争的环境中,提供一套完整的、定量化和程序化的选择策略的理论和方法.对策论已应用于商品、消费者、生产者之间的供求平衡分析、利益集团间的协商和谈判,以及军事上各种作战规模的研究等.

2.7 决策论(Decision Theory)

决策是指为最优地到达目标,依据一定准则,对若干备选行动的方案进行的抉择.随着科学技术的发展、生产规模和人类社会的扩大,要求用科学的决策替代经验决策.即实行科学的决策程序,采用科学的决策技术和具有科学的思维方法.决策过程一般是指:形成决策问题,包括提出方案,确定目标及效果的度量;确定各方案对应的结局及出现的概率;确定决策者对不同结局的效用值;综合评价,决定方案的取舍.决策论是对整个决策过程中涉及方案目标选取、度量、概率值确定、效用值计算,一直到最优方案和策略选取的有关科学理论.

第三节 运筹学的主要特点

用运筹学解决问题时应注意其下述特点.

3.1 强调科学性和定量分析

用运筹学解决实际问题时应注意进行科学的定量和定性分析,强调以定量分析为基础的可靠性和科学性,尽量导出好的结果,即达到通常所说的最优性.在实际问题中有时“最优”过于理想化,难以达到,这时也可用“次优”或“满意”取代.

3.2 解决问题的系统思想

运筹学不是孤立地去认识问题,要考虑到有关主要因素和条件,从相互联系中尽量全面地去考虑问题,强调总效果,而不是某个方面的局部“最优”.

3.3 运用多学科知识解决问题

用运筹学方法解决实际问题时,除了要熟悉与研究对象有关的科学知识之外,还要运用适宜的数学方法和计算机技术,有时可能还需要与经济学、社会学及其他技术科学的知识相交叉,才能建立起适宜的模型,使问题得以很好解决.

3.4 解决实际问题遵循一定的科学步骤

1. 明确问题

通过调查和分析,将所要解决的问题弄清楚,包括:问题所在、要求目标、限制条件、假设前提、可能的各种决策方案等,在此基础上把问题明确地表达出来.

2. 建立模型

模型是客观事物的一种映像,它既要反映实际,又要进行抽象而“高”于实际.建模是一种创造性活动,是非常重要的步骤.本书中提供了一些基本模型,但是很多实际系统往往复杂很多,难于套用现成的模型,建模时必须进行认真的分析.建模工作包括拟定变量和参数,建立目标函数和正确的约束条件.

3. 模型求解

根据模型的性质和结构选用适当的方法求解,如没有合适的现成方法,也可用随机模拟或构造启发式算法等手段寻求问题的“近似解”,解的精度由决策者确定.

4. 解的检验

检查求解过程有无错误,结果是否与现实一致;若出现问题,还要分析问题所在,必要时修改模型或解法.

5. 解的实施

对实际问题来说,求出的解往往就是某种决策方案,要考虑具体实施过程中可能遇到的问题,以及实施中需要的修改.

上述过程有时需要反复修正.

第二章 线性规划及单纯形法

运筹学的一大分支是数学规划,而线性规划是数学规划的重要组成部分.线性规划(Linear Programming 简写 LP)也是运筹学最基本的内容.相对于其他运筹学分支,线性规划理论完善、方法简单、应用广泛,是任何运筹学分支首先要阐明的基本知识.

早在 20 世纪 30 年代,苏联学者康托洛维奇等人在研究生产组织和运输问题中,就曾提出过求解某些线性规划问题的方法;1947 年,美国数学家丹泽格(Dantzig)提出了求解线性规划问题的一般解法——单纯形法(Simplex Method),它可以用来求解各种线性规划问题,从而为线性规划这门学科奠定了基础.单纯形法的出现,使求解大规模决策问题成为可能,它给许多部门带来了巨大的经济利益,因而受到世界各国的普遍重视和欢迎.

第一节 线性规划及其数学模型

下面先通过例子说明什么是线性规划问题,如何用数学语言来描述它,再进一步说明线性规划数学模型的结构.

1.1 问题的提出

例 1 美佳公司计划制造 I, II 两种家电产品. 已知各制造一件分别占用的设备 A, B 的台时、调试时间、调试工序及每天可用于这两种家电的能力、各出售一件时的获利情况, 如表 2-1 所示. 问该公司制造两种家电各多少件, 使获利最大.

解:我们的问题是,在现有设备、调试能力的限制下,如何确定产量使利润最大. 假设 x_1 和 x_2 分别表示美佳公司制造家电 I 和 II 的数量, 利润用 Z 表示, 则每天的利润表示为 $Z=2x_1+x_2$. 使其最大化, 即 $\max Z=2x_1+x_2$, 这是公司获取利润的目标值, 称为目标函数. 由于受到设备 A, B 和调试工序能力的限制, 因此描述限制条件的数学表达式称为约束条件, 由此该问题的数学模型可表示为:

$$\begin{aligned} \max Z &= 2x_1 + x_2 \\ \text{s. t. } \begin{cases} 5x_2 \leq 15 \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2-1)$$

这种数学表达方式, 称为该问题的数学模型.

表 2-1

项目	I	II	每天可用能力(小时)
设备 A(小时)	0	5	15
设备 B(小时)	6	2	24
调试工序(小时)	1	1	5
利润(元)	2	1	

例 2 某公司生产甲、乙两种产品,每件产品的利润、所需材料、工时及每天的限额如表 2-2.那么,如何安排生产,使该公司每天生产所得利润最大?

解:用变量 x_1 和 x_2 分别表示产品甲、乙的数量,利润用 Z 表示,该问题的数学模型可表示为:

$$\begin{aligned} \max Z &= 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s. t. } &\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 26 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (2-2)$$

表 2-2

项目	产品甲	产品乙	每天限额
材料(公斤)	2	3	24
工时(小时)	3	2	26
利润(元)	4	3	

类似的例子可以举出很多.

由上述例子可以看出,尽管谈的是截然不同的问题,但都属于同一类优化问题.从数学模型上来讲,它们具有以下共同特征:

(1)用未知自变量表示某种重要的可变因素,变量的一组数据代表一种解决方案,通常要求这些变量取非负,我们统称这类自变量为决策变量,即问题中需要确定的未知量,表示规划中用数量表示的方案、措施,由决策者决定控制.

(2)存在一定的限制条件(如材料、人力、设备、时间、费用等的限制),它们可以用自变量的线性等式或不等式表示,这些条件称为约束条件.

(3)都有一个要达到的目标,它也是自变量的线性函数,称为目标函数,根据决策者的优化目标,要求这个函数极大化或者极小化.

1.2 线性规划的数学模型

下面从数学的角度来归纳线性规划的模型特点.

(1)每一个问题都有一组变量——称之为决策变量,一般记为 $x_1, x_2, \dots, x_n$. 对决策